



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

Harbey Millán Rodríguez

**Director:
Msc. Sebastián Lozano Forero**

**Especialización en Estadística Aplicada
Fundación Universitaria Los Libertadores
Santafé de Bogotá. Diciembre de 2017**



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

AGRADECIMIENTOS.

A los docentes de la Especialización en Estadística Aplicada Virtual
de la Fundación Universitaria Los Libertadores por sus valiosas orientaciones.



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Nota de Aceptación:

Jurado 1

Jurado 2

Director de Tesis



TABLA DE CONTENIDO.

	Pág.
RESUMEN	10
INTRODUCCION	11
1.OBJETIVOS	12
1.1.OBJETIVO GENERAL	12
1.2.OBJETIVOS ESPECÍFICOS.	12
2.MARCO TEORICO.	13
2.1.CONTEXTO.	13
2.2.SERIES DE TIEMPO.	15
3.MARCO METODOLOGICO.	18
3.1.SELECCIÓN DE SERIES TEMPORALES Y SALIDAS GRÁFICAS.	18
3.2.APLICACIÓN DE LAS FUNCIONES DE AUTOVARIANZA Y AUTOCORRELACION	19
3.3.Metodología de Box-Jenkins. Ajuste de Modelos ARIMA (p, d, q).	19
3.4.APLICACIÓN DE PRUEBAS DE RAÍZ UNITARIA.	21
3.5.CONSTRUCCIÓN DE MODELOS SARIMA.	22
3.6.VERIFICACIÓN DE SUPUESTOS Y GENERACIÓN DE PRONÓSTICOS.	23



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

3.7.MODELOS DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL.	24
3.7.1.Algoritmo Simple	24
3.7.2.Algoritmo de Holt	25
3.7.3.Algoritmo de Holt Winters.	25
3.8.DISCUSIÓN E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.	26
4.ANALISIS Y RESULTADOS.	27
4.1.METODOLOGÍA BOX-JENKINS	27
4.1.1.Serie del precio internacional del oro	27
4.1.1.1. Tratamiento Estadístico Función ARIMA.	27
4.1.2.Serie de la producción anual de oro en Colombia.	34
4.1.2.1. Tratamiento Estadístico Función ARIMA	34
4.2.METODOLOGIA DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL.	41
4.2.1.La Metodología es la siguiente	41
4.2.2.Serie Precio Internacional del Oro.	42
4.2.3.Serie Producción Anual del Oro en Colombia	49
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	58
REFERENCIAS.	61
ANEXOS.	63



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

LISTA DE GRAFICAS

	Pág.
Grafica 1. Gráfico comportamiento del precio del oro y el dólar. Fuente: Euribor, 2016.	15
Grafica 2. Gráfico Serie Precio Internacional del Oro.	28
Grafica 3. Gráfico Serie Transformada Precio Internacional del Oro.	29
Grafica 4. ACF y ACFP de Serie Precio Internacional del Oro	30
Grafica 5. Validación supuestos Serie Precio Internacional del Oro.	32
Grafica 6. Gráfico de pronóstico Serie Precio Internacional del Oro.	33
Grafica 7. Gráfico de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia	34
Grafica 8. Transformación de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia	36
Grafica 9. ACF y ACFP de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia	37
Grafica 10. Validación de supuestos de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia	39
Grafica 11. Gráfico de pronósticos de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia	40
Grafica 12. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo Simple.	43
Grafica 13. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo de Holt.	44
Grafica 14. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo de Holt – Winters (método multiplicativo)	46
Grafica 15. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo de Holt – Winters (método aditivo)	47
Grafica 16. Validación de supuestos del modelo seleccionado precio internacional del oro.	49



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 17. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo Simple.	50
Grafica 18. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo de Holt.	53
Grafica 19. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo de Holt – Winters (método multiplicativo)	54
Grafica 20. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo de Holt – Winters (método aditivo)	55
Grafica 21. Validación de supuestos del modelo seleccionado producción anual del oro en Colombia.	57



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Comparación de Modelos ARIMA Serie Precio Internacional del Oro.	31
Tabla 2. Comparación de Modelos ARIMA Serie Producción Anual del Oro en Colombia.	38
Tabla 3. Comparación de modelos alisamiento exponencial de la serie precio internacional del oro.	48
Tabla 4. Comparación de modelos de alisamiento exponencial para la serie producción anual de oro en Colombia.	56



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. SERIE PRECIO INTERNACIONAL DEL ORO. Unidad en dólares americanos por onza troy.	63
Anexo B. SERIE PRODUCCION ANUAL DEL ORO EN COLOMBIA. Unidades Kilogramos.	77



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

RESUMEN

En el presente informe se propone modelar las series temporales de precio internacional del oro en dólares y producción anual de oro en Colombia, a través de las metodologías de Box-Jenkins y Alisamiento Exponencial con el fin de generar pronósticos de dichas series con los modelos validados, a su vez se establecen comparaciones de los resultados de ambas series temporales.

Es de tener en cuenta que los proyectos de exploración, explotación y beneficio aurífero, entran en dependencia con las expectativas de inversión y precios futuros del metal precioso.

Entender esos modelos y parametrizaciones, permite conocer el comportamiento de esas series temporales, por la importancia que tiene el patrón oro en la economía, y en el caso colombiano porque la explotación y comercialización del oro en las regiones, más que fuente de riqueza, se ha convertido en factor de violencia y actividades ilícitas en toda su cadena.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

CAPITULO 1.

INTRODUCCION

Uno de los metales más importantes y valiosos que se extrae, beneficia y comercializa es el oro, por constituirse en un patrón monetario y los múltiples usos a nivel industrial y tecnológico que tiene en la actualidad.

El presente informe y su desarrollo se enfoca en la modelación de las series de tiempo correspondientes a precio internacional del oro y producción anual del oro en Colombia, en consideración al relacionamiento que presentan estas variables, lo cual permite el análisis y comparación de los resultados para concluir sobre el comportamiento estadístico de dichas series y así presentar la aplicabilidad de los pronósticos realizados.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

1. OBJETIVOS

1.1. OBJETIVO GENERAL

Modelar las series de tiempo de precio internacional del metal precioso en dólares y producción de oro en Colombia, para establecer su comportamiento y relación a través de los parámetros de los modelos estadísticos resultantes.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Modelar la serie temporal de precio internacional del oro utilizando las metodologías de Box-Jenkins y Alisamiento Exponencial.
- Modelar la serie temporal de producción anual de oro en Colombia utilizando las metodologías de Box-Jenkins y Alisamiento Exponencial.
- Establecer las características tanto cuantitativas como cualitativas de las series temporales analizadas precio internacional del oro y producción anual del oro en Colombia.
- Determinar los parámetros de las series temporales precio internacional del oro y producción anual del oro en Colombia, y a partir de éstos obtener resultados sobre el comportamiento y pronósticos de las series temporales con un buen grado de certidumbre.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

CAPITULO 2.

2. MARCO TEORICO.

El presente informe y su desarrollo se enfoca en la generación de modelos de las series de tiempo correspondientes a precio internacional del oro y producción anual del oro en Colombia, en consideración al relacionamiento que presentan estas variables, lo cual permite la comparación de los resultados para concluir sobre el comportamiento estadístico de dichas series y así presentar la aplicabilidad de los parámetros, tendencias y pronósticos realizados.

2.1. CONTEXTO.

Colombia ha sido tradicionalmente productor de oro, en sus diversos tipos de yacimiento: vetiforme, aluvial y diseminado, estos se encuentran en varias regiones y departamentos del país como el Bajo Cauca, Chocó, Nariño, Sur de Bolívar, Córdoba, Antioquia, Huila, los Santanderes, entre otras.

Uno de los factores que incide en la exploración, explotación y beneficio del oro, es el precio de compra del metal, el cual su vez depende de factores sociales, económicos, políticos y ambientales del orden nacional e internacional.

Para comprender mejor lo que influye en la evolución del oro a través del tiempo, es esencial recordar algunos datos fundamentales con respecto a esta materia prima. Un dato importante, en particular es que el oro sólo lo producen algunos países incluidos China, Australia, Estados



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Unidos, Rusia y Sudáfrica. También es destacable tener en cuenta que Sudáfrica, que ya era el primer productor mundial en los años ochenta sólo produce un 8% del oro actualmente. (Invertir Oro, 2017).

En el caso del oro y la plata, estos metales preciosos ofrecen un refugio del valor del dinero en tiempos de crisis, particularmente cuando los bancos centrales (en particular, el Banco de Reserva Federal de los Estados Unidos, FED, por sus siglas en inglés) intentan estimular la actividad económica mediante la reducción de tasas de interés y el debilitamiento de sus monedas. (Burga V., 2014).

Hay una serie de cualidades distintivas que diferencian al oro de otros commodities. Entre esas cualidades están: su papel en la gestión de activos de reservas de los bancos centrales, su uso como componente esencial utilizado en la industria de la electrónica, y en aplicaciones médicas y dentales, entre otros.

Durante miles de años, el oro ha sido valuado como una moneda global, como commodity, como objeto de inversión y objeto de valor precioso. Es un elemento escaso pero perdurable y la diversidad geográfica de su producción contribuye a que tenga una baja volatilidad en relación con otras materias primas.

