LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Modelos estadísticos para el pronóstico de las regalías producto de la extracción de minerales en Colombia.

Diana Carolina Garza Esteban - *dcgarzae@libertadores.edu.co*,
Helmer Ovalle Ramos - *hovaller@libertades.edu.co*
Omar Camilo Tovar Barrero - *octovarb@libertadores.edu.co* [1] &
Edna Carolina Moreno Lopez - ecmorenol@libertadores.edu.co[2]

Facultad de Ingeniería y Ciencias básicas, Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá, Colombia.

Abstract

The mining activity contributes to the country of Colombia about $5 billion annually in taxes and royalties, product of the exploitation of minerals such as gold and coal in underground mines. This study aims to forecast the production of minerals and productive prospects for exploratory development and royalties that the extractive departments of the country will be able to enjoy over time, emphasizing coal extraction. Therefore, a historical analysis is carried out supported by a database provided by the National Mining Agency (ANM) overlapping with a database from the Mining-Energy Planning Unit (UPME), with a sample size (n=45215), *and subsequently represented in two of the departments with the greatest impact and interest for the present analysis (Cesar and La Guajira), through different statistical tools of a descriptive – analytical type (SARIMA et SARIMAX.) that contributed in the identification and modeling on an adequate forecast related to the exploration, production and royalties*

[1] Estudiantes de la Especialización en Estadística Aplicada modalidad presencial.
[2] Docente de la Especialización en Estadística Aplicada modalidad presencial - Series de tiempo.

of coal extraction in the proposed departments, so that the analysis can be replicated under other circumstances.

Keywords: Mining exploitation, Mining production, Royalties, Sample, ARIMA prediction model.

Resumen

La actividad minera aporta al país de Colombia cerca de $5,00 billones anuales en impuestos y regalías, producto de la explotación de minerales como el oro y carbón en minas subterráneas. Este estudio pretende pronosticar la producción de minerales y prospecto productivo para desarrollo exploratorio y las regalías que podrán disfrutar los departamentos extractivos del país a través del tiempo, haciendo énfasis en la extracción de carbón. Por lo tanto, se realiza un análisis histórico soportado con una base de datos suministrada por la Agencia Nacional de Minería (ANM) traslapada con una base de datos de la Unidad de Planeación Minero-Energética (UPME), con un tamaño de muestra (n=45215), y posteriormente representados en los dos departamentos con mayor impacto e interés para el presente análisis (Cesar y La Guajira), por medio de diferentes herramientas estadísticas de tipo descriptivo - analítico (SARIMA et SARIMAX.) que contribuyeron en la identificación y el modelamiento de un pronóstico adecuado en relación con la exploración, producción y contraprestación producto del carbón en los departamentos planteados, de tal manera que dicho ejercicio pueda ser replicado bajo otros escenarios.

***Palabras clave*:** Explotación minera, Producción minera, Regalías, Muestra, Modelo de predicción.

Introducción

La actividad del sector minero en Colombia para el año 2021 representó el 1.91% del PIB total con un aporte del sector en regalías de $5,00 billones de pesos, producto de la explotación de los recursos naturales no renovables, en el marco de la contraprestación de las zonas concesionadas y explotadas para tal fin.

Es de conocimiento público que tanto el estado como los ciudadanos son los dueños del subsuelo colombiano, el derecho al uso y explotación de estos recursos naturales (minerales) se concede a través de títulos mineros que autoriza y otorga la Agencia Nacional de Minería (ANM). En Colombia existen 114 millones de hectáreas del territorio, tan sólo el 5% están tituladas para la actividad minera, y de las cuales solo el 2.3% están en exploración, 1.6% en construcción y montaje, y 1.1% en explotación.

En Colombia se cuenta con 9.602 títulos mineros vigentes que abarcan 312 tipos de mineral, clasificados en 8 grandes grupos, según su correspondiente uso y explotación. Los recursos más explotados son los usados para construcción 57%, seguido por carbón con 17%, metales preciosos 11%, calizas 5%, minerales Industriales 4%, piedras preciosas 4% y otros Metales 2%.

De los 9.602 títulos mineros vigentes en Colombia, el 17% de ellos se encuentran en departamentos adscritos a los diferentes Puntos de Atención Regional (PAR) de Nobsa, 16,5% corresponden a departamentos del PAR Bogotá, 16% están a cargo de la Gobernación de Antioquia, 8% a los PAR Ibagué y Cúcuta, los cuales juntos suman el 65% del total de los títulos. El 35% restante se encuentra distribuido en PAR Bucaramanga 7%, Cartagena 6%, Manizales 5%, Cali 5%, Valledupar 5,5%, Medellín 2%, Pasto 2% y Quibdó 2%.

Haciendo la distribución por áreas y territorios titulados para desarrollar proyectos mineros son en un 22% competencia del departamento de Antioquía, seguido por Cartagena y Valledupar con un 10% cada uno. Podemos afirmar además que la minería se desarrolla en la mayor parte del territorio colombiano, para ser más precisos en 30 de los 32 departamentos y en el Distrito Capital.

Dentro de los minerales que representan mayor aporte a la contraprestación producto de regalías en Colombia se encuentran los siguientes: carbón con una media en contraprestación de $376.567,00 millones de pesos; oro con una media en contraprestación de $44.540,00 millones de pesos; níquel con una media en contraprestación de $28.760,00 millones de pesos y esmeraldas con una media en contraprestación de $1.521,00 millones de pesos, datos tomados desde el año 2012 hasta 2021 con periodicidad trimestral.

El carbón sigue siendo el principal producto de exportación del sector minero colombiano, representando para el tercer trimestre del año 2021 el 12,4 % de las exportaciones del país, el 55 % de las exportaciones mineras y el 51,89% del PIB minero durante este año. En la tabla 1, se presentan los departamentos con mayor producción y aporte a regalías producto de la explotación de este mineral.

Tabla 1 Departamentos caso de estudio, relación nacional de regalías efecto de la producción de carbón.

Departamentos	*Títulos Mineros*	*Distribución de Títulos*	*% participación en regalias*
Cesar	*348*	*51 están en etapa de exploración, 78 en construcción y montaje, y 219 en explotación*	*80,2%*
La Guajira	*45*	*45 están en etapa de explotación*	*38%*

Lo ratifica el ministerio de minas y energía a través de su comunicado anual de la UPME *"Los mayores precios del carbón ayudaron a que la producción y exportación del mineral aumentara, consolidando unas ventas acumuladas entre enero y septiembre de 39.22,00 millones de toneladas".* La UPME destaca que el precio del carbón alcanzó en octubre un máximo récord de $362,00 dólares por tonelada cuando en años anteriores se reportaban precios por tonelada alrededor de $50,00 dólares por tonelada. Que sumado al creciente cambio del dólar este 2022 (máximos históricos por encima de $5.000,00 pesos) simboliza una fuente muy atractiva de ingresos a potencializar en Colombia (véase Figura 1).

Figura 1Aumento del precio por tonelada de Carbón 2022. Fuente Agencia Nacional de minería ANM.

La ANM a través de la figura de Fiscalización Minera, tiene como competencia implementar el conjunto de actividades y procedimientos, cuyo único fin es el de garantizar el cumplimiento de la normatividad minera, en el marco de Seguridad e higiene minera y ambiental, en los contratos de exploración y explotación de recursos naturales no renovables, así como de determinar los volúmenes de producción, sin afectar la conservación de los recursos objeto de la actividad minera por parte del concesionario y de igual manera dicha autoridad debe garantizar la aplicación de las mejores prácticas de exploración y producción, teniendo en cuenta los aspectos técnicos, operativos y ambientales.

Por otro lado, el gobierno nacional a través del Sistema General de Regalías (SGR) establece mecanismos de equidad en la distribución de los recursos generados por la exploración y explotación minera, promoviendo el desarrollo y la competitividad y propiciando la restauración social y económica en las regiones donde se genera la exploración y la explotación de Recursos naturales[3].

El Sistema General de Regalías es un esquema nuevo de coordinación entre las entidades territoriales y el gobierno nacional a través del cual se determina la distribución, objetivos, fines, administración, ejecución, control, el uso eficiente y destinación de los ingresos provenientes de la explotación de los recursos naturales no renovables precisando las condiciones de participación de sus beneficiarios.[4]

[3] https://www.minambiente.gov.co/planeacion-y-seguimiento/sistema-general-de-regalias-sgr/
[4] https://www.minhacienda.gov.co/webcenter/portal/SGR

Este esquema de regularización de mecanismos para la distribución de recursos está fuertemente vigilado y auditado por diferentes entidades de gobierno como lo son, ministerio de ambiente, ministerio de hacienda, ministerio de minas y sus correspondientes agencias.

Figura 2 Distribución de las regalías para Colombia en 2021.

La evaluación de la base de datos objeto de estudio demuestra que los departamentos de Cesar y La Guajira son una muestra representativa cuyo factor en común son los altos índices de producción y regalías del mineral Carbón, adicional cuentan con un atractivo número de minas legales. En síntesis, a mayor número de minas, mayor número de productividad, por lo cual, mayor será el número de ingresos para los municipios de esos departamentos (véase figura 2).

El objetivo de este estudio pretende a través del comportamiento histórico de la producción y explotación minero vs las regalías liquidadas para los departamentos representativos, generar insumos que permitan a diferentes empresas y entidades del gobierno colombiano evaluar zonas prospecto de inversión e incentivación de explotación minera. Para tal fin se plantean modelos estadísticos de series de tiempo que permiten generar pronósticos de acuerdo con los históricos y sus

tendencias inicialmente a nivel de país para todos los minerales de explotación y direccionando a el análisis puntual del carbón para dos departamentos objeto.

Materiales y métodos

Los datos para analizar en este estudio se obtuvieron de tres bases de datos reporte de la Unidad de Planeación Minero-Energética Colombiana UPME combinadas entre sí, a los cuales se les realizo limpieza e identificación de variables de interés, dando como resultado la siguiente grilla de datos para estudio:

Tabla 2 Base de datos producción de minerales y contraprestación monetaria nacional.

Codigo DANE	Municipio Productor	Departamento	Recurso Natural Explotado	Nombre Del Proyecto	Año Produccion	Trimestre	Unidad Medida	Tipo Contraprestacion	Valor Contraprestacion	Cantidad Producción

La frecuencia de estos es trimestral, iniciando en el periodo uno del año 2012 y finalizando en el segundo periodo de 2021.

La metodología trabajada fue ***Box - Jenkins***[5] para series de tiempo como se describe en la figura 3. El análisis se desarrollo en una etapa inicial aplicada a nivel nacional para pronóstico de las contraprestaciones, y otra enfocada en analizar la influencia entre dos de los departamentos más representativos respecto al mineral carbón. Los análisis se condujeron en R.

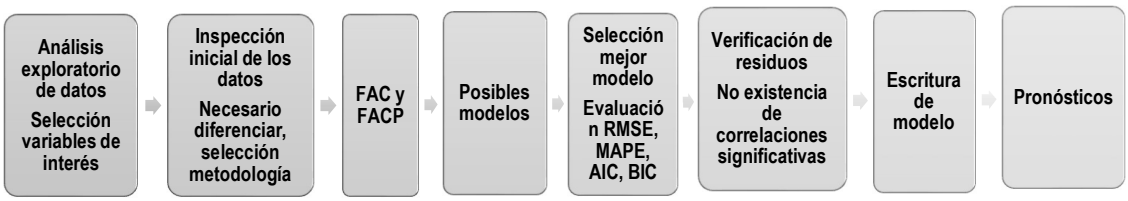


Figura 3 Metodología Box - Jenkins aplicada a las series de tiempo estudiadas.

[5] Procedimiento de análisis estadístico para ajustar a una serie un tipo especial de modelos.

Resultados

Etapa inicial: Análisis a nivel nacional modelos univariados SARIMA

Caracterización de la muestra

Como se evidencia en la gráfica 4, entre el año 2012 al 2021 Colombia ha tenido un ingreso no menor a 250.000 millones de pesos trimestral producto de las contraprestaciones recibidas por concepto de explotación y derechos mineros (no incluye lo relacionado a hidrocarburos); se evidencia una tendencia positiva del año 2014 al 2018, años donde el gobierno Colombiano potencializo la explotación minera y reformulo la ecuación de regalías directas para los municipios; en cuanto a la estacionalidad, es notable la existencia de incrementos fuertemente pronunciados al finalizar cada vigencia anual y en decrementos a inicios de un nuevo año, evidenciando la posible falta de continuidad laboral en los cierres de contratos por obra labor o prestación de servicios anuales.