El oro es sinónimo de lujo y riqueza. La mitad de todo el oro que existe está fuera del suelo en forma de joyas. Actualmente el 61% de la producción de oro se utiliza para joyería, 27% se

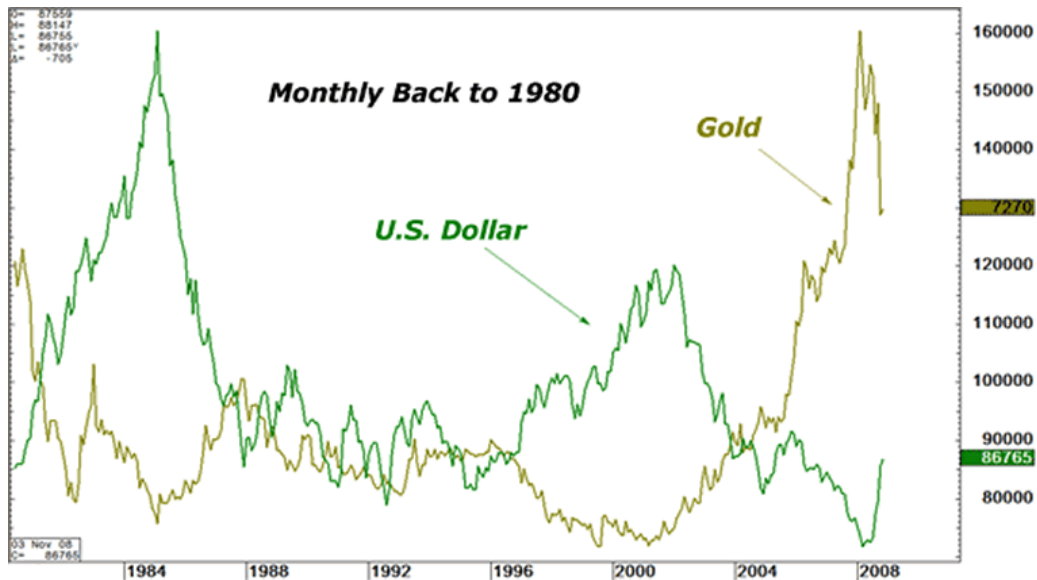
**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

usa como un activo financiero negociable en bolsa y el 12% restante en la industria. (El día.com, 2013).

El precio del oro está generalmente inversamente relacionado con el valor del dólar de los Estados Unidos. Un dólar más fuerte tiende a mantener el precio del oro más bajo y controlado. Por el contrario, un dólar más débil es probable que conduzca el precio del oro más alto. Esto se da porque la gente tiene una tendencia a invertir y el comercio en dólares cuando el dólar es fuerte. En tiempos de incertidumbre económica y especialmente con un dólar débil, se prefiere invertir en oro, a través de vehículos como los fondos de oro o monedas.

Grafica 1.Gráfico comportamiento del precio del oro y el dólar. Fuente: Euribor, 2016.



2.2. SERIES DE TIEMPO.

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones sobre algún fenómeno que está indexado por el tiempo. (Lozano S., 2017).



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Una serie de tiempo es una sucesión de variables aleatorias ordenadas de acuerdo a una unidad de tiempo, $Y_1, \dots, Y_T$. Por ejemplo, la concentración en el aire de dióxido de azufre en ppm (partes por millón), ($100\text{ppm} = 262\text{mg/m}^3$), medida semanalmente en un punto específico, es importante para monitorear la calidad del aire en una ciudad.

Pueden mencionarse varios motivos por los cuales es útil analizar las series de tiempo. Por ejemplo, para obtener pronósticos de valores futuros de la serie, con el fin de ayudar a tomar decisiones que tienen consecuencias importantes. O para entender mejor el mecanismo de generación de los datos, que puede no ser claro inicialmente en una investigación. (Gómez N., 2006).

Los pronósticos se utilizan en forma constante en diversos campos: economía, finanzas, mercadeo, medio ambiente, ingeniería. Una finalidad es proveer una guía para las decisiones que deben tomarse. (Gómez N., 2006)

El plan de análisis con procesos ARMA consiste en:

1. Identificar el modelo ARMA (p, q).
2. Estimar el modelo.
3. Chequeo del ajuste del modelo a los datos.
4. Pronósticos con el modelo. O simulación del modelo. (Gómez N., 2006).

Se define un modelo ARMA Estacional como un modelo ARMA que incluye un modelo ARMA para los tiempos dentro de cada período estacional. (Gómez N., 2006).



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

El modelo ARIMA puede tomarse como análogo del modelo con tendencia, $Y_t = T_t + e_t$, y el modelo SARIMA como análogo del modelo con tendencia y estacionalidad, $Y_t = T_t + S_t + e_t$. (Gómez N., 2006).



CAPITULO 3.

3. MARCO METODOLOGICO.

La metodología consiste en realizar el análisis estadístico de las series temporales precio internacional del oro y producción anual de oro, mediante la generación de modelos de estas series temporales y así obtener parametrizaciones útiles para el diagnóstico y pronóstico de las variables descritas.

3.1. SELECCIÓN DE SERIES TEMPORALES Y SALIDAS GRÁFICAS.

Inicialmente se seleccionaron y construyeron las bases de datos PRECIO INTERNACIONAL DEL ORO Y PRODUCCION DE ORO, con las cuales se realiza la evaluación y modelamiento de las series temporales con los métodos estadísticos en especial siguiendo la Metodología de Box-Jenkins.

La serie de tiempo PRECIO INTERNACIONAL DEL ORO se obtuvo de la página web indexmundi, **Fuente:** World Bank, consta de 301 datos de precio del oro en onzas troy, desde octubre de 1992 hasta octubre de 2017. (IndexMundi, 2017)

La **onza troy** (ozt) es una unidad de medida imperial británica. Actualmente se emplea principalmente para medir el peso (y por ende el valor) de los metales preciosos. Una onza troy equivale a 31,1034768 gramos. Hay 32,1507466 onzas troy en 1 kg. (Wikipedia).



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

La serie de tiempo PRODUCCION DE ORO EN COLOMBIA, se obtuvo del Sistema SIMCO el cual es el Sistema de Información Minero Colombiano, que contiene la información integrada, confiable y oportuna del sector minero colombiano y además suministra las estadísticas oficiales del sector. La serie de tiempo referida consta de 78 datos de producción anual por kilogramos de oro en Colombia, desde el año 1939 hasta el año 2016. (Minminas SIMCO)

Mediante los comandos del programa R, se obtienen las salidas gráficas de las series temporales seleccionadas.

3.2. APLICACIÓN DE LAS FUNCIONES DE AUTOVARIANZA Y AUTOCORRELACION

En este caso se aplicarán las funciones que generen los autocorrelogramas muestral y parcial muestral para un análisis previo de las series temporales. Se tomarán e interpretarán las salidas computacionales y gráficas.

3.3. METODOLOGÍA DE BOX-JENKINS. AJUSTE DE MODELOS ARIMA (P, D, Q).

La metodología a utilizar es la de Box-Jenkins, la cual consiste de los siguientes pasos principales:



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

1. Elección del modelo a utilizar, para este caso un modelo ARIMA o un modelo SARIMA, para las dos series temporales a estudiar.
2. Estimación estadística de los parámetros del modelo seleccionado.
3. Evaluación de los ajustes por medio de métodos de series de tiempo y funciones en R.

Los modelos tienen en cuenta los componentes de autoregresión y medias móviles, lo mismo el proceso de diferenciación y transformación de las series temporales.

La diferenciación es un proceso de transformación de las variables para convertir las series temporales en estacionarias, media cero y varianza constante. Como norma sólo se realizan máximo dos diferenciaciones.

Los modelos se escogen entre las combinaciones por medio de los criterios que los validen, AIC y AICc, igualmente otros que verifiquen los supuestos del modelo (BIC).

La regla para utilizar AIC y BIC es que para escoger entre varios modelos de regresión con respecto a la misma variable dependiente, todos lineales, o todos no lineales pero con la misma estructura, es decir, modelos anidados, se escoge el de menor AIC o menor BIC. (Gómez N., 2006).

Se realiza la transformación de la varianza en las series temporales para hacerla homogeneizada, a través de la función box-cox.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Una cantidad considerable e importante de bases conjuntos en series de tiempo tendrán un componente estacional. Es decir, son datos que por la naturaleza del fenómeno que describen tienen a ser cíclicos (Lozano S., 2017).

Se necesita la transformación de las series temporales en sus parámetros tanto de parte estacionaria, como no estacionaria.

La componente estacional S_t se define como una función no aleatoria, periódica de periodo s . Los valores de S_t para $t = 1, \dots, s$ se denominan “el patrón estacional”. El período estacional s es el número mínimo de períodos que tarda el patrón estacional en repetirse. (Gómez N., 2006).

3.4. APLICACIÓN DE PRUEBAS DE RAÍZ UNITARIA.

Las pruebas de raíz unitaria permiten obtener las aproximaciones a las series temporales y definir cómo se pueden manejar o transformar con artificios estadísticos.

Las pruebas de raíz unitaria que se citan son:

Prueba de Dickey-Fuller.

La prueba Dickey-Fuller se basa en asumir que la serie se puede aproximar por un proceso AR (1) con tres variantes: media cero, media diferente de cero y tendencia lineal. (Giraldo N., 2006 en Lozano S., 2017).



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Prueba de Phillips-Perron.

Análoga a la prueba de Dickey-Fuller aumentada, la prueba de Phillips-Perron, inicialmente publicada (Phillips & Perron, 1988 en Lozano S., 2017) pretende realizar la misma verificación.

Prueba de Zivot-Andrews.

Dicha prueba fue propuesta por economistas (Zivot, E. & Andrews, D., 1992 en Lozano S., 2017). Específicamente para lidiar con problemas econométricos. Las hipótesis a plantear son las mismas de las pruebas anteriores.

KPSS.

El contraste propuesto por Kwiatkowski y otros (2018) diverge y tiende a rechazar la hipótesis de estacionariedad.

<http://www.statisticshowto.com/kpss-test/>

3.5. CONSTRUCCIÓN DE MODELOS SARIMA.

Con los modelos SARIMA se incluyen en el análisis de las series temporales los componentes estacionarios y no estacionarios, en su proporción y balance para evaluar la validez de las series temporales, en lo concerniente a autoregresión, medias móviles y diferenciación.

El siguiente paso es modelar la componente de residuos estructurales (e) mediante tres posibles modelos:



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

1. Medias Móviles de orden q , MA (q).
2. Autoregresivos de orden q , AR (p).
3. Medias Móviles Autoregresivos, ARMA (p , q). (Gómez N., 2006).

Un modelo de la forma SARIMA ($p,0,q$)($P,0,Q$)[s], equivalente a un ARMA ($p+P,q+Q$), podría ser tanto estacionario como mostrar características estacionales. (Gómez N., 2006).

3.6. VERIFICACIÓN DE SUPUESTOS Y GENERACIÓN DE PRONÓSTICOS.

La verificación de supuestos de las series temporales transformadas, se realiza a través de pruebas de hipótesis, para estas se usan datos antecedentes, así como evaluación de los residuales, que son como diferencias en los ajustes de los modelos de las series temporales.

Para calcular los pronósticos Y_{T+j} , $j = 1, \dots, h$, se debe analizar la serie e^t (residuos estructurales) para detectar si tiene una dinámica autocorrelacionada ó, por el contrario, es solamente ruido aleatorio. En el primer caso es posible pronosticar los residuos estructurales e incorporarlos a los pronósticos estructurales, es decir, a los pronósticos con la tendencia y la componente estacional. En el segundo caso el pronóstico de un ruido aleatorio es cero. (Gómez N., 2006).

Las series temporales transformadas, validadas y ajustadas, pueden entonces generar las predicciones o pronósticos, con su valor de probabilidad expresado en intervalos de confianza, para esto se usan varias funciones del programa R.



3.7. MODELOS DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL.

Cuando la serie presenta un comportamiento estacionario, es decir, no tiene tendencia y puede ser modelizada como $X_t = a + u_t$ (donde u_t es un término de perturbación aleatorio, con valor esperado cero y varianza constante para todo t , e independiente de X_t para todo t) el método de predicción adecuado es el alisado exponencial simple (AES). Este método estima para cada período T el parámetro a como suma ponderada de todas las observaciones anteriores, dando mayor importancia a las observaciones más recientes que a las más antiguas. La expresión de cálculo es: $\hat{a}_T = S_T = \alpha X_T + (1 - \alpha)S_{T-1}$ donde S_{T-1} , la estimación de a obtenida en el período $T-1$ y es la constante de alisado que toma valores entre 0 y 1.

Este método contiene un mecanismo de autocorrección que ajusta los pronósticos en dirección opuesta a los errores pasados. Es un caso particular de promedios móviles ponderados de los valores actuales y anteriores en el cual las ponderaciones disminuyen exponencialmente. Se emplea tanto para suavizar como para realizar pronósticos.

El alisamiento exponencial es una técnica de pronóstico en la que se utiliza un promedio ponderado de una serie de valores anteriores o pasados para pronosticar el valor de la serie de tiempo en el período siguiente. Se usa para pronósticos a corto y mediano plazo.

3.7.1. Algoritmo Simple



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Este método es apropiado para series que no presentan tendencia ni estacionalidad. Se estima a través de una media ponderada de las observaciones anteriores con una conveniente ponderación que hace que los pesos decrecen exponencialmente a medida que retrocedemos en el tiempo. (Lozano S., 2017).

3.7.2. Algoritmo de Holt

El algoritmo de Holt permite tener en cuenta la dinámica de la serie que, en este caso, está determinada por dos componentes no observables que no necesitan ser fijados; El nivel N_t y la tendencia T_t . (Lozano S., 2017).

3.7.3. Algoritmo de Holt Winters.

El objetivo de este nuevo algoritmo es permitir la incorporación de patrones estacionales al algoritmo anterior (Holt). Se pretende describir la dinámica de la serie en términos de tres cantidades, a saber: nivel, tendencia y estacionalidad. Ahora, hay dos alternativas para este algoritmo: el método estacional multiplicativo y el método estacional aditivo. (Lozano S., 2017).



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

3.8. DISCUSIÓN E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.

Con los modelos validados y ajustados, se generan resultados que permitan establecer características importantes y aplicables para las series temporales en estudio.



CAPITULO 4.

4. ANALISIS Y RESULTADOS.

4.1. METODOLOGÍA BOX-JENKINS

4.1.1. Serie del precio internacional del oro

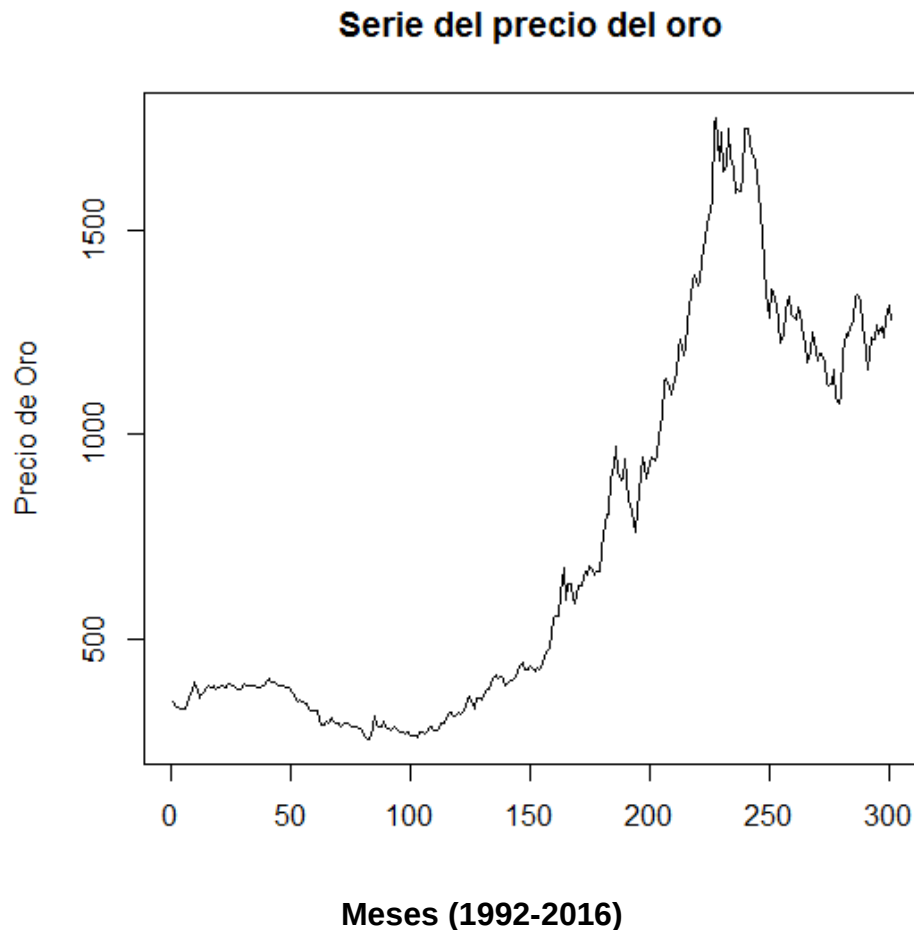
4.1.1.1. Tratamiento Estadístico Función ARIMA.

Como se ve en la figura, la serie presenta tendencia y volatilidad, por lo que en primera instancia se procede a transformar la serie para estabilizar la varianza, por medio de la transformación Box-Cox.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada

Grafica 2.Gráfico Serie Precio Internacional del Oro.



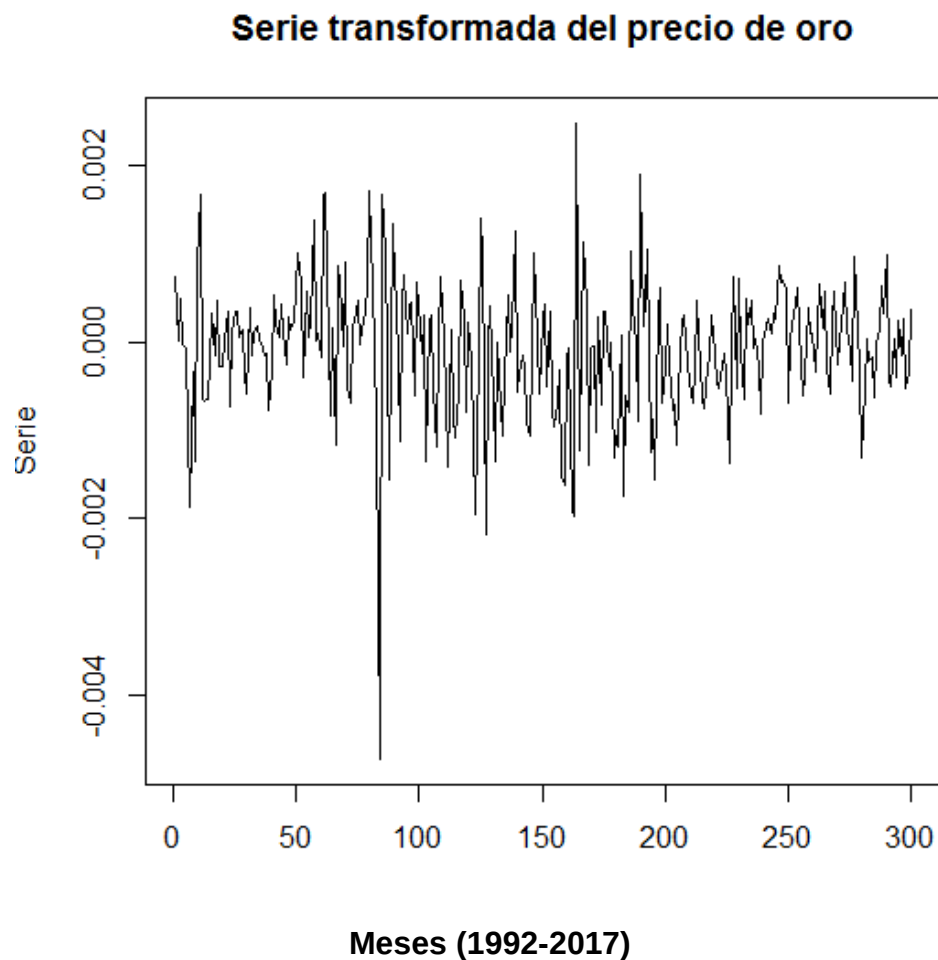
Luego de realizar el procedimiento Box-Cox, el valor de λ fue -0.4242, lo que sugiere la transformación $1/\sqrt{z_t}$, debido a que este valor se encuentra cercano a -0.5. Por otro lado, mediante la prueba de raíz unitaria KPSS, se desea establecer si la serie debe ser diferenciada. En la siguiente imagen, se muestran los resultados obtenidos para esta prueba, se sabe que si el p -value es menor que 0.05 se debe diferenciar la serie de tiempo, de lo contrario no, por lo que se le realiza la prueba al logaritmo de la serie, donde se obtiene la serie debe ser diferenciada una vez, puesto que al aplicar por segunda vez la prueba KPSS el p -value fue mayor al 0.05.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

En la siguiente figura, se muestra la serie transformada, se puede observar que ésta ya es estable en varianza y en tendencia.