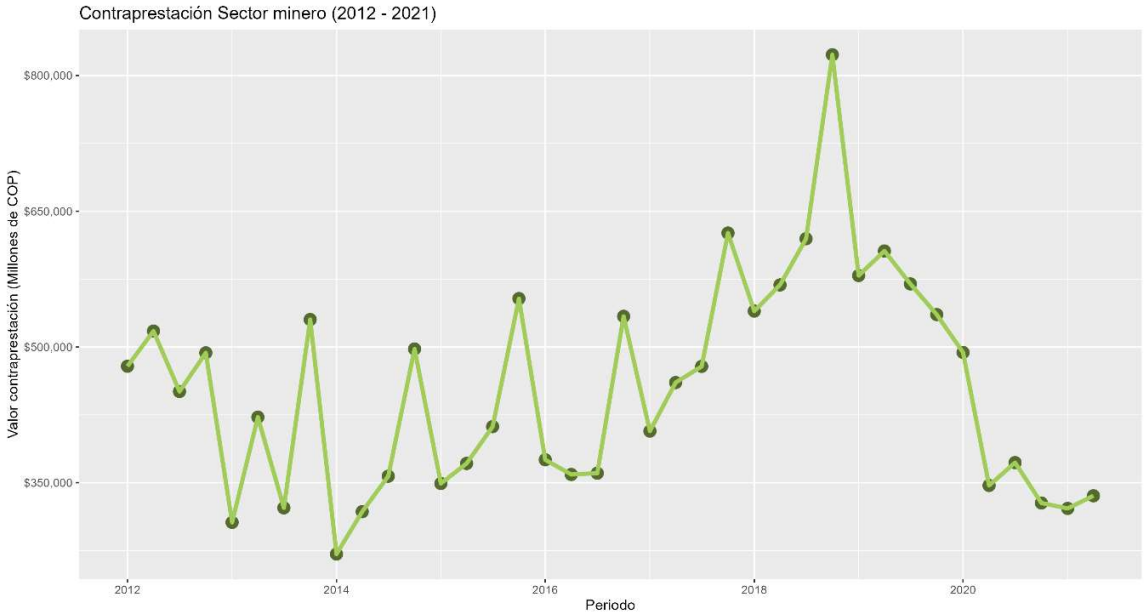


Figura 4 Contraprestaciones en el Sector minero (2012-2021).

Si bien analizar la varianza mediante criterios de observación resulta subjetivo, en este caso parece no observarse un patrón claro que permita dar conclusiones sobre la heterocedasticidad de la serie. Dentro del análisis inicial, se determinó que no existe la necesidad de aplicar alguna transformación (por ejemplo, de tipo logarítmico) y/o su utilización no tendría mayor efecto en la 'suavización' de su comportamiento.

Al analizar el valor de las contraprestaciones por tipo de mineral Figura 5, se aprecia la predominancia en cuanto a aquellos recursos provenientes de la explotación de carbón, seguido por la extracción de oro, níquel en tercer lugar, esmeraldas en cuarto muy seguido por el conglomerado del resto de minerales.

Nota: Para efectos de una mejor visualización a nivel gráfico y en las subsiguientes pruebas, se escalaron los valores de la serie original a *millones de pesos*.

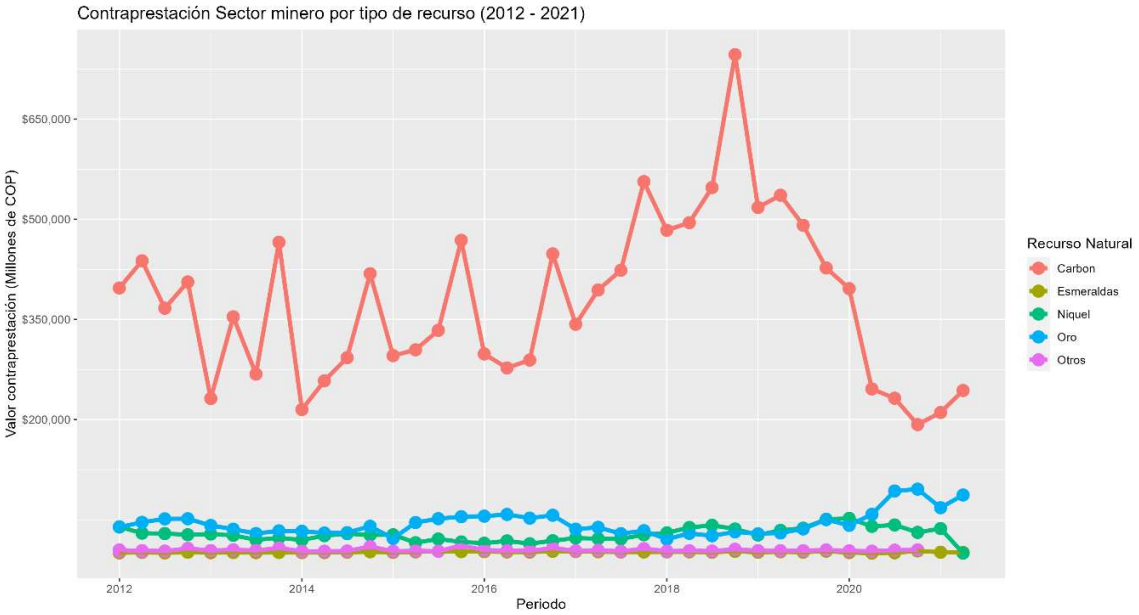


Figura 5 Contraprestaciones minerales representativos (2012-2021) .

Estacionariedad

Como se mencionaba anteriormente, en la serie se evidencia cierta tendencia en determinados periodos, por lo que es necesario considerar el realizar un proceso de diferenciación a fin de lograr estacionariedad.

Al realizar las pruebas de hipótesis de Dickey-Fuller aumentada y de raíz unitaria de Phillips-Perron sobre la serie original, se encontraron valores-p que indican la posible ausencia de estacionariedad en la serie no diferenciada, por lo que se complementaron bajo el escenario de una y dos diferencias. En este sentido, aunque la prueba de Dickey-Fuller parece señalar dos diferencias como óptimas, tanto en el caso ordinario como en el estacional, la prueba de Phillips-Perron contrasta dicho planteamiento para el caso ordinario, señalando la posibilidad de realizar una diferencia en el caso ordinario. En contraste, tanto la prueba de Dickey-Fuller como de Phillips-Perron, señalan dos diferencias como óptimas para el caso estacional.

Tabla 3 Diferencias óptimas. Pruebas de raíz unitaria.

Número de diferencias	***Test***			
	Ordinario		**Estacional**	
	Augmented Dickey-Fuller	**Phillips-Perron Unit Root**	**Augmented Dickey-Fuller**	**Phillips-Perron Unit Root**
0	p-value = 0.967	p-value = 0.076	p-value = 0.967	p-value = 0.076
1	p-value = 0.313	**p-value < 0.01**	p-value = 0.361	p-value = 0.359
2	**p-value < 0.01**	**p-value < 0.01**	**p-value = 0.022**	**p-value = 0.032**

Con el fin de evaluar el numero adecuado de diferencias a realizar, se utilizaron distintas estrategias; de acuerdo con el criterio de Víctor Guerrero, se diferenció la serie bajo diversos escenarios, encontrando:

Tabla 4 Diferencias óptimas. Criterio de V. Guerrero.

NÚMERO DE DIFERENCIAS	DESV. STD Ordinaria	DESV. STD Estacional
0	118,307.5	**118,307.5**
1	**116,490.4**	120,127.9
2	205,080.8	153,085.6
3	387,572.7	243,889.7

Los resultados presentados en la Tabla 3, indican la necesidad de diferenciar una vez la serie en términos ordinarios, mientras en la parte estacional pareciera no ser requerido; sin embargo, resulta de utilidad contrastar dicho hallazgo con otras clases de pruebas, por lo que graficar las funciones de autocorrelación (AFC, por sus siglas en inglés) bajo los diferentes escenarios puede ser de ayuda en dicha decisión.

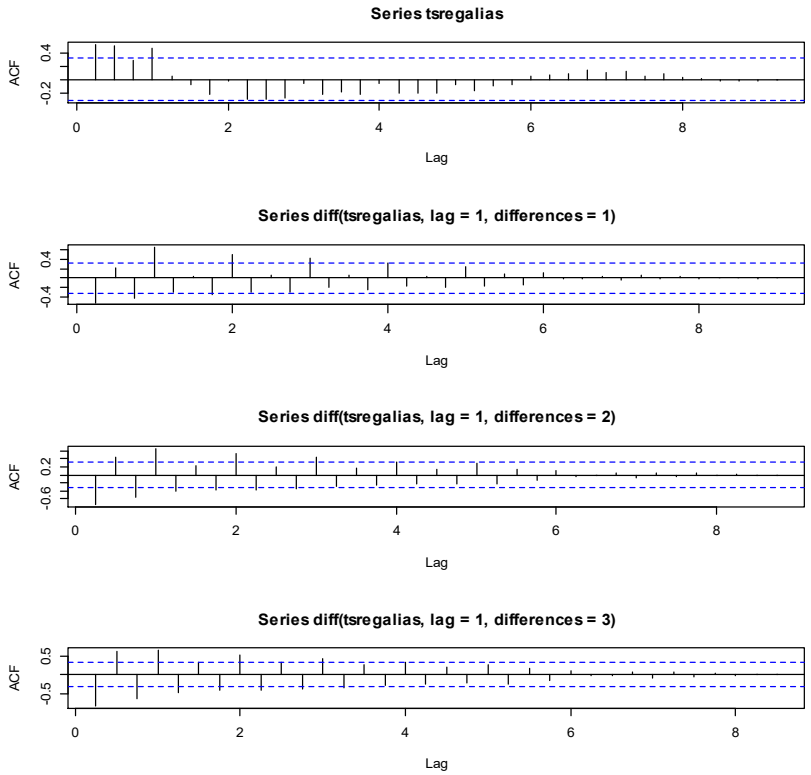
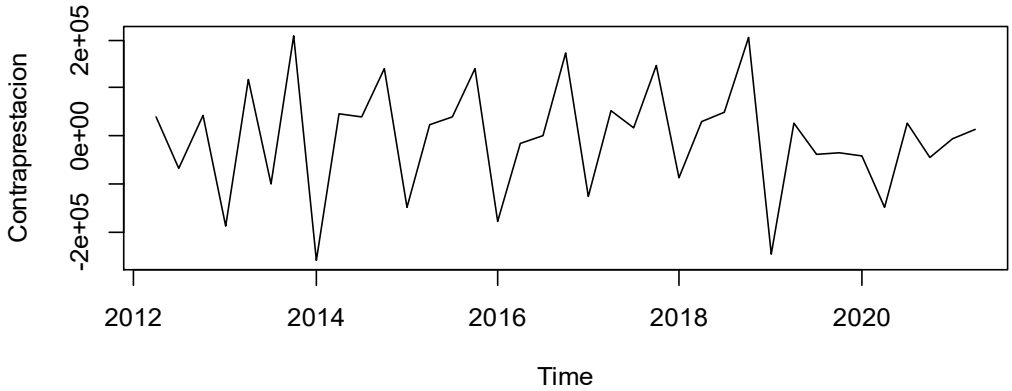


Figura 6 FAC Diferencias óptimas.

Obteniendo que, tras la primera diferenciación, los rezagos parecen caer con mayor rapidez frente a la serie no diferenciada y con excepción de los rezagos que se encuentran en los múltiplos de la estación, por lo que las transformaciones serían de tipo: $(1-B)(1-B^4)$

En cuanto a la diferenciación estacional, parece que la cantidad de diferencias óptimas para este caso es de dos, sin embargo, cabe recordar lo inusual que resulta dicho caso en el análisis de series de tiempo.

A continuación, una visualización de la serie posterior al proceso de diferenciación en cada caso (ordinario y estacional), respectivamente:



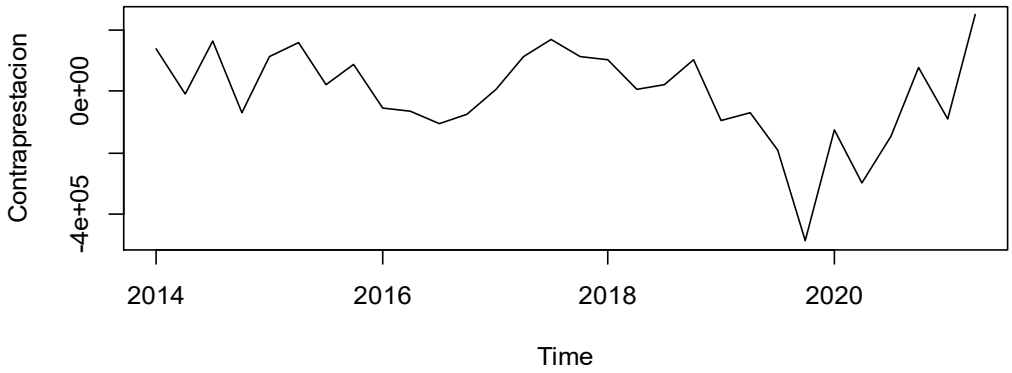


Figura 7 Diferenciación serie ordinaria [1 vez] y estacional [2].

Modelo identificado a partir de la estructura de autocorrelación.

Una vez realizado el proceso de diferenciación de la serie en cuestión, se graficaron las siguientes funciones de autocorrelación:

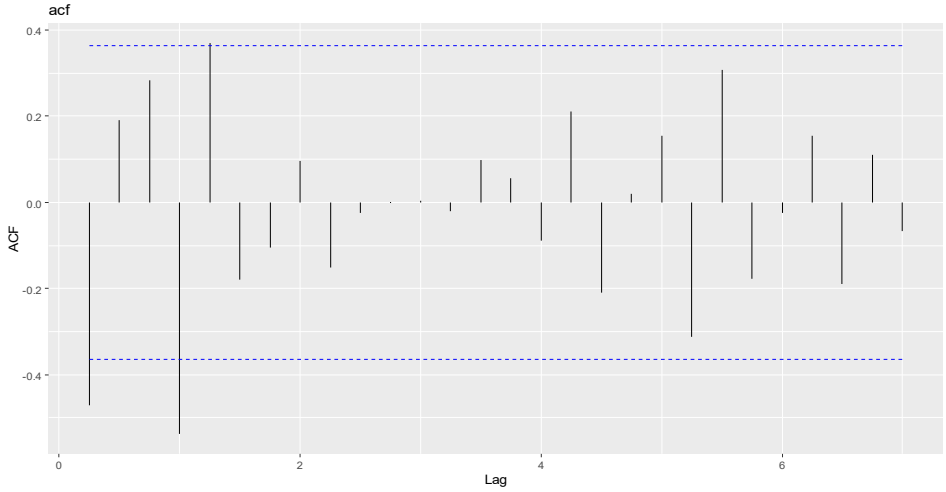


Figura 8 FAC. Identificación del modelo.