Grafica 3.Gráfico Serie Transformada Precio Internacional del Oro.

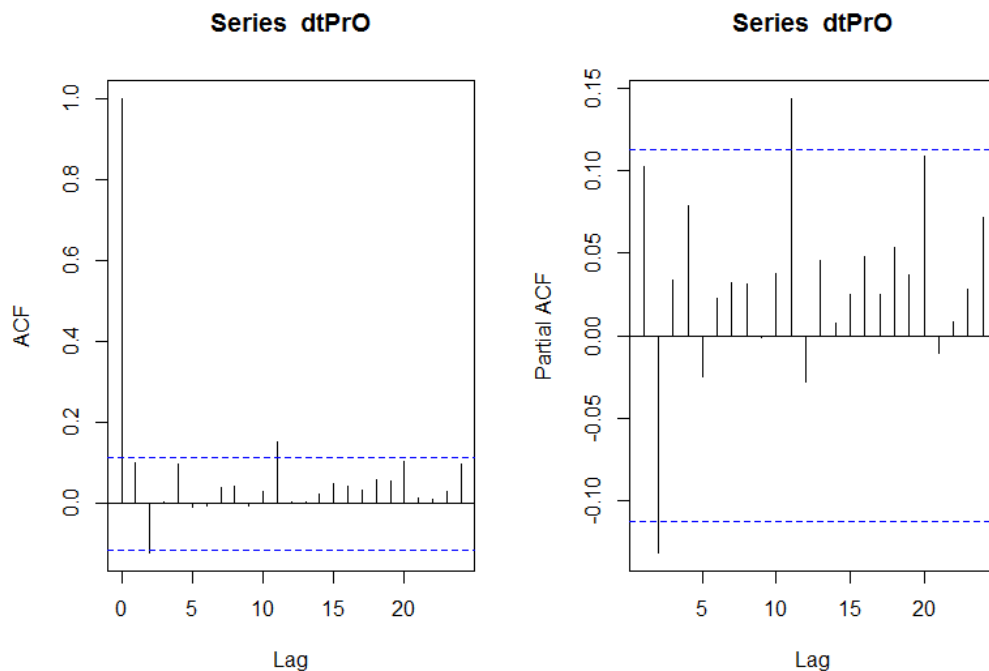


En la siguiente figura, se puede notar en la función de auto-correlación (ACF) que ningún rezago se establece por encima de las bandas, en el caso de la función de auto-correlación parcial (PACF), existen dos rezagos que se encuentran los cuales son significativos.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 4.ACF y ACFP de Serie Precio Internacional del Oro



Por lo anterior, se proponen los siguientes modelos para esta serie:

- **Modelo 1:** ARIMA(0,1,0)
- **Modelo 2:** ARIMA(0,1,2)
- **Modelo 3:** ARIMA(1,1,2)

Se realiza el ajuste de estos modelos y se obtienen los siguientes resultados para establecer cuál es el mejor.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Tabla 1. Comparación de Modelos ARIMA Serie Precio Internacional del Oro.

Modelo 1:	Modelo 2:	Modelo 3:
ARIMA(0,1,0)	ARIMA(0,1,2)	ARIMA(1,1,2)
\$AIC	\$AIC	\$AIC
[1] -13.35977	[1] -13.36262	[1] -13.35609
\$AICc	\$AICc	\$AICc
[1] -13.35299	[1] -13.35553	[1] -13.34877
\$BIC	\$BIC	\$BIC
[1] -14.33745	[1] -14.32568	[1] -14.30683

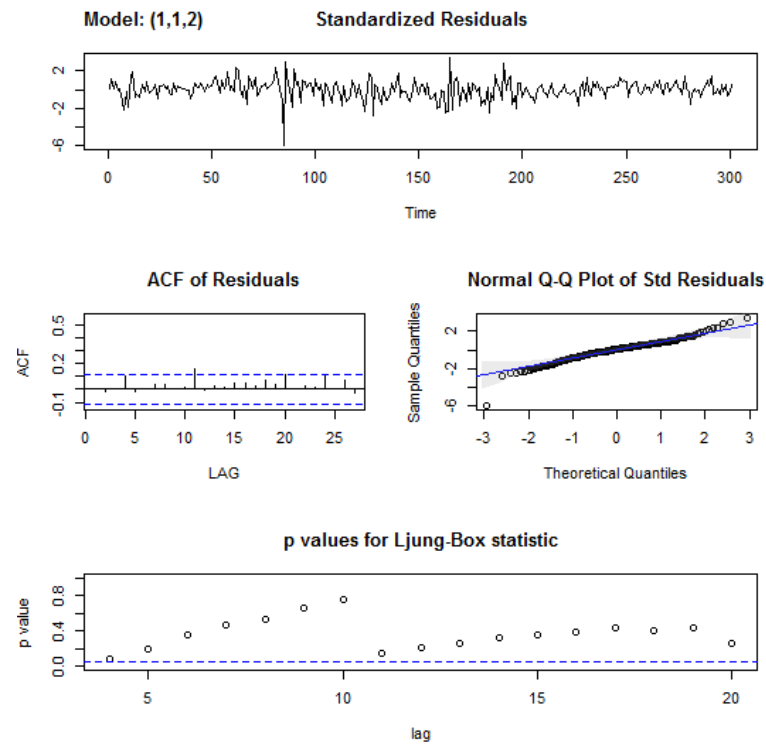
De acuerdo a los indicadores de la tabla anterior, se puede llegar a la conclusión que el mejor modelo es el ARIMA(1,1,2), puesto que este presenta el menor valor en todos los indicadores respecto a los otros modelos propuestos.

En la siguiente figura se presenta la validación de los supuestos del modelo estimado, se puede observar en la ACF de los residuales que en ninguno de los rezagos se supera las bandas, además en los p-values para Ljung-Box son mayores que el 0.05, por lo que se puede validar que los residuales no se encuentran auto-correlacionados. Finalmente, el Q-Q Plot Normal de los residuales, se puede notar que se ajustan a la línea, por lo que se puede decir que los residuales siguen una distribución normal, que en este caso significa que son ruido blanco gaussiano.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

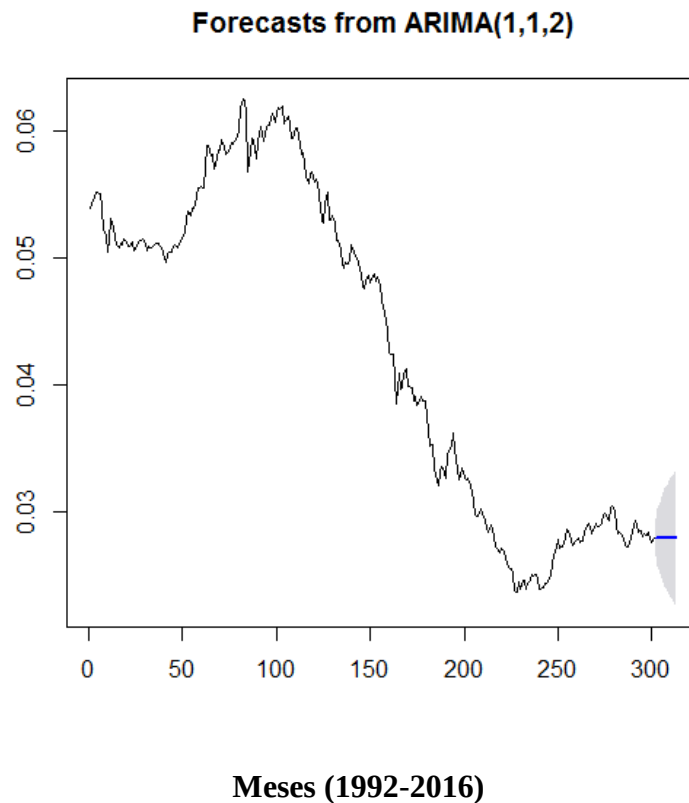
Grafica 5. Validación supuestos Serie Precio Internacional del Oro.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 6.Gráfico de pronóstico Serie Precio Internacional del Oro.



El pronóstico no se presenta con un resultado lógico, pues muestra una tendencia lineal no compatible con las características de la serie temporal, al igual que el sentido decreciente del gráfico, por esto se replantea el tratamiento estadístico de la serie temporal del precio internacional del oro.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

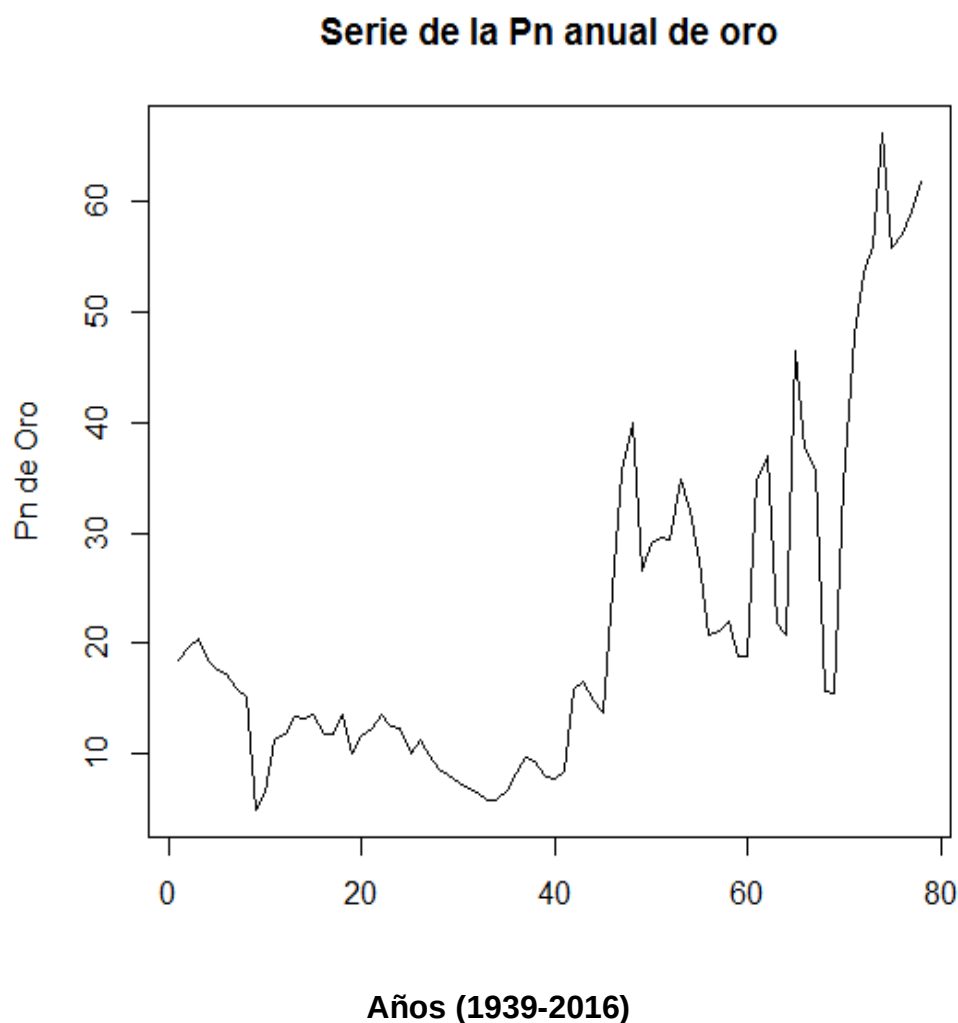
**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

4.1.2. Serie de la producción anual de oro en Colombia.

4.1.2.1. Tratamiento Estadístico Función ARIMA

Como se observa en la figura, la serie presenta tendencia y volatilidad, por lo que en primera instancia se procede a transformar la serie para estabilizar la varianza, por medio de la transformación Box-Cox.

Grafica 7.Gráfico de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia





**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

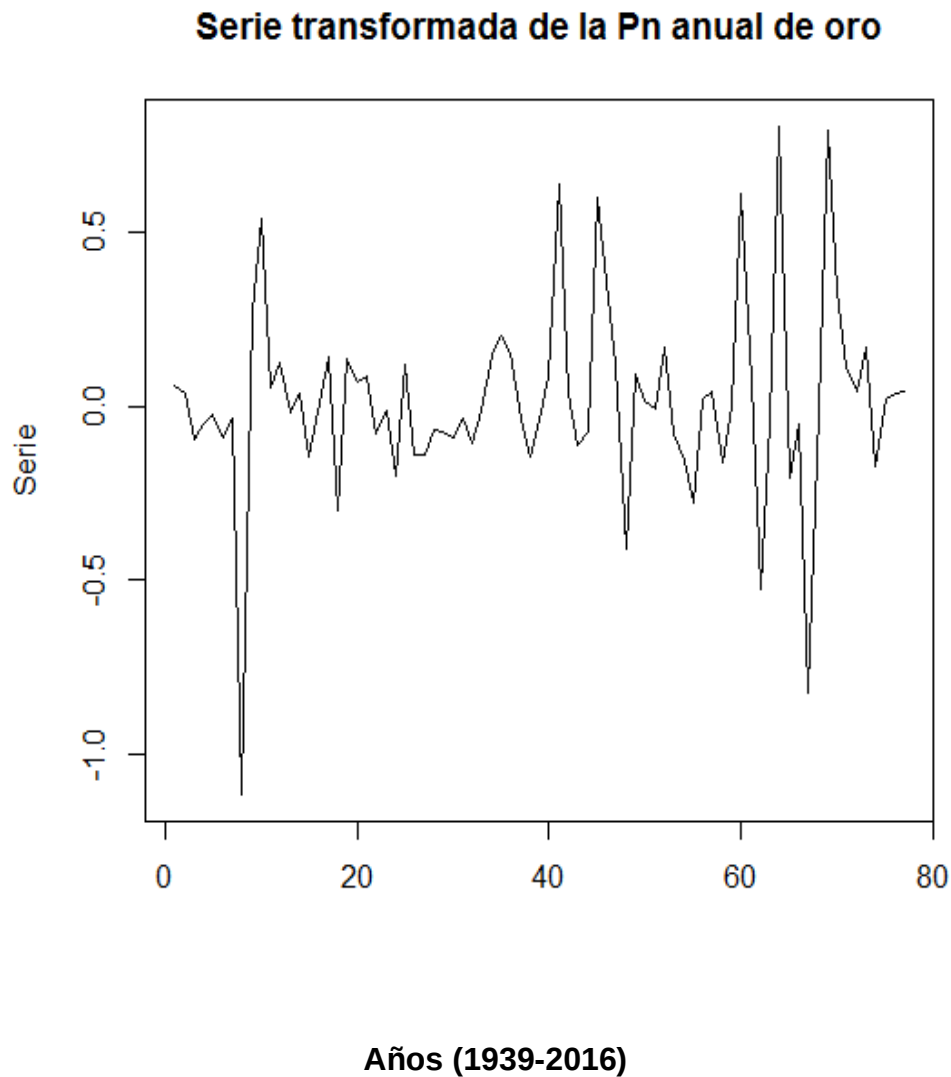
En este caso posterior al proceso de Box-Cox, el valor del λ fue -0.1818, lo que sugiere la transformación logarítmica, debido a que este valor se encuentra cercano a cero. Por otro lado, mediante la prueba de raíz unitaria KPSS, se desea establecer si la serie debe ser diferenciada. En la siguiente imagen, se muestran los resultados obtenidos para esta prueba, se sabe que si el *p-value* es menor que 0.05 se debe diferenciar la serie de tiempo, de lo contrario no, por lo que se le realiza la prueba al logaritmo de la serie, donde se obtiene que la serie debe ser diferenciada una vez, puesto que al aplicar por segunda vez la prueba KPSS el *p-value* fue mayor al 0.05.

En la siguiente figura, se muestra la serie transformada, se puede observar que ésta ya es estable en varianza y en tendencia.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

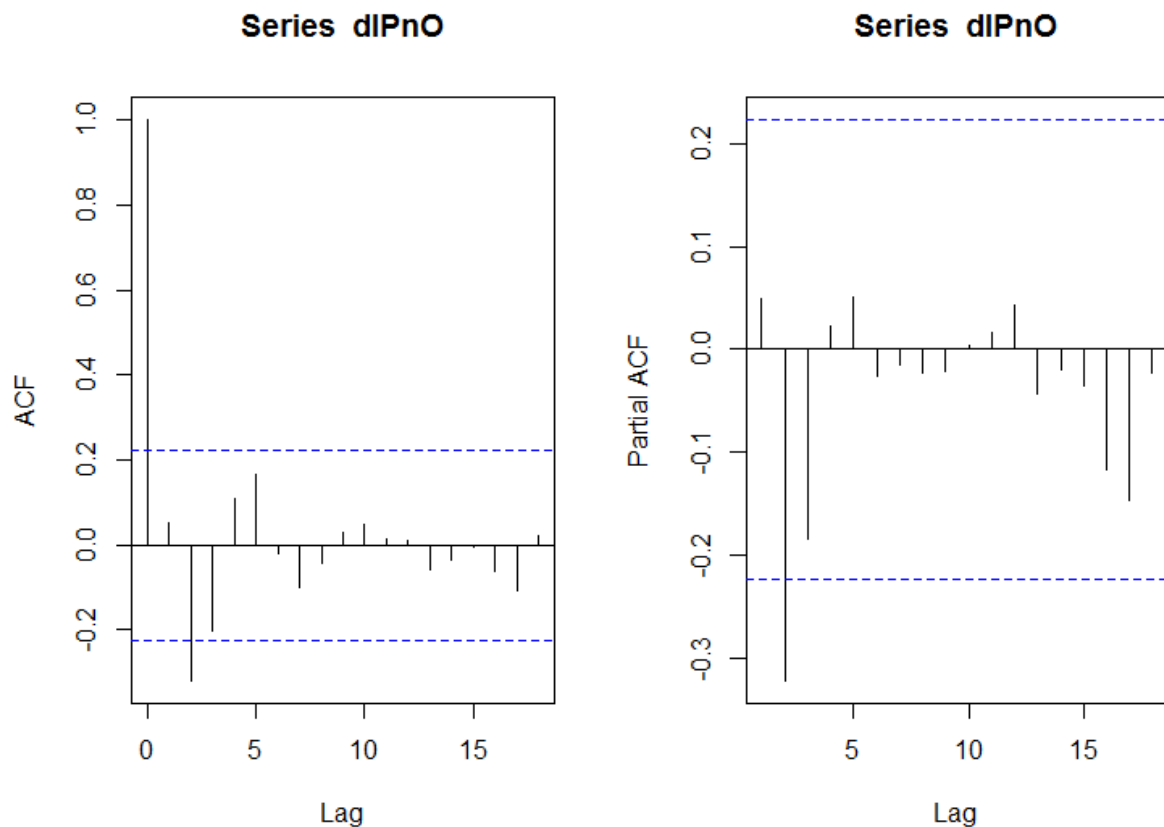
**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 8. Transformación de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia



En la siguiente figura, se puede notar que la función de auto-correlación (ACF), supera las bandas en el segundo rezago, similarmente sucede con la función de auto-correlación parcial (PACF), es decir que estos son los únicos rezagos significativos.