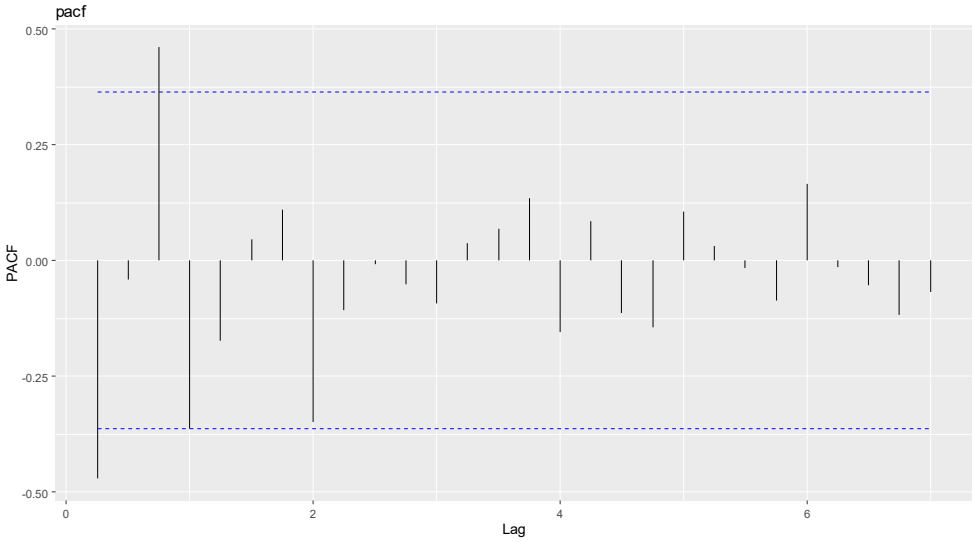


Figura 9 FACP. Identificación del modelo.

En este caso, los rezagos parecieran decaer lentamente en el caso de FACP (en cuanto a los múltiplos de la estación), mientras que en la FAC pareciera cortarse bruscamente en el segundo rezago estacional, por lo que podría plantearse un modelo de tipo MA(2) en cuanto al caso estacional.

En lo relacionado al modelo ordinario, en la FAC decaen lentamente los rezagos mientras que en la FACP se cortan en el rezago 3; indicando una posibilidad frente al uso de un modelo de tipo AR(3). De acuerdo con lo anterior, y considerando las diferenciaciones necesarias se plantearon dos modelos y según criterios se selecciona el mejor.

Modelo 1

$$SARIMA(3,1,0)(0,2,2)_4$$

Ecuación 1 Modelo 1

Modelo 2

$$SARIMA(2,0,0)(0,1,1)_4$$

Ecuación 2 Modelo 2

Estimación modelo 1

A continuación, se presenta la estimación del modelo identificado, así como de un modelo adicional, con sus correspondientes especificaciones:

- Modelo 1.

$$SARIMA(3,1,0)(0,2,2)_4$$

Especificación:

$$(1-\phi B-\phi_2 B^2-\phi_3 B^3)(1-B)(1-B^4)^2 X_t=(1-\Theta B^4-\Theta_2 B^8)a_t$$

$$a_t \sim RB(0,\sigma_a^2)$$

Ecuación 3 Especificación del Modelo 1

Estimación:

$$(1 + 0.2708B - 0.3357B^2 - 0.2307B^3)(1 - B)(1 - B^4)^2 X_t$$

$$= (1 - 1.5233B^4 + 1B^8)a_t$$

$$a_t \sim RB(0, 4.786e + 09)$$

Ecuación 4 Estimación del Modelo 1

Intervalos de confianza:

Tabla 5 Modelo 1. Intervalos de confianza.

	2.50%	**97.50%**
AR1	-0.64539	0.10381
AR2	-0.07288	0.74428
AR3	-0.13861	0.59993
SMA1	**-2.26904**	**-0.77757**
SMA2	**0.06329**	**1.93663**

Se evidencia que los parámetros de la parte estacional son significativos (ordenes 1 y 2).

Estimación modelo 2

- Modelo 2.

$$SARIMA(2,0,0)(0,1,1)_4$$

Especificación:

$$(1 - \phi B - \phi_2 B_2)(1 - B^4)X_t = (1 - \Theta B^4)a_t$$

$$a_t \sim RB(0, \sigma_a^2)$$

Ecuación 5 Especificación del Modelo 2

Estimación:

$$(1 - 0.5602B - 0.3159B^2)(1 - B^4)X_t = (1 - \ 0.7382B^4)a_t$$

$$a_t \sim RB(0, 5.87e + 09)$$

Ecuación 6 Estimación del Modelo 2

Intervalos de confianza:

Tabla 6 Modelo 2. Intervalos de confianza.

	2.50%	97.50%
AR1	0.193370	0.92708
AR2	-0.07699	0.70888
SMA1	**-1.47493**	**-0.00147**

Se evidencian parámetros significativos en la parte estacional MA(1).

Verificación de residuos

Modelo 1.

Se observa la ausencia de rezagos con correlaciones altamente significativas, Figura 11; sin embargo, en 2020 existe una variación particular en relación con los demás periodos. Vale la pena investigar sobre sí este hecho se encuentra relacionado con los acontecimientos relativos a la pandemia y las sucesivas restricciones de movilidad por el Covid-19.

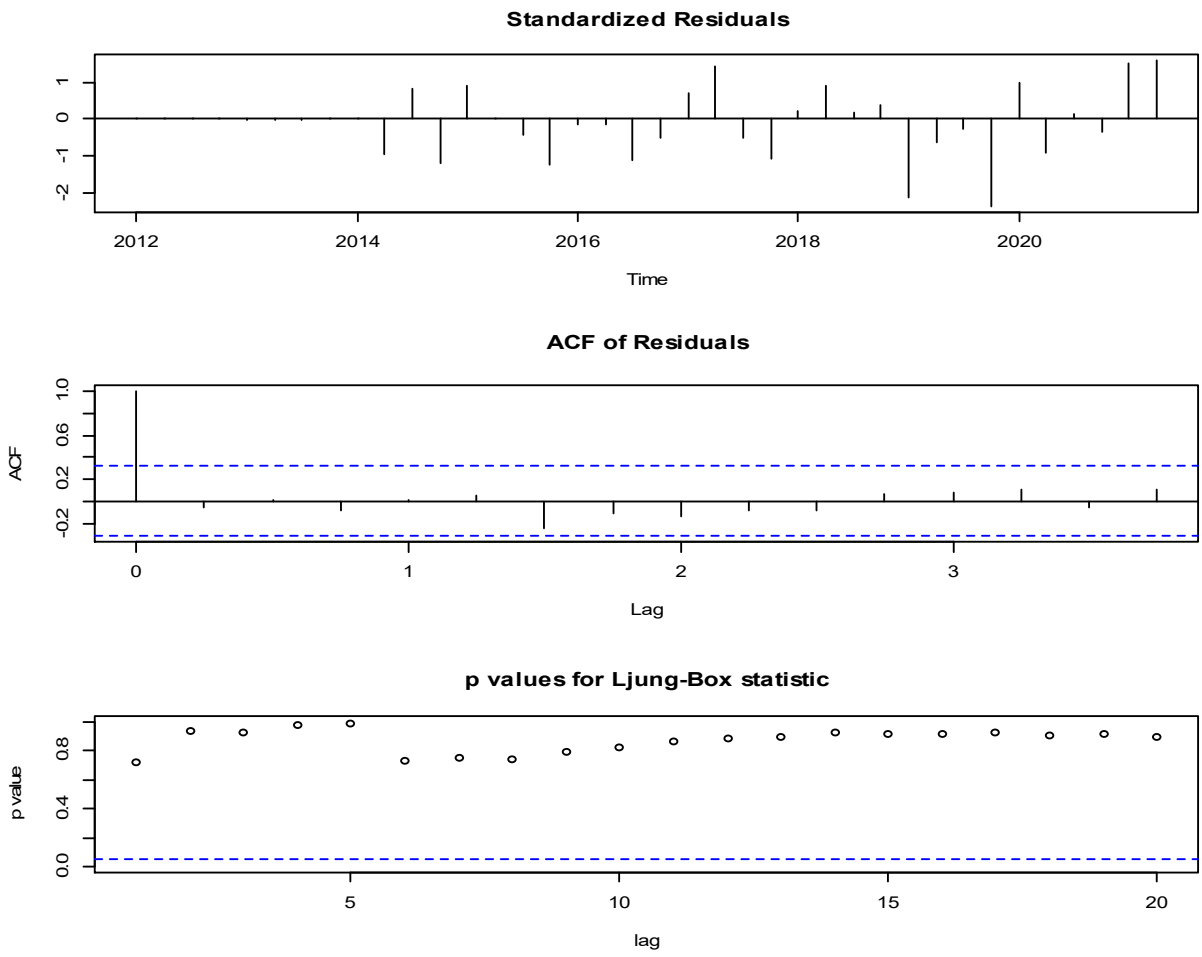


Figura 11 Modelo 1. Validación de residuales.

En la figura 12, se observan la FAC y la FACP para los rezagos iniciales, evidenciando la ausencia de autocorrelaciones significativas entre los mismos.

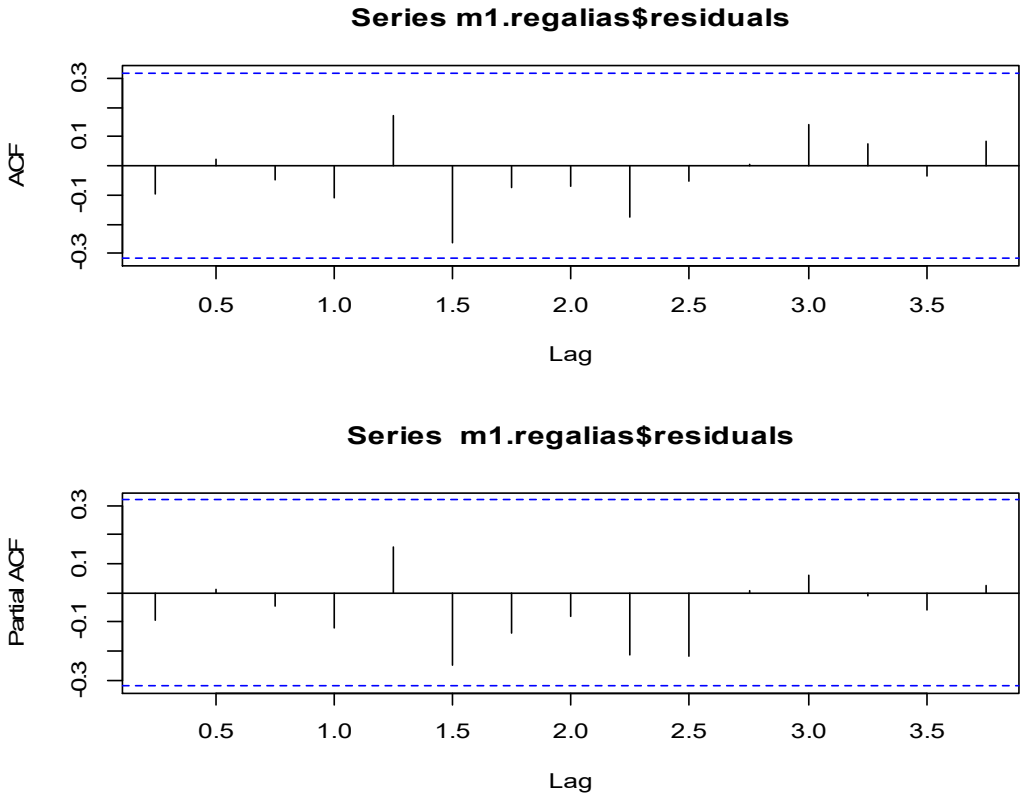


Figura 12 Modelo 1. FAC & FACP de los residuales.

Modelo 2.

Al igual que en el modelo 1, en este caso parece no existir correlaciones fuertes entre los residuos, con algunas inusuales en los periodos circundantes a 2020.

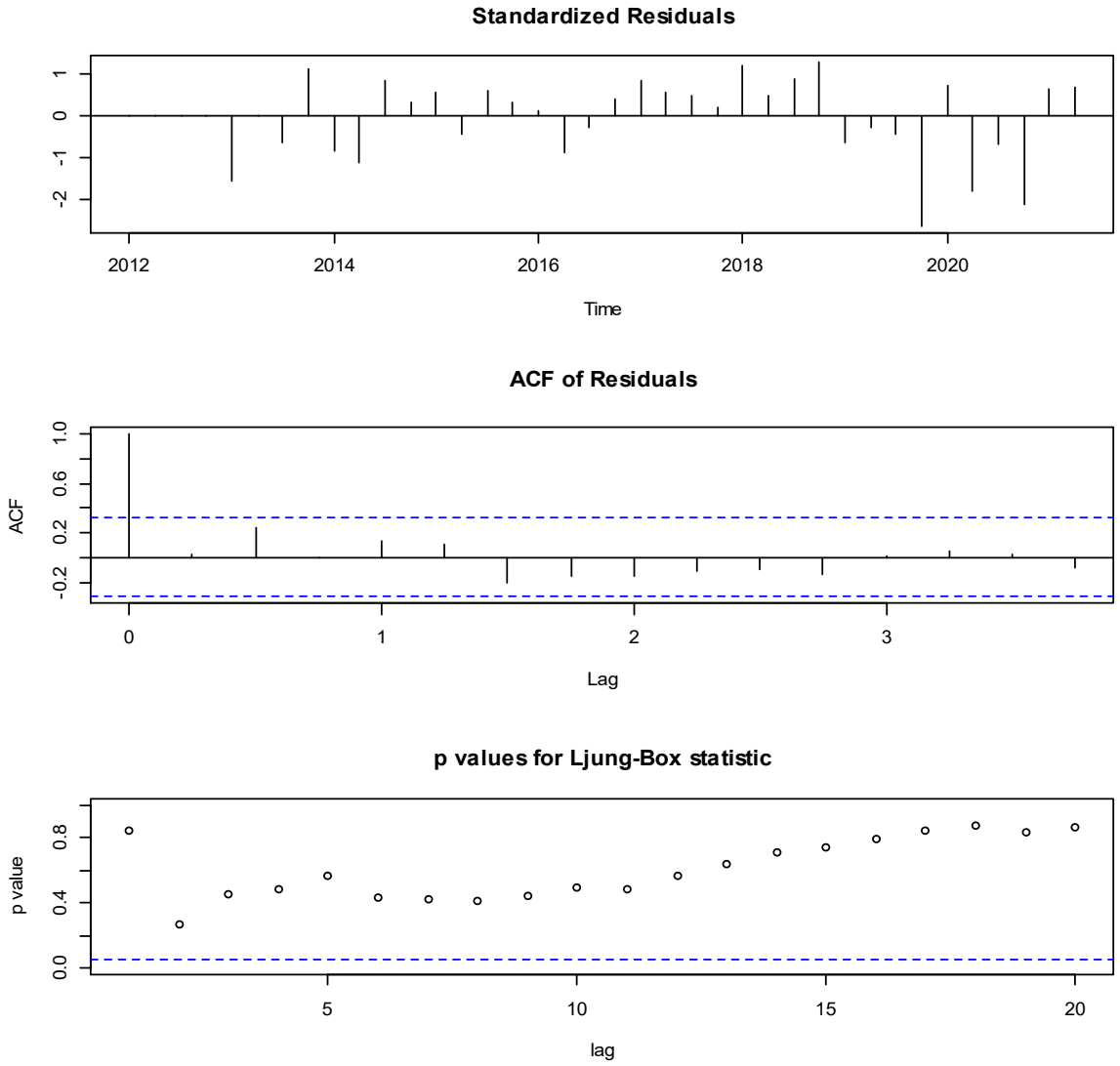


Figura 13 Modelo 2. Validación de residuales.

En la figura 14 se observan la FAC y la FACP para los rezagos iniciales, evidenciando la ausencia de autocorrelaciones significativas entre los mismos.

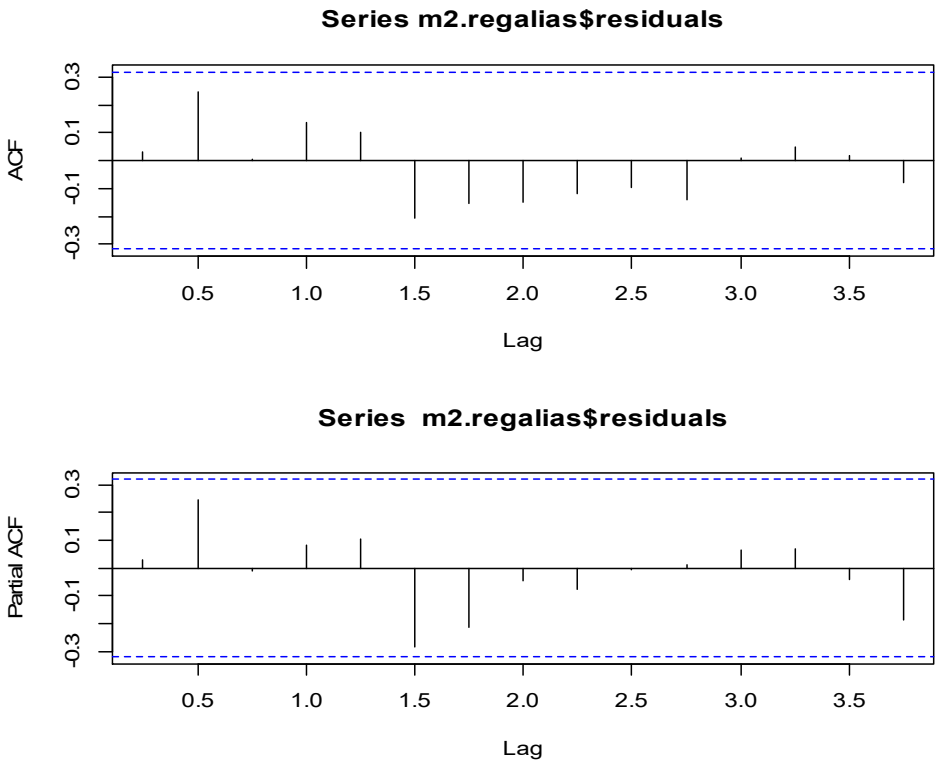


Figura 14 Modelo 2. FAC & FACP de los residuales.

<u>Comparación test estadísticos:</u>

Ambos modelos parecen superar las diferentes pruebas estadísticas; en un grado marginal, parecen existir inconvenientes en cuanto a la normalidad de los residuos respecto el modelo 2. En la Tabla 7, se muestran las diferentes pruebas realizadas:

Tabla 7 Pruebas estadísticas para los residuales.

TEST	MODELO 1	MODELO 2	HIPÓTESIS
LJUNG-BOX[6]	p-value = 0.6238	p-value = 0.4923	Ho: Autocorrelaciones no significativas
STUDENT'S	p-value = 0.3241	p-value = 0.6747	Ho: Media igual a cero
SHAPIRO-WILK	p-value = 0.1469	p-value = 0.0192	Ho: Residuales normales

[6] Para efectos de la prueba, se utilizó el rezago 10.

Pronóstico

En esta parte, se realizó un pronóstico de ocho trimestres adelante, evidenciando:

Modelo 1:

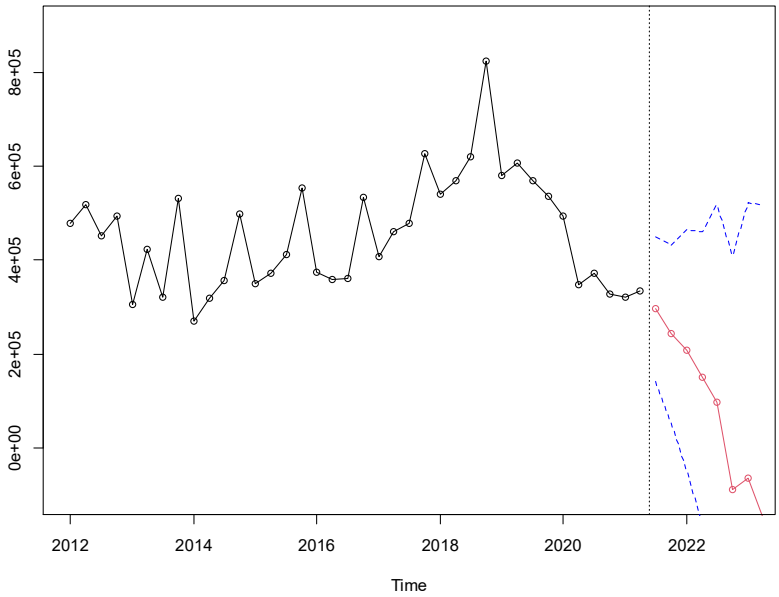


Figura 15 Modelo 1 - Pronóstico.

Modelo 2:

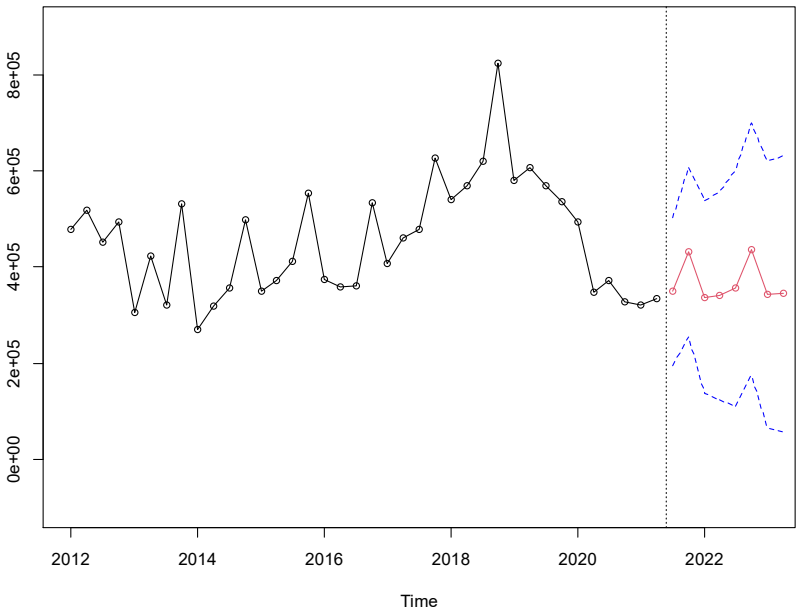


Figura 16 Modelo 2- Pronóstico.

Criterios de información

Al validar algunos de los criterios de información, se observa que favorecen al modelo 1, aún pese a que el mismo utiliza una mayor cantidad de parámetros:

Tabla 8 Criterios de información entre modelos.

MODELO	AIC	BIC
PRINCIPAL	**759.6048**	**767.8086**
SECUNDARIO	869.1555	875.2610

Precisión de los modelos

Tabla 9 Precisión de los modelos.

	Modelo Principal	***Modelo Secundario***
RMSE	60,438.53	69,199.63
MAPE	**9.785354**	12.98985

De acuerdo con los pronósticos observados el modelo 2 se observa más adecuado, aunque los criterios de información son mejores para el modelo 1.

Etapa final: Análisis aplicado a los departamentos de Guajira y Cesar como principales productores de carbón modelos SARIMA y SARIMAX

Inicialmente para cada serie se realizó el planteamiento de modelo SARIMA, junto a su verificación de parámetros y pronósticos. Posterior, se realizó el planteamiento del modelo SARIMAX en el cual se planteó evaluar si la serie de Cesar puede pronosticar el comportamiento de la serie Guajira en la producción de carbón, lo cual se verá reflejado en los valores de las contraprestaciones de regalías del país.

Caracterización de la muestra

Partiendo de la importancia que muestra el carbón dentro de las contraprestaciones producto de regalías de minerales a nivel nacional, se analizaron cuáles eran los departamentos con mayor aporte de producción de este. Los cuales corresponden a: Boyacá con un promedio en contraprestación de 4.010 millones de pesos; Cesar con un promedio en contraprestación de 122.796 millones de pesos; Cundinamarca con un promedio en contraprestación de 4.070 millones de pesos y La Guajira con promedio en contraprestación de 110.192 millones de pesos. Estos departamentos presentan características geológicas similares, lo cual se considera un factor relevante en cuanto la explotación del mineral en mención.

De acuerdo con los datos presentados, se observa que los departamentos que muestran mayor aporte sobre las contraprestaciones de regalías según la producción de carbón son: Cesar y Guajira. En la figura 17, se presentan datos correspondientes a los departamentos seleccionados según el mayor aporte a contraprestaciones en regalías producto de la explotación de carbón.

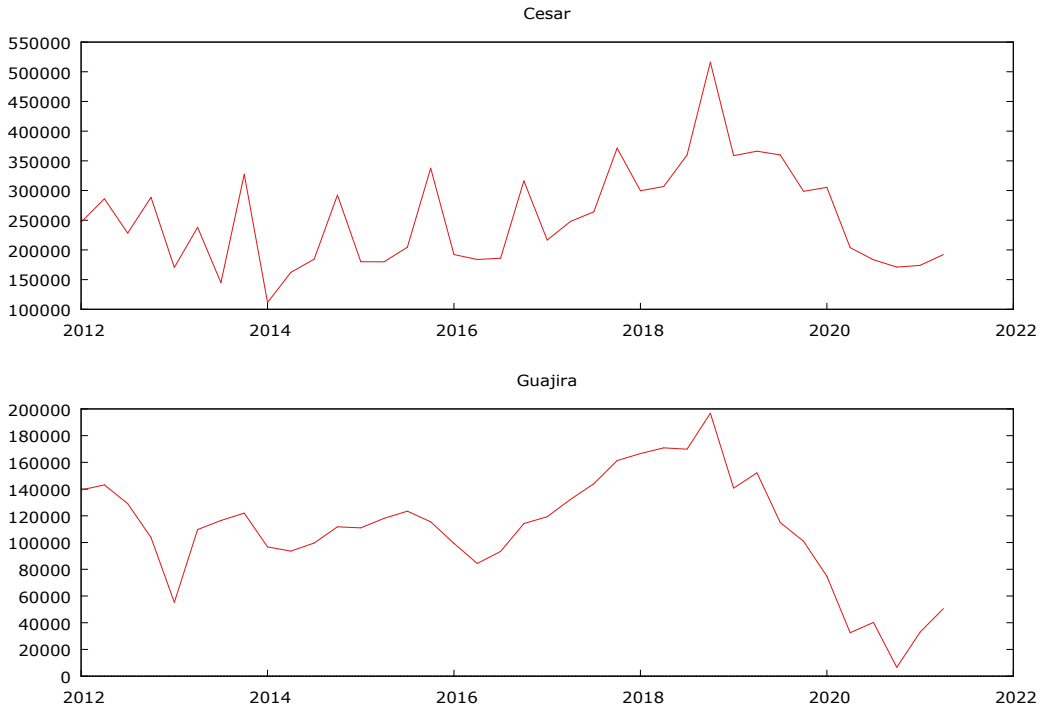


Figura 17 Contraprestaciones en el Sector minero departamentos Guajira y Cesar (2012-2021).