Grafica 9.ACF y ACFP de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia



Por lo anterior, se proponen los siguientes modelos para esta serie:

Modelo 1: ARIMA(2,1,0)

Modelo 2: ARIMA(0,1,2)

Modelo 3: ARIMA(2,1,2)

Se realiza el ajuste de estos modelos y se obtienen los siguientes resultados para establecer cuál es el mejor.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Tabla 2. Comparación de Modelos ARIMA Serie Producción Anual del Oro en Colombia.

Modelo 1:	Modelo 2:	Modelo 3:
ARIMA(2,1,0)	ARIMA(0,1,2)	ARIMA(2,1,2)
\$AIC	\$AIC	\$AIC
[1] -1.558752	[1] -1.544591	[1] -1.544001
\$AICc	\$AICc	\$AICc
[1] -1.526086	[1] -1.511925	[1] -1.503192
\$BIC	\$BIC	\$BIC
[1] -2.468109	[1] -2.453949	[1] -2.39293

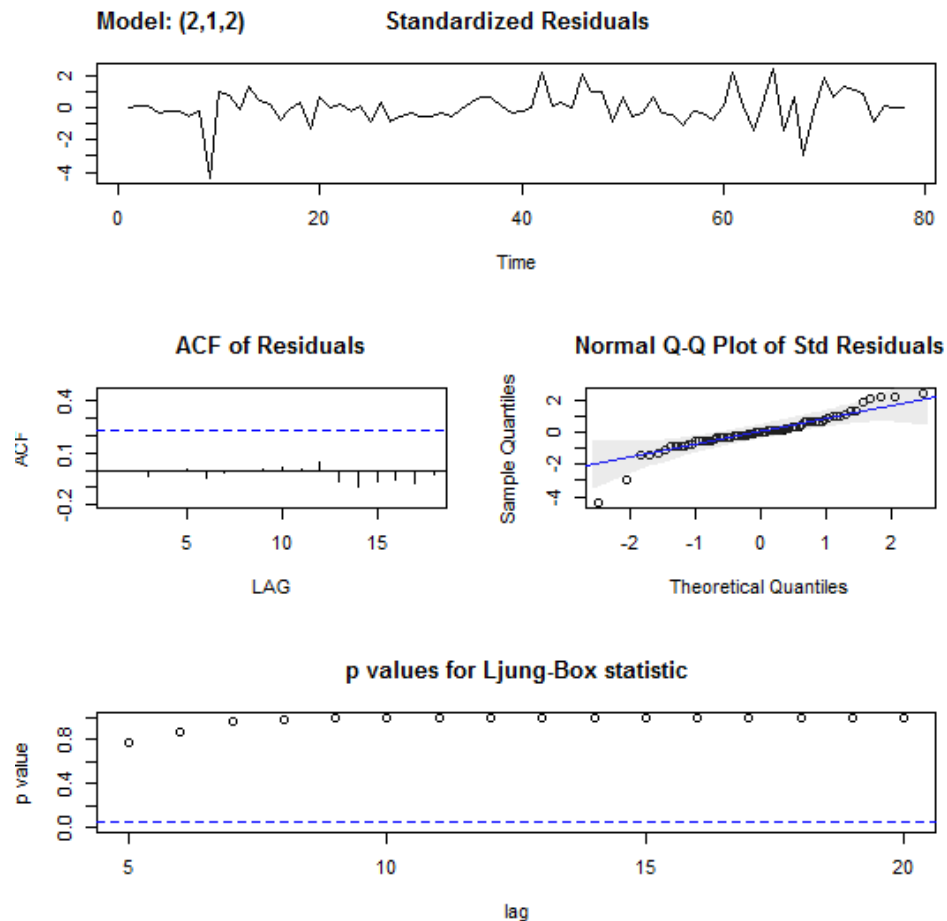
De acuerdo a los indicadores de la tabla anterior, se puede llegar a la conclusión que el mejor modelo es el ARIMA(2,1,2), pues éste presenta el menor valor en todos los indicadores respecto a los otros modelos propuestos.

En la siguiente figura se presenta la validación de los supuestos del modelo estimado, se puede observar en la ACF de los residuales que en ninguno de los rezagos se supera las bandas, además en los p-values para Ljung-Box son mayores que el 0.05, por lo que se puede validar que los residuales no se encuentran auto-correlacionados. Finalmente, el Q-Q Plot Normal de los residuales, se puede notar que se ajustan a la línea, por lo que se puede decir que los residuales siguen una distribución normal, que en este caso significa que son ruido blanco gaussiano.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada

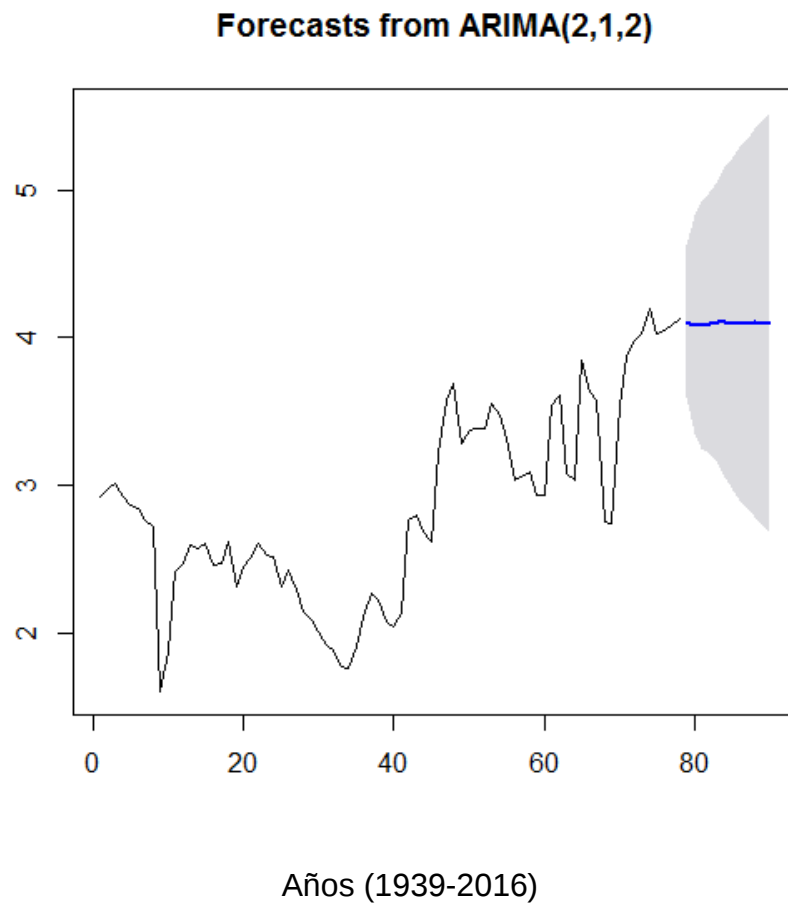
Grafica 10. Validación de supuestos de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada

Grafica 11.Gráfico de pronósticos de la Serie Producción Anual de Oro en Colombia



El pronóstico no se presenta con un resultado lógico, pues muestra una tendencia lineal no compatible con las características de la serie temporal, por esto se replantea el tratamiento estadístico de la serie temporal de producción anual del oro en Colombia.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Como se mencionó, para el ajuste de los modelos se utilizó el software R versión 3.4.0, por medio de la librería *astsa* empleando la rutina *sarima(.)*. Esta función permite ajustar un modelo Arima con o sin componente estacional. La estructura general es *sarima(data, p, d, q, P, D, Q, S)*, donde p, d, q son los componentes de la serie Arima y añadir las componentes P, D, Q y S ajusta la parte estacional de la serie. Esta función retorna el ajuste del modelo (las estimaciones), los criterios de información: AIC, AICc y el BIC.

4.2. METODOLOGIA DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL.

Como se evidenció anteriormente, la metodología Box-Jenkins no proporcionó buenos modelos para pronosticar, por lo tanto se propuso la metodología de alisamiento exponencial, con el fin de realizar los pronósticos.

4.2.1. La Metodología es la siguiente

- Ajuste de modelos de alisamiento exponencial: Algoritmo Simple, Algoritmo de Holt, Algoritmo de Holt-Winters (Método Estacional Multiplicativo y Método Estacional Aditivo).
- Salidas gráficas de los modelos de alisamiento exponencial.
- Determinación de los modelos.
- Validación de supuestos.
- Generación de pronósticos y resultados.
- Comparación de pronósticos.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

4.2.2. Serie Precio Internacional del Oro.

En este ítem se generan los modelos de alisamiento exponencial para la Serie Precio Internacional del Oro.

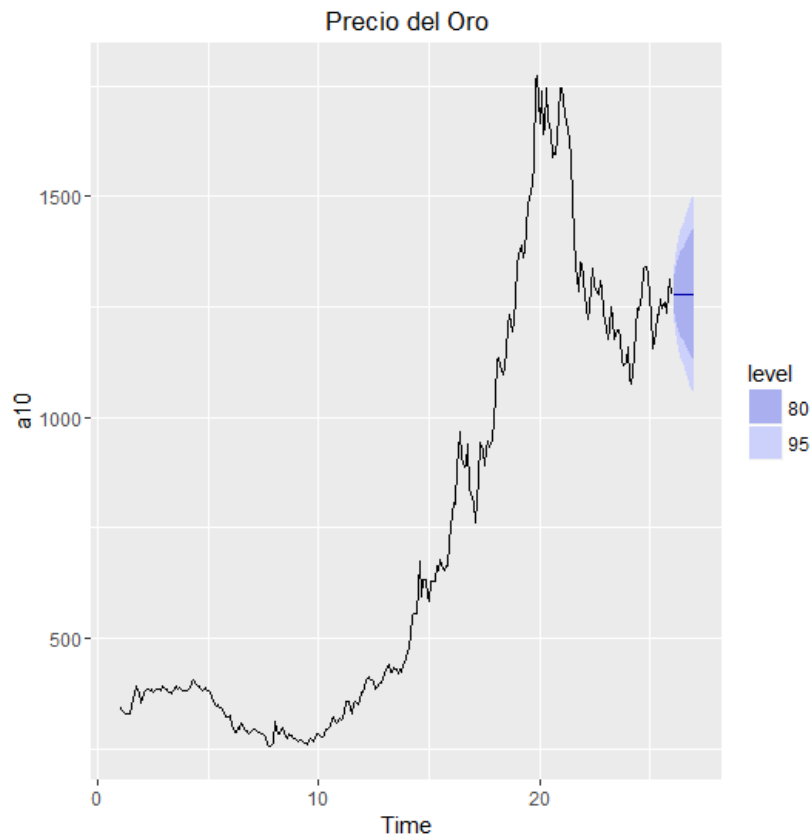
Algoritmo Simple:

En la figura se muestra la suavización exponencial mediante el algoritmo simple, se puede observar que los pronósticos generados son constantes en todos los periodos, en este caso es de 1279.513, sin embargo las bandas al 80% y al 95% de confianza se hacen cada vez más amplias, debido a la incertidumbre de pronosticar a más periodos. Como es sabido, el valor de α suele ser alto cuando la serie evoluciona de manera suave, como lo es en este caso, $\alpha=0.999$.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 12. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo Simple.