Estacionariedad

Al realizar las validaciones preliminares mediante pruebas de hipótesis para identificar el numero de diferencias óptimas para la serie en cuestión, se encontraron discrepancias respecto otros métodos de inspección inicial, siendo estos últimos más beneficiosos para el modelamiento y pronóstico posterior, tal como se evidencia a continuación.

Aplicando el criterio de V. Guerrro se obtuvo lo siguiente:

Tabla 10 Diferencias óptimas. Criterio de V. Guerrero serie Guajira.

NÚMERO DE DIFERENCIAS SERIE GUAJIRA	DESV. STD	
	Ordinaria	Estacional
0	41,900.8	**41,900.8**
1	**22,933.61**	46,659.17
2	34,027.27	61,641.35
3	62,328.77	95,719.71

Tabla 11 Diferencias óptimas. Criterio de V. Guerrero serie Cesar.

Número de diferencias serie Cesar	*Desv. Std*	
	Ordinaria	Estacional
0	**84,529.53**	**84,529.53**
1	90,487.47	84,666.59
2	160,270.2	111,716.1
3	302,383.2	182,494.5

En efecto la serie debe ser diferenciada una vez para lograr su estacionariedad, sin embargo, la serie Cesar según este análisis no requiere diferenciación alguna. Para contrastar dicho hallazgo se grafican las funciones de autocorrelación (FAC) bajo diferentes escenarios que puedan ser de ayuda en dicha decisión.

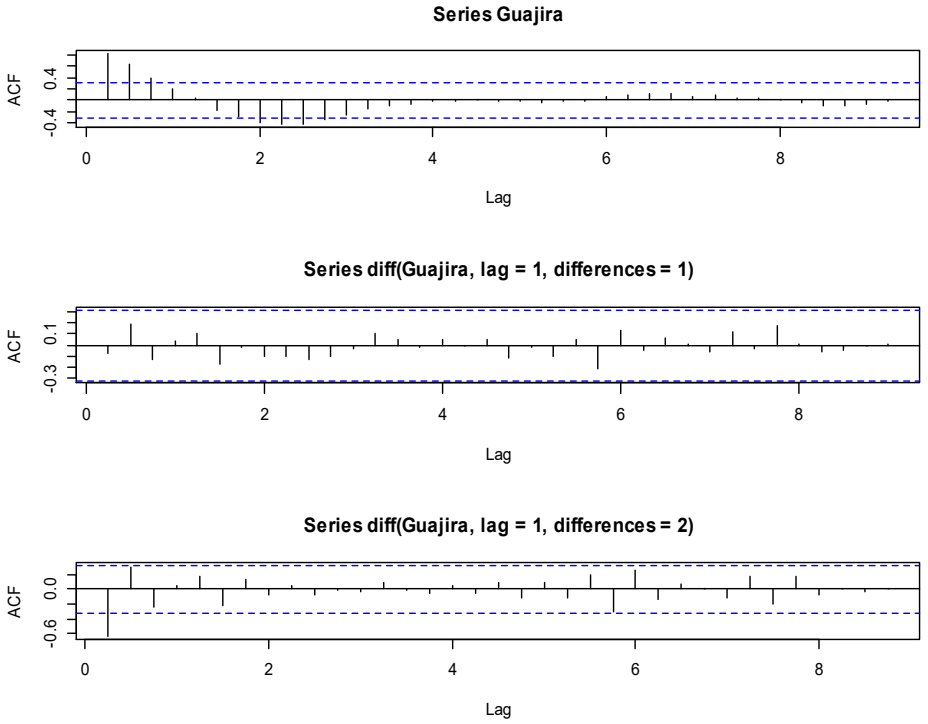


Figura 18 Diferencias ordinarias óptimas para el modelo de la serie Guajira.

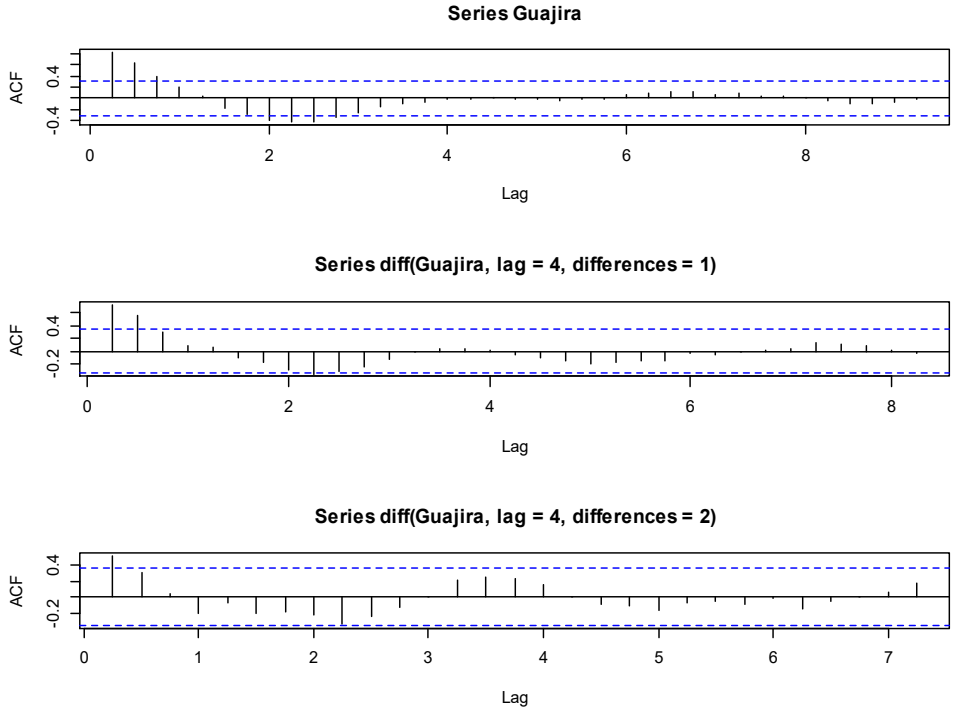


Figura 19 Diferencias estacionales óptimas para el modelo de la serie Guajira.

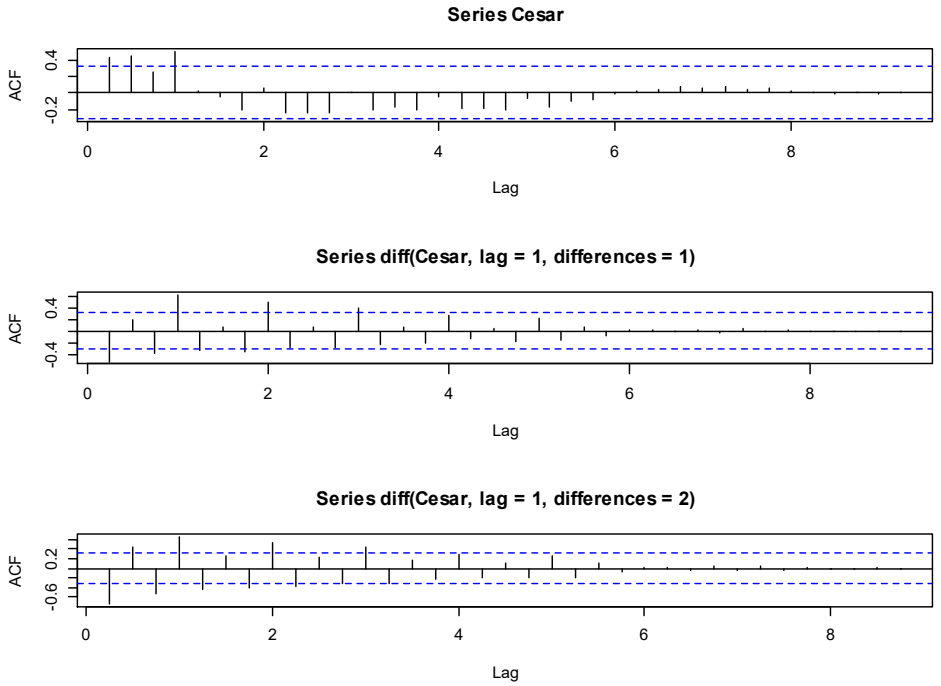


Figura 20 10Diferencias ordinarias óptimas para el modelo de la serie Cesar

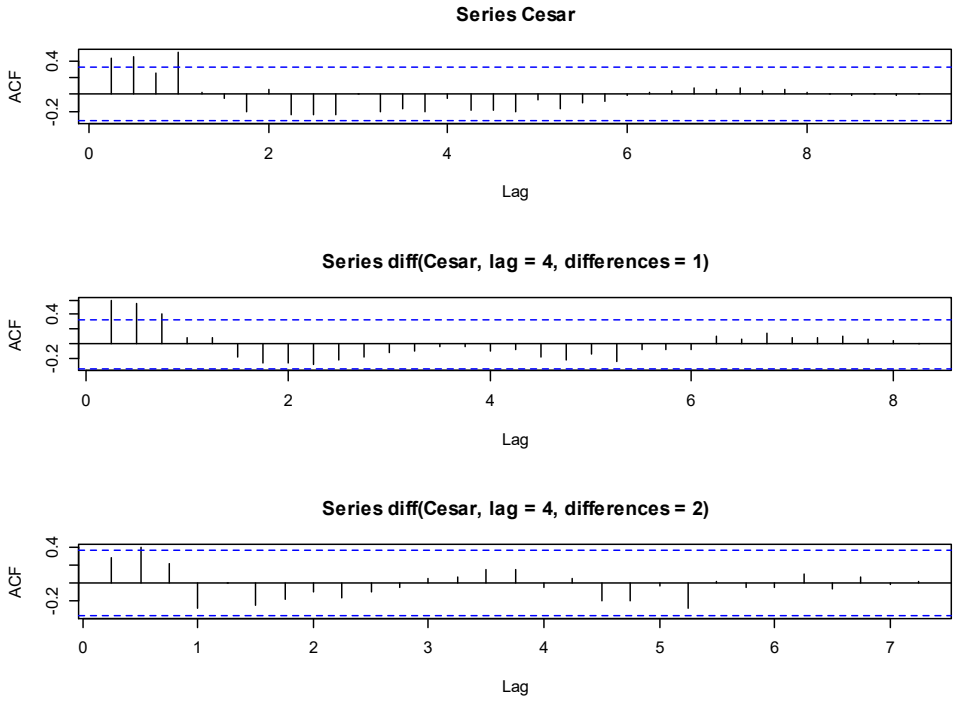


Figura 21 Diferencias estacionales óptimas para el modelo de la serie Cesar

Modelo identificado a partir de la estructura de autocorrelación.

En lo que respecta a la serie de Guajira se planteó el siguiente modelo:

$$SARIMA(1,1,0)(0,1,2)_4$$

Ecuación 7 Modelo 1. Etapa final

En lo que respecta a la serie de Cesar se planteó el siguiente modelo:

$$SARIMA(2,1,0)(0,0,1)_4$$

Ecuación 8 Modelo 2. Etapa final

Estimación

A continuación, se presenta la estimación de los modelos para cada serie, con sus correspondientes especificaciones:

- Modelo serie Guajira M1.

$$SARIMA(1,1,0)(0,1,2)_4$$

Especificación:

$$(1-\phi B)(1-B)(1-B^4)X_t = (1-\Theta B^4 - \Theta_2 B^8)a_t$$

$$a_t \sim RB(0, \sigma_a^2)$$

Ecuación 9 Especificación Modelo 1. Multivariado

Estimación:

$$(1+0.0340B)(1-B)(1-B^4)X_t = (1+0.9432B^4 - \ 0.0568B^4 - 1B^4)a_t$$

$$a_t \sim RB(0, 5.65e+08)$$

Ecuación 10 Estimación Modelo 1. Multivariado

Intervalos de confianza

Tabla 12 Modelo Guajira. Intervalos de confianza.

	2.50%	97.50%
AR1	-0.3740733	0.3061128
SMA1	**-1.6887328**	**-0.1975855**
SMA2	-0.5481335	0.4344639

En el cual, se evidencian parámetros significativos en la parte estacional [MA(1)].

- Modelo serie Cesar M2.

$$SARIMA(2,1,0)(0,0,1)_4$$

Especificación:

$$(1-\phi B-\phi_2 B^2)(1-B)X_t=(1-\Theta B^4)a_t$$

$$a_t \sim RB(0,\sigma_a^2)$$

Ecuación 11 Especificación Modelo 2. Multivariado

Estimación:

$$(1+0.6202B-0.1678B^2)(1-B)X_t=(1-0.5829B^4)a_t$$

$$a_t \sim RB(0,4.096e+09)$$

Ecuación 12 Especificación Modelo 2. Multivariado

Intervalos de confianza

Tabla 13 Modelo Cesar. Intervalos de confianza.

	2.50%	*97.50%*
ar1	**-0.9430080**	**-0.2974561**
ar2	-0.4884382	0.1527414
sma1	**0.2780014**	**0.8878780**

En el cual, se evidencian parámetros significativos en la parte estacional [AR(1)] y en la parte estacional [MA(1)].

Verificación de residuos

- Modelo serie Guajira M1.

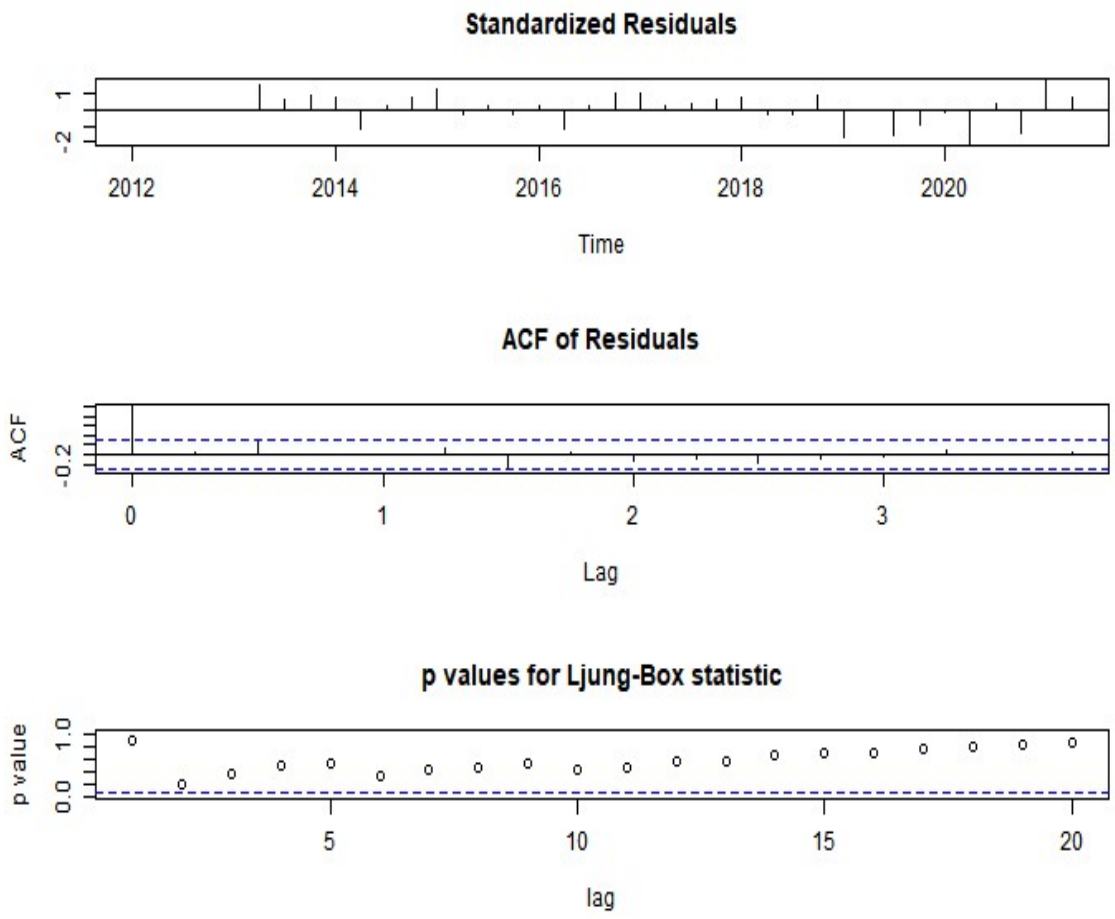


Figura 22 Modelo serie Guajira M1. Validación de residuales.

De acuerdo con la Figura 22, no se observan correlaciones significativas en los residuales, lo cual es corroborado por la prueba de estadística Ljung-Box.

- Modelo serie Cesar M2.

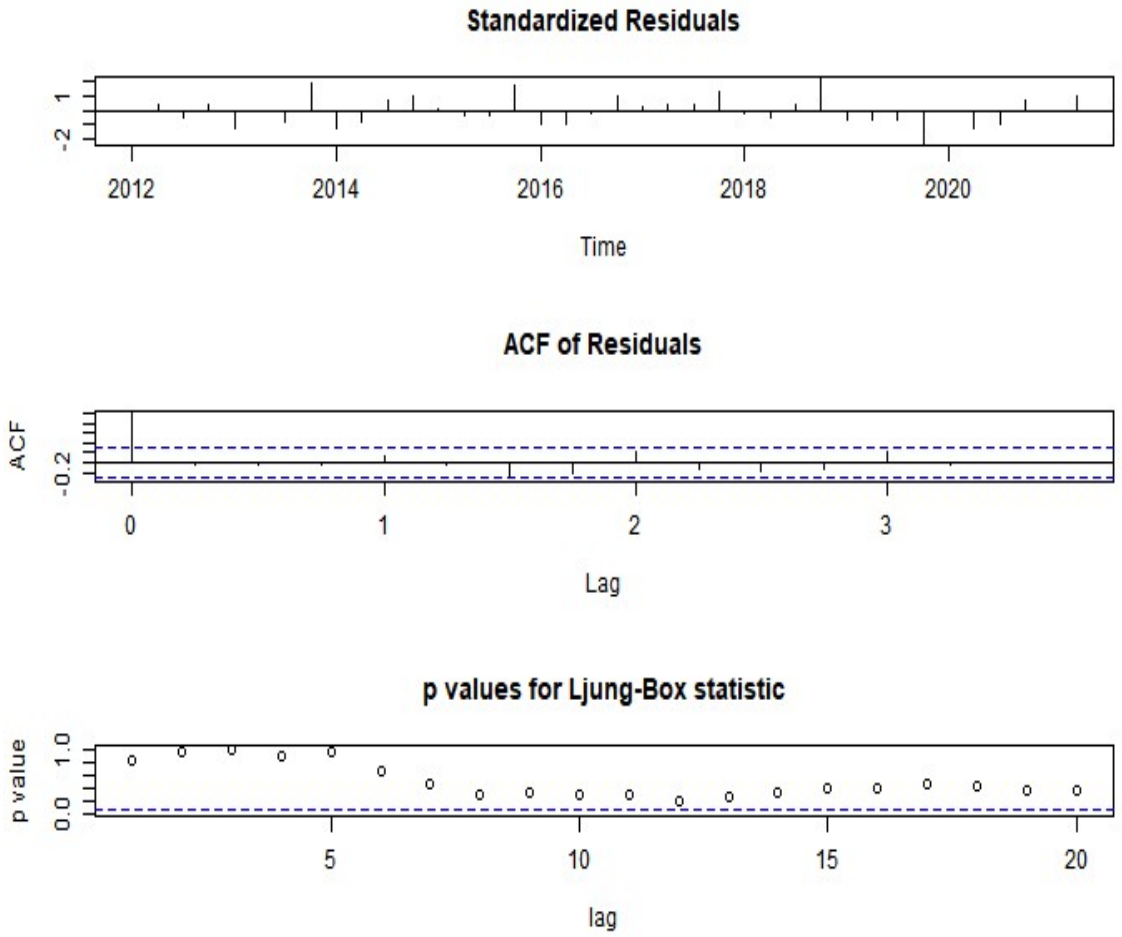


Figura 23 Modelo serie Cesar M2. Validación de residuales.

No se observan correlaciones significativas en los residuales (Figura 23), lo cual es corroborado por la prueba de estadística Ljung-Box.

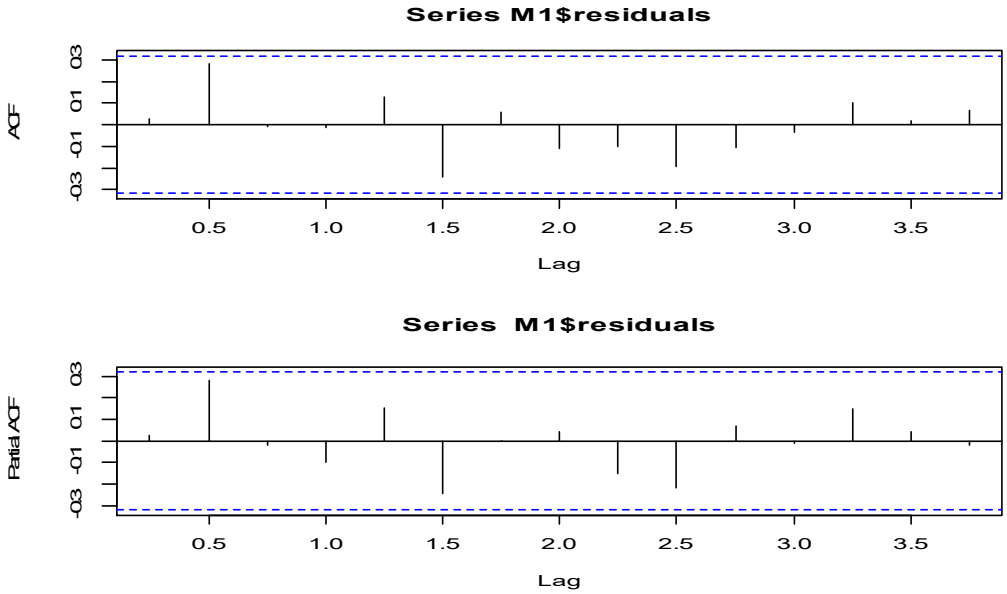


Figura 24 Modelo Guajira FAC & FACP Validación de residuales.

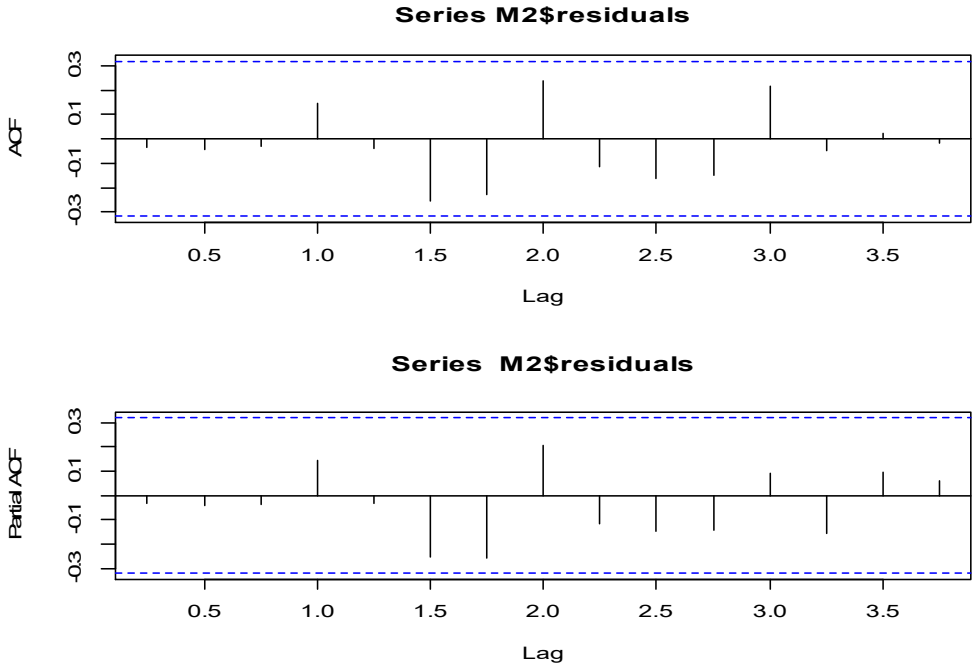


Figura 25 Modelo Cesar FAC & FACP Validación de residuales

No se observa correlación significativa para ninguna de las series en los rezagos iniciales.

Comparación test estadísticos:

Ambos modelos parecen superar las diferentes pruebas estadísticas; en un grado marginal, parecen existir inconvenientes en cuanto a la normalidad de los residuos.

Tabla 14 Pruebas estadísticas para los residuales.

Test	***M1 Guajira***	***M2 Cesar***	***Hipótesis***
Ljung-Box	p-value = 0.4246	p-value = 0.296	Ho: Autocorrelaciones no significativas
Student's	p-value = 0.5037	p-value = 0.9038	Ho: Media igual a cero
Shapiro-Wilk	p-value = 0.121	p-value = 0.7654	Ho: Residuales normales

Pronóstico

Pronostico ocho trimestres adelante, se evidencia:

M1:

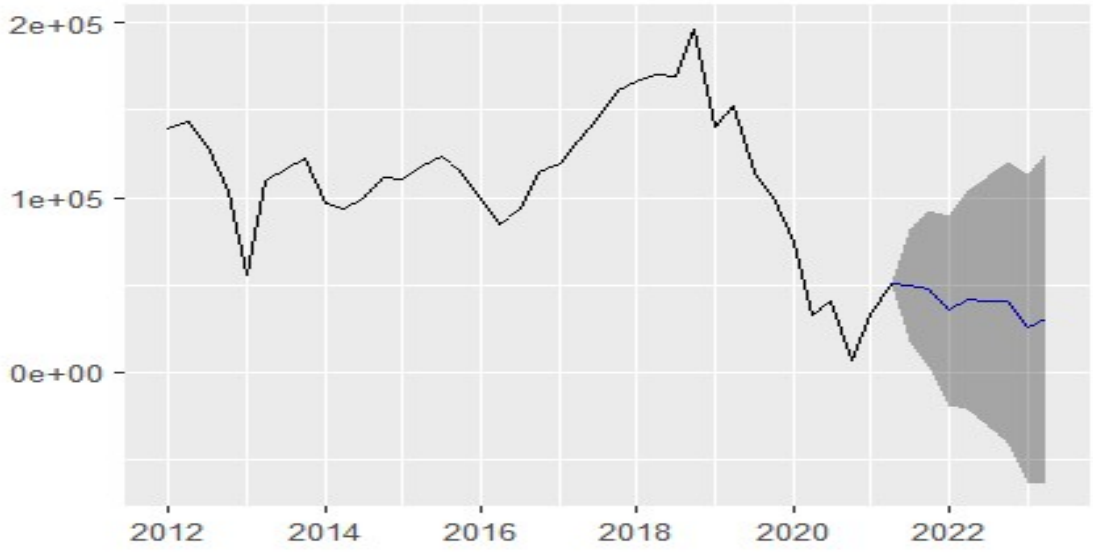


Figura 26 Modelo M1 - Pronóstico

M2:

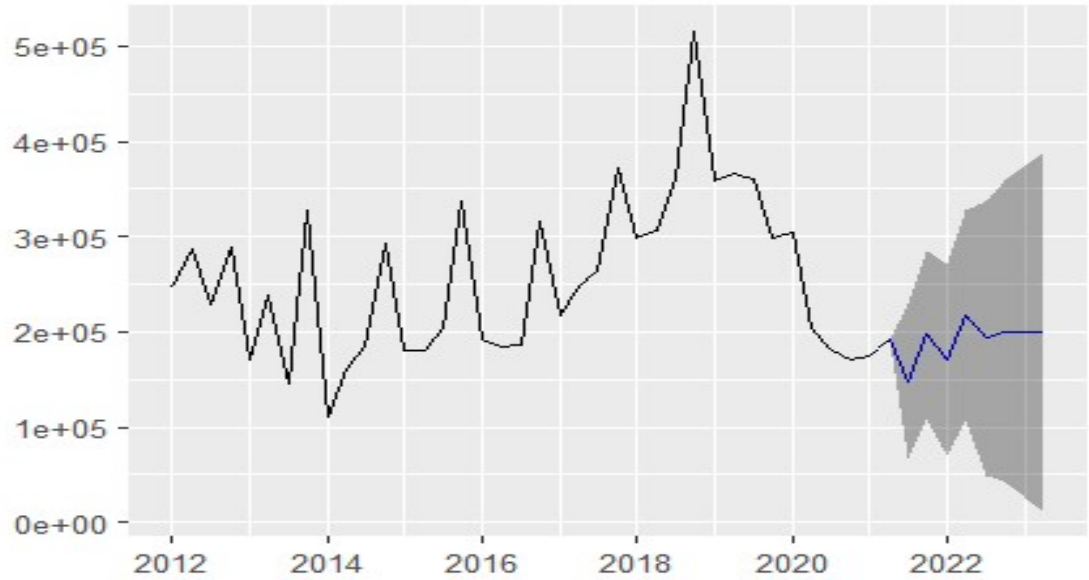


Figura 27 Modelo M2 – Pronóstico.

Criterios de bondad de ajuste

Al validar algunos de los criterios de información, se evidencia que algunos favorecen al Modelo Guajira, tal como se observa en la Tabla 15:

Tabla 15 Criterios de información entre modelos.

MODELO	AIC	BIC	MAPE	RMSE
M1 GUAJIRA	**772.1**	**778.08**	33.0698	**21137.43**
M2 CESAR	930.79	937.24	**20.26824**	60541.37

De manera general, las dos series presentan unos pronósticos adecuados según los modelos planteados. En adición, la validación de residuales permitió evidenciar la no existencia de correlaciones significativas lo cual indica que el modelo recoge los valores relacionados.

Planteamiento modelo SARIMAX

La anterior verificación permitió confirmar la adecuación de los modelos y con base en ello se plantea un modelo SARIMAX, con el cual se busca identificar si existe cierta influencia por parte de la serie Cesar(M2) sobre la serie Guajira(M1) en términos de sus contraprestaciones producto de la explotación de carbón.

A partir de estas, se realiza una prueba para verificar que exista correlaciones significativas entre las mismas.

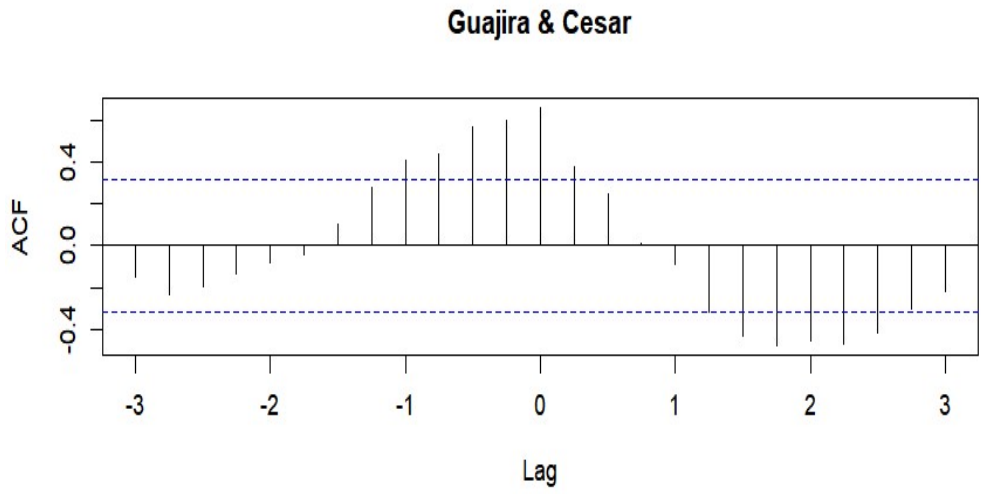


Figura 28 Correlación cruzada entre M1 y M2.

Se realizo una correlación cruzada confirmado la existencia de correlaciones significativas entre las series planteadas, predominado el rezago contemporáneo y rezagos vecinos.

- Modelo SARIMAX

$$SARIMAX(1,1,0)(0,1,2,4)$$

Ecuación 13 Modelo SARIMAX

Forma general de un modelo SARIMAX

$$\Phi_P(B^S)\phi_P(B)\nabla_S^D\nabla^d x_t = \alpha + \Theta_Q(B^S)\theta_q(B)w_t + \sum_{k=1}^{r} By_{t-k}$$

$$X_t = (1-\Theta_1 B^4)(1-\theta_1 B)a_t$$

$$\Phi_P(B^S)\phi_P(B)\nabla_S^D\nabla^d x_t = w_t + \sum_{k=1}^{r} By_{t-k}$$

Ecuación 14 Especificación Modelo SARIMAX

Estimación:

$$y_t = 0.2316 * Cesart + u_t$$

Donde u_t sigue un proceso ARIMA (1,1,0)(0,1,2)_4

$$(1+0.1747B)(1-B)(1-B^4)^1 U_t = (1-0.9913B^4 - 0.0087B^8)a_t$$

$$a_t \sim RB(0, 3.86e+08)$$

Ecuación 15 Estimación Modelo SARIMAX

Intervalos de confianza

Tabla 16 Modelo SARIMAX. Intervalos de confianza.

	2.50%	***97.50%***
ar1	-0.5724653	0.2231353
sma1	**-1.8220086**	**-0.1606013**
Sma2	-0.3956965	0.3783067
Xreg	**0.1024510**	**0.3607186**

En el cual, se evidencian parámetros significativos en la parte estacional [MA(2)] y en la parte estacional xreg (variable exógena).

Verificación de residuos

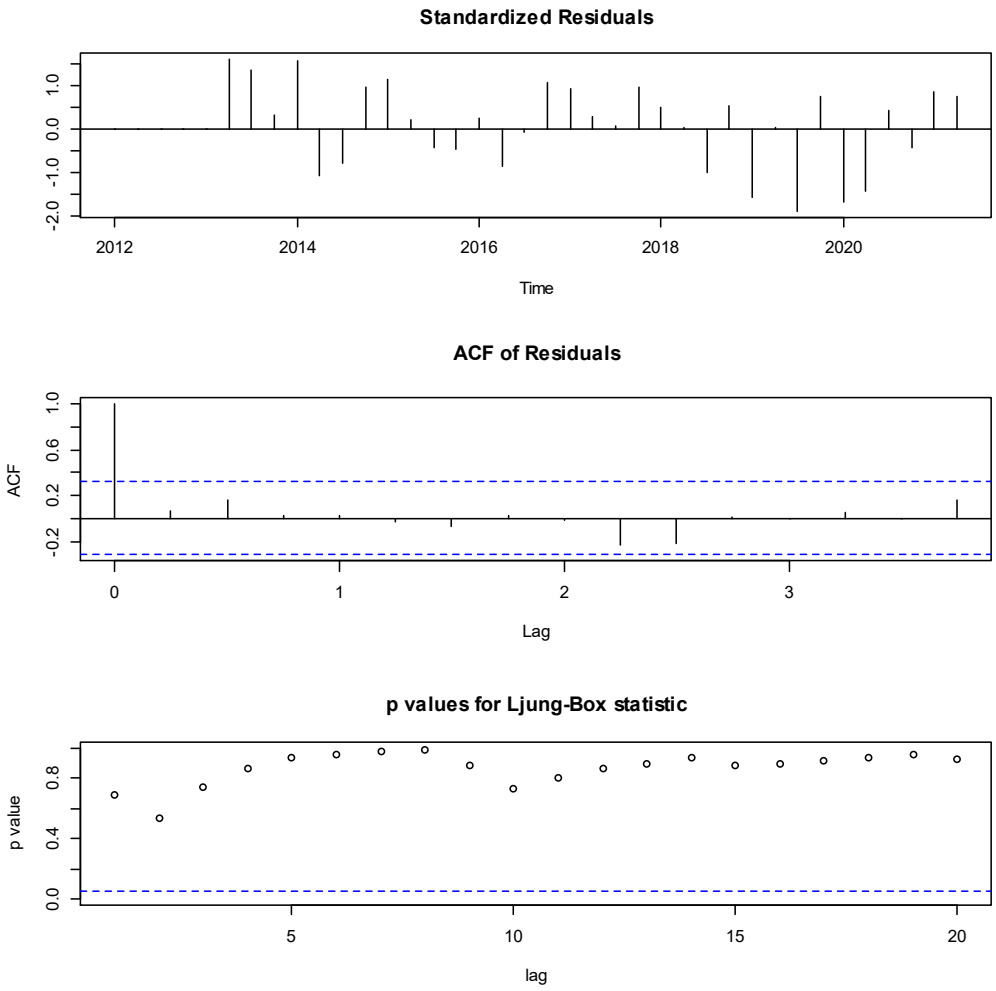


Figura 29 Modelo SARIMAX. Validación de residuales.

La Figura 29 indica que no hay correlaciones significativas en los residuales, revelando que el modelo capturo de manera adecuada la autocorrelación entre las series evaluadas.

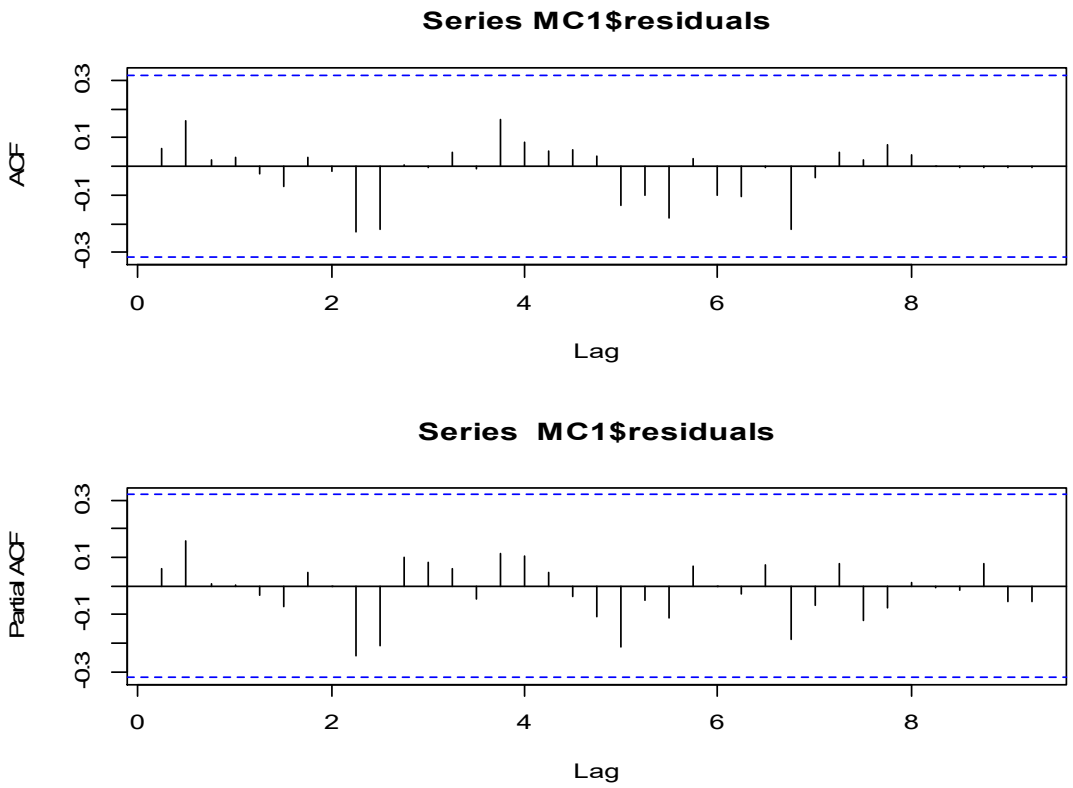


Figura 30 Modelo SARIMAX.FAC & FACP de los residuales.

Se evidencia ausencia de autocorrelaciones significativas entre los mismos.

<u>Comparación test estadísticos:</u>

Ambos modelos parecen superar las diferentes pruebas estadísticas; en un grado marginal, parecen existir inconvenientes en cuanto a la normalidad de los residuos.

Tabla 17 Pruebas estadísticas para los residuales SARIMAX.