Para este algoritmo se empleó la función `ses(.)` la cual ajusta el modelo y arroja los pronósticos inmediatamente; esta rutina recibe como entradas un objeto de series de tiempo, el cual se crea a partir de la función `ts(.)`.

Algoritmo de Holt:

El algoritmo de Holt permite tener en cuenta la dinámica de la serie que, en este caso, está determinada por dos componentes no observables que no necesitan ser fijados: el nivel N_t y la tendencia T_t .

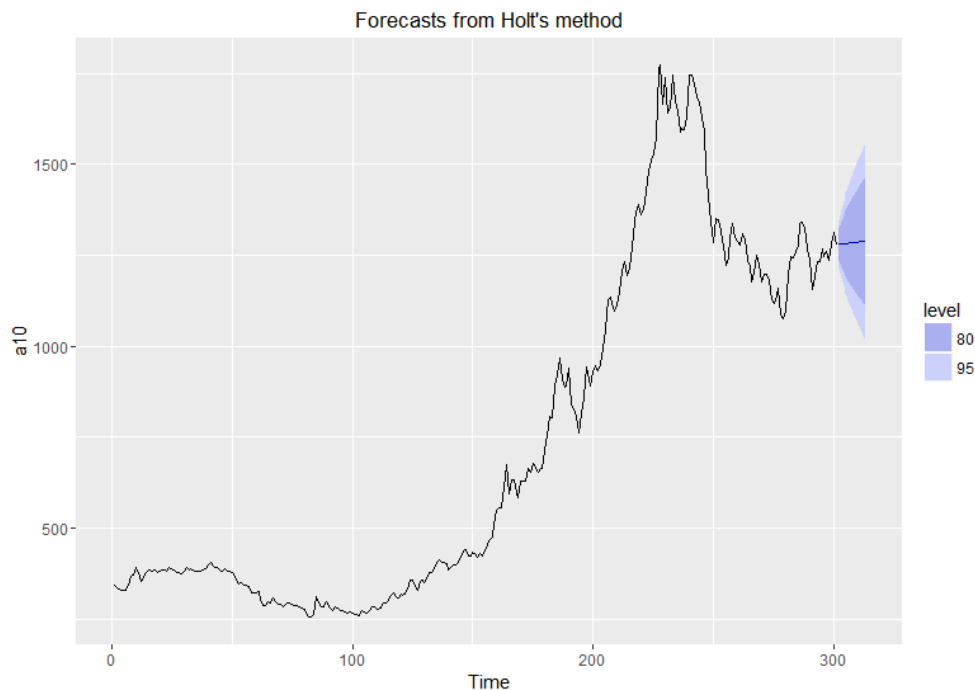
**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

A diferencia del algoritmo simple, éste si tiene en cuenta la tendencia de la serie al momento de pronosticar.

En la siguiente figura, se logra apreciar que los pronósticos aumentan levemente a través del tiempo, éstos para 4, 6 y 12 periodos más adelante son 1282.517, 1284.018 y 1288.523 respectivamente. Esto indica que se pronostica que el precio internacional del oro aumente durante el año 2018. Como se evidenció en la figura, esta variable volátil por lo que es difícil que se garantice una tendencia únicamente de aumento en el precio, esto llevaría a pensar que este algoritmo no está generando pronósticos acordes con la realidad.

Grafica 13. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo de Holt.





**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Para el algoritmo de holt, la función utilizada se denomina *holt(.)*, la cual utiliza la misma estructura de la función asociada al algoritmo simple.

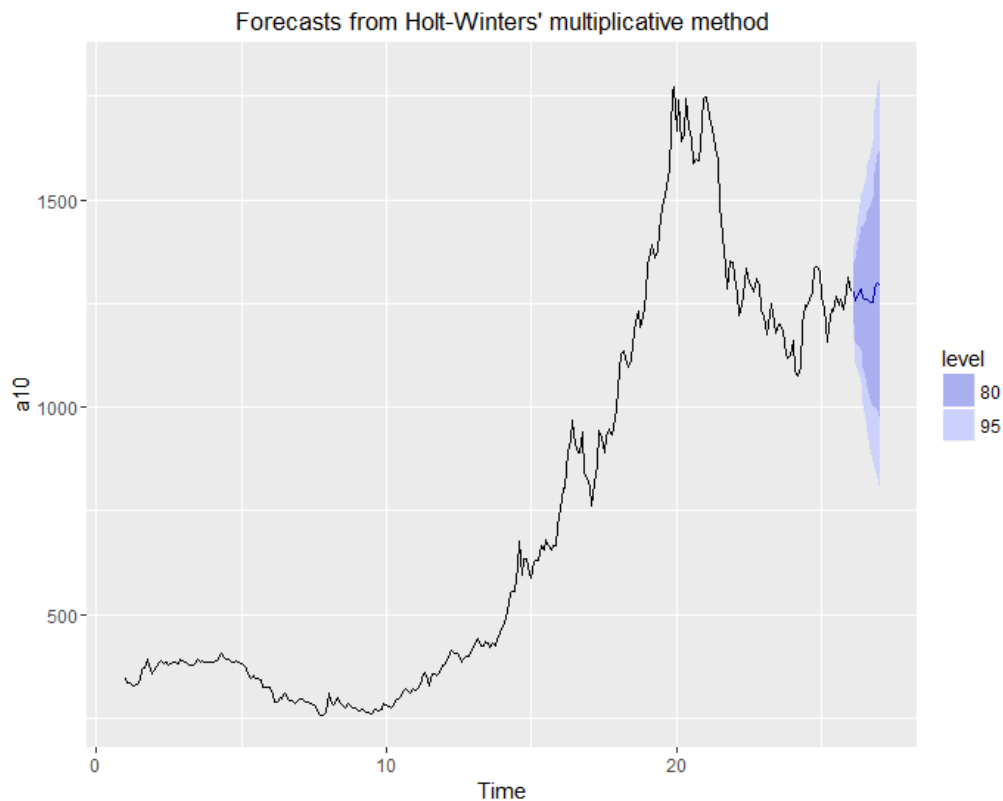
Algoritmo HW: método estacional multiplicativo:

Como ya se sabe, de manera general, el objetivo de este nuevo algoritmo es permitir la incorporación de patrones estacionales al algoritmo de Holt. Una alternativa es el método estacional multiplicativo. En la figura se presenta la serie y los pronósticos, se puede observar en este caso, que la suavización con este algoritmo genera pronósticos con mucho más sentido y acordes a la serie. Los pronósticos para los periodos 4, 6 y 12 son 1286.514, 1259.156, 1297.238 respectivamente, los cuales no están precisamente en aumento tal como se evidenció en la suavización del algoritmo anterior.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 14. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo de Holt – Winters (método multiplicativo)



Para el método aditivo del algoritmo holt-winters, se utilizó la función *hw(.)* añadiendo en uno de sus atributos el componente estacional como será modelado, de la siguiente forma: *hw(objts, seasonal="additive")*, el objeto resultante arroja los parámetros ajustados y los pronósticos realizados.

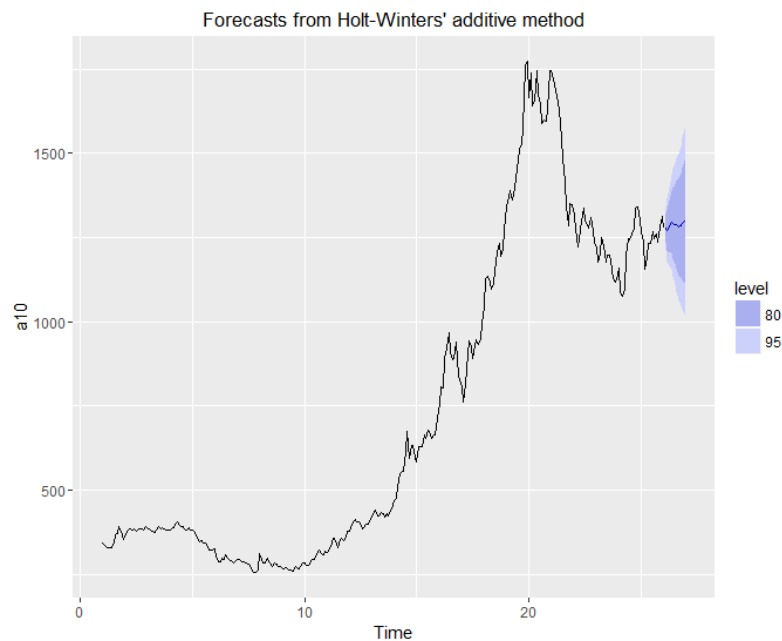
Algoritmo HW: método estacional aditivo:

Otra manera de realizar la suavización mediante este algoritmo es el método estacional aditivo, tal como se muestra en la figura siguiente:

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 15. Pronóstico serie precio internacional del oro mediante Algoritmo de Holt – Winters (método aditivo)



Los pronósticos para este caso en los periodos 4, 6 y 12 son 1295.249, 1289.860 y 1296.174 respectivamente.

Para el método multiplicativo del algoritmo holt-winters, se utilizó la función $hw(.)$ añadiendo en uno de sus atributos el componente estacional como será modelado, de la siguiente forma: $hw(objts, seasonal="multiplicative")$, el objeto resultante arroja los parámetros ajustados y los pronósticos realizados, igual que en el caso anterior.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Comparación de modelos

Mediante los criterios AIC, AICc, BIC se pretende seleccionar el mejor modelo, hay que recordar que entre menor valor tengan estos criterios el modelo presenta un mejor ajuste, para este caso los resultados son:

Tabla 3. Comparación de modelos alisamiento exponencial de la serie precio internacional del oro.

Algoritmo simple	Algoritmo del Holt	HW: multiplicativo	HW: aditivo
\$AIC [1] 3831.535	\$AIC [1] 3833.291	\$AIC [1] 3725.531	\$AIC [1] 3847.428
\$AICc [1] 3831.616	\$AICc [1] 3833.494	\$AICc [1] 3727.694	\$AICc [1] 3849.591
\$BIC [1] 3842.656	\$BIC [1] 3851.826	\$BIC [1] 3788.552	\$BIC [1] 3910.449

Como se puede observar, el mejor modelo es el ajustado mediante el algoritmo Holt-Winters usando el método multiplicativo, puesto que presenta el menor valor para cada uno de estos indicadores comparado con los demás modelos.

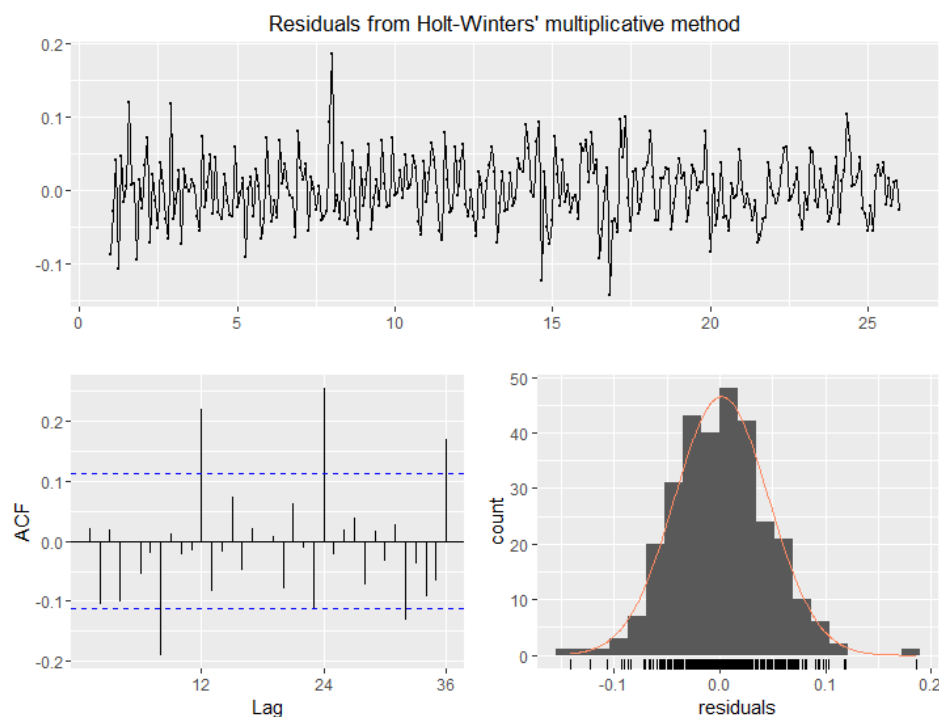
Validación de los supuestos para el modelo seleccionado

Finalmente, conociendo el modelo que mejor se ajustó a los datos, se procede a realizar la validación de los supuestos.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 16. Validación de supuestos del modelo seleccionado precio internacional del oro.



En la figura se puede notar, que éstos oscilan alrededor del valor de cero, sin presentar ninguna tendencia, ni cambio en la varianza, además el histograma con la curva de la distribución normal superpuesta, muestra que se puede sugerir que los errores del modelo siguen una distribución normal.

4.2.3. Serie Producción Anual del Oro en Colombia

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

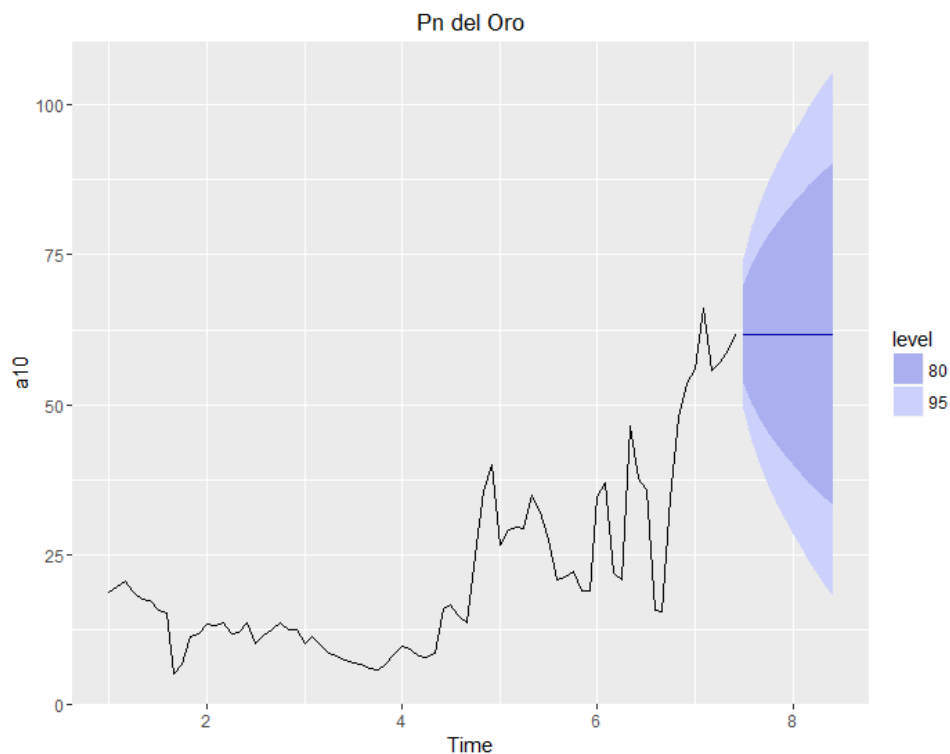
**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

En este ítem se generan los modelos de alisamiento exponencial para la Serie Precio Internacional del Oro.

Algoritmo Simple:

En la figura se muestra la suavización exponencial mediante el algoritmo simple, se puede observar que los pronósticos generados son constantes en todos los periodos al igual que en la serie anterior; en este caso es de 61.804. Similarmente a la serie del precio del oro, el valor de α suele ser alto cuando la serie evoluciona de manera suave, como lo es en este caso, $\alpha=0.999$.

Grafica 17. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo Simple.





LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Algoritmo de Holt:

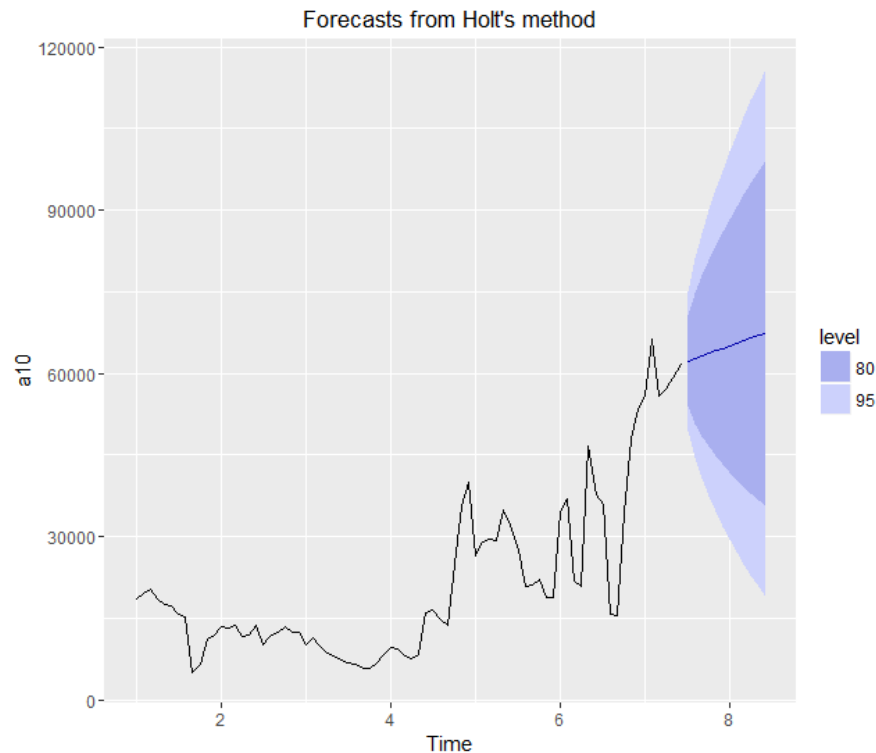
El algoritmo de Holt permite tener en cuenta la dinámica de la serie que, en este caso, está determinada por dos componentes no observables que no necesitan ser fijados: el nivel N_t y la tendencia T_t .

En la siguiente figura, se logra apreciar que los pronósticos aumentan levemente a través del tiempo, éstos para 4, 6 y 12 periodos más adelante son 63.672, 64.606 y 67.408 respectivamente. Esto indica que se pronostica que la producción del oro aumenta durante el año 2017. Como se evidenció en la figura, esta variable es volátil por lo que es difícil que se garantice una tendencia únicamente de aumento, esto llevaría a pensar que este algoritmo no está generando pronósticos acordes con la realidad.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 18. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo de Holt.