Test	***SARIMAX***	***Hipótesis***
Ljung-Box	p-value = 0.7332	Ho: Autocorrelaciones no significativas
Student's	p-value = 0.6302	Ho: Media igual a cero
Shapiro-Wilk	p-value = 0.2491	Ho: Residuales normales

Tabla 18 Criterios de información entre modelos.

MODELO	AIC	BIC	MAPE	RMSE
M1 GUAJIRA	772.1	778.08	33.0698	21137.43
M2 CESAR	930.79	937.24	20.26824	60541.37
SARIMAX	**760.74**	**768.22**	**18.60**	**17173.17**

Como se resume en la tabla 18, en efecto el modelo planteado para la variable principal Guajira con la variable exógena serie Cesar presenta los mejores resultados para los criterios de MAPE y RMSE indicando que en efecto puede existir una influencia de la variable exógena para la predicción del comportamiento de la variable principal. Esto lo confirmaremos con el pronóstico.

Pronósticos

Inicialmente se planteó un modelo para la serie regresora/exógena (Cesar), con el propósito de pronosticar el comportamiento de la misma y con base en este pronóstico realizar el pronóstico del modelo SARIMAX.

Modelo SERIE REGRESORA (Cesar)

$$SARIMA(2,0,0)(0,1,1)[4]$$

Ecuación 16 Modelo SARIMAX Serie regresora

Especificación:

$$(1-\phi B-\phi_2 B^2)(1-B^4)X_t=(1-\Theta B^4)a_t$$
$$a_t \sim RB(0,\sigma_a^2)$$

Ecuación 17 Especificación Modelo SARIMAX Serie regresora

Estimación:

$$(1 + 0.5261B - 0.2907B^2)(1 - B)X_t = (1 - 0.5812B^4)a_t$$

$$a_t \sim RB(0, 3.577e + 09)$$

Ecuación 18 Estimación Modelo SARIMAX Serie regresora

Se realizo una verificación de los residuales logrando evidenciar ausencia de correlaciones significativas y un pronóstico adecuado.

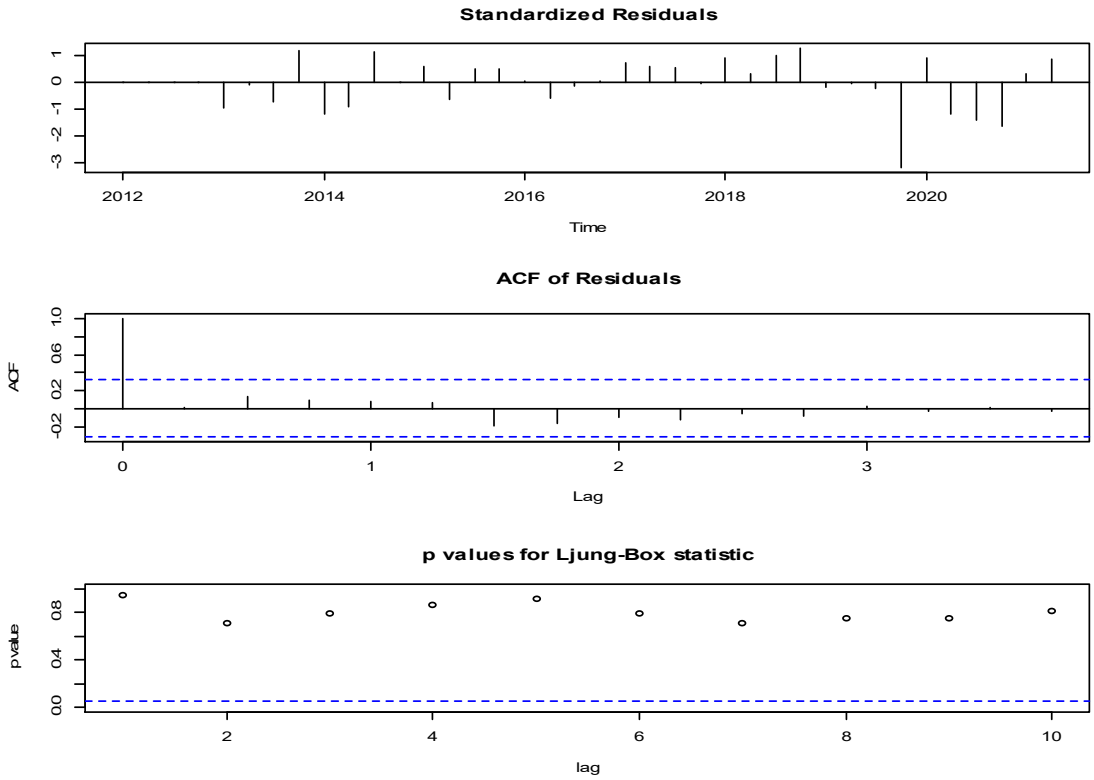


Figura 31 Modelo SERIE REGRESORA. Validación de residuales.

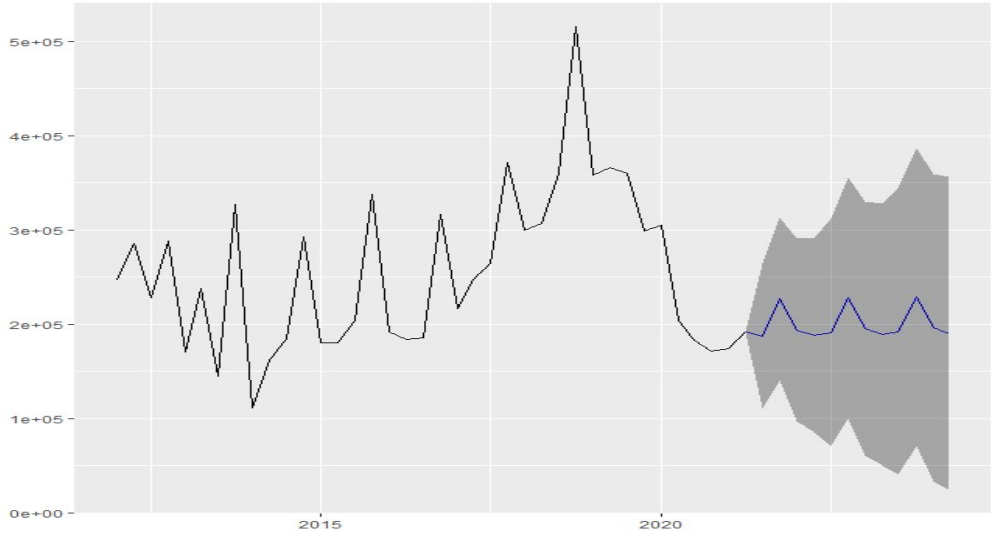


Figura 32 Pronostico modelo SERIE REGRESORA.

Una vez realizado el pronóstico de la variable exógena en este caso serie de Cesar, se realiza el pronóstico para la serie principal que es Guajira 12 trimestres adelante.

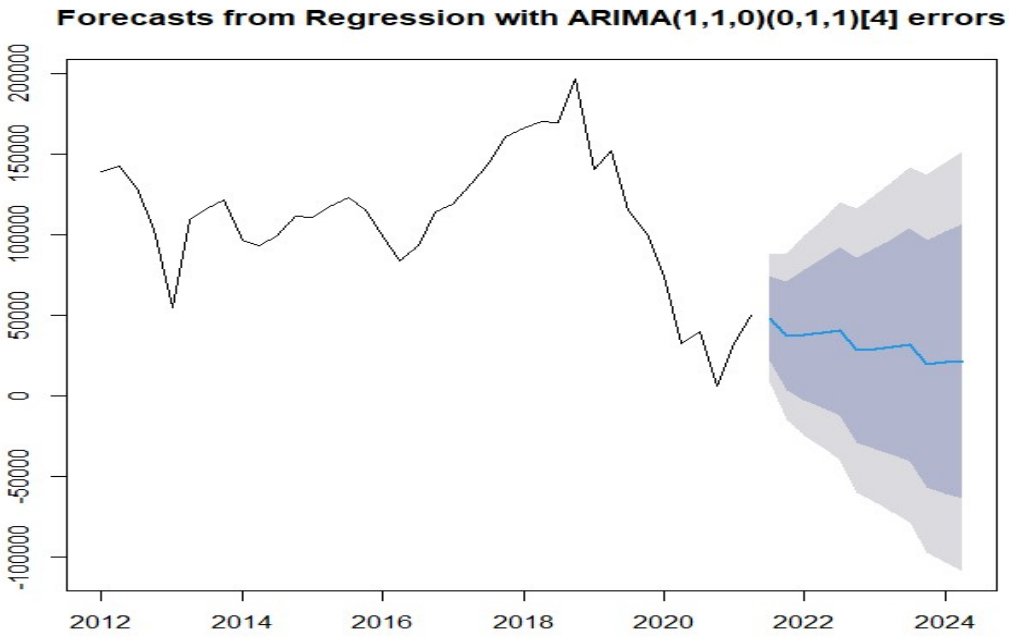


Figura 33 Pronostico modelo SARIMAX.

El modelo SARIMAX planteado para predecir la influencia que el departamento de Cesar puede tener sobre el departamento de la Guajira, pronostica una tendencia adecuada con un MAPE de 18, 60 y RSME 17173.17 siendo estos tolerables para las magnitudes que se trabajan.

Discusión

En lo que compete a la primera parte de la sección de modelos univariados, se logró evidenciar que ambos modelos presentan un comportamiento similar, sin desconocer que el modelo con mejor compartimiento y recomendado es el denominado “m2” conforme a determinados criterios de información. Es importante mencionar que el modelo “m1” también paso las pruebas de hipótesis y presento estacionalidad, por ende, el factor decisivo lo marco la validación cruzada dándonos a conocer el poder de predicción. En la verificación de residuales, se observaron comportamientos adecuados, indicando que los modelos lograban captar el comportamiento de los datos.

El modelo que presenta mayor calidad de predicciones es el 2, lográndose observar un comportamiento similar a periodos anteriores. Sin embargo, se debe realizar ensayos a intervalos de tiempo diferentes para evaluar si el comportamiento se mantendría.

Para la segunda parte correspondiente a modelos multivariados los modelos base presentaron comportamientos adecuados, lo cual se evidencio en la validación de residuales con resultados adecuados y los pronósticos tenían coherencia con lo observado en los datos.

De manera general, para el modelo multivariado planteado para el pronóstico 12 meses adelante del comportamiento de la producción de carbón del departamento de la Guajira con influencia de la serie del departamento Cesar permite observa un pronóstico constante durante el periodo inicial y posterior, se presentaría una disminución. Sin embargo, lo recomendable es ensayar periodos más largos de tal manera que se logre evidenciar si el modelo funciona de manera adecuada.

Se deben considerar factores externos y ajenos a la capacidad de exploración minera de los departamentos, tales como: situación social del país, condiciones climáticas, costos de exploración

etc., los cuales pueden influenciar el comportamiento en la explotación minera y por consiguiente puedan afectar la calidad de predicción de los modelos planteados. Lo recomendado es realizar predicciones y actualizaciones en los modelos cuando se presenten alteraciones en variables que sean significativas.

Con este tipo de estudios se puede marcar una pauta en la importancia de los modelos predictivos para el incentivo y prospecto productivo municipal de minerales, así como promulgar la inversión del gobierno en algunos municipios representativos del país en materia de crecimiento local y curva de urbanismo, todo apalancado por los recursos económicos provenientes de regalías o auxilios económicos directos de empresas extractivas.

Conclusión

La generación de contraprestaciones de regalías producto de la explotación minera podrían ser predecibles a través de modelos estadísticos, los cuales proporcionan herramientas útiles para evaluar inversiones en el sector de interés. En efecto, se pudo plantear un modelo multivariado que permitió observar un pronóstico influenciado por una serie regresora sobre la serie de interés. En adición, la verificación de criterios es adecuada, lo cual permite afirmar que este tipo de estudio se podría replicar para otros departamentos, otros minerales y asi lograr obtener información que puede ser de interés para evaluar qué sectores deben ser apoyados.

Recomendaciones

Se recomienda evaluar la realización de ensayos en los cuales se pueda analizar influencia de la capacidad de áreas productivas de los departamentos sobre la capacidad de producción y la influencia en la generación de contraprestaciones por regalías.

Es adecuado, la realización de pruebas en intervalos de tiempo variados y hacer comparaciones respecto los valores observados en los informes reportados por los organismos responsables del tema en cuestión.

Bibliografía

Agencia Nacional de Minería. (20 de Junio de 2022). *Lecciones aprendidas*. Obtenido de ANM: https://www.anm.gov.co/?q=lecciones-aprendidas

Agencia Nacional de Minería. (14 de 06 de 2022). *ANM.* Obtenido de Fiscalización Minera: https://www.anm.gov.co/?q=fiscalizacion-minera

Agencia Nacional de Minería. (2022). *Sabana de Accidentalidad 2005-2022.* Bogotá.

Boletín Estadístico Ministerio de Energía 2016-2020.

Gujarati N., D., Porter C., D. *Econometría*. Quinta ed. McGraw Hill, 2010.

Ministerio de Ambiente. https://www.minambiente.gov.co/planeacion-y-seguimiento/sistema-general-de-regalias-sgr/

Ministerio de hacienda. https://www.minhacienda.gov.co/webcenter/portal/SGR

Moreno L., Edna C. *Notas de clase Series de tiempo univariadas*, 2022.

Sistema General de Regalías Distribución (Actualizado Ley 2056).

TABLERO DE CONTROL ANM_29.08.2021. Obtenido de ANM: https://www.anm.gov.co

Títulos vigentes de carbón en Colombia, gerencia de seguimiento y control minera de la ANM.

LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA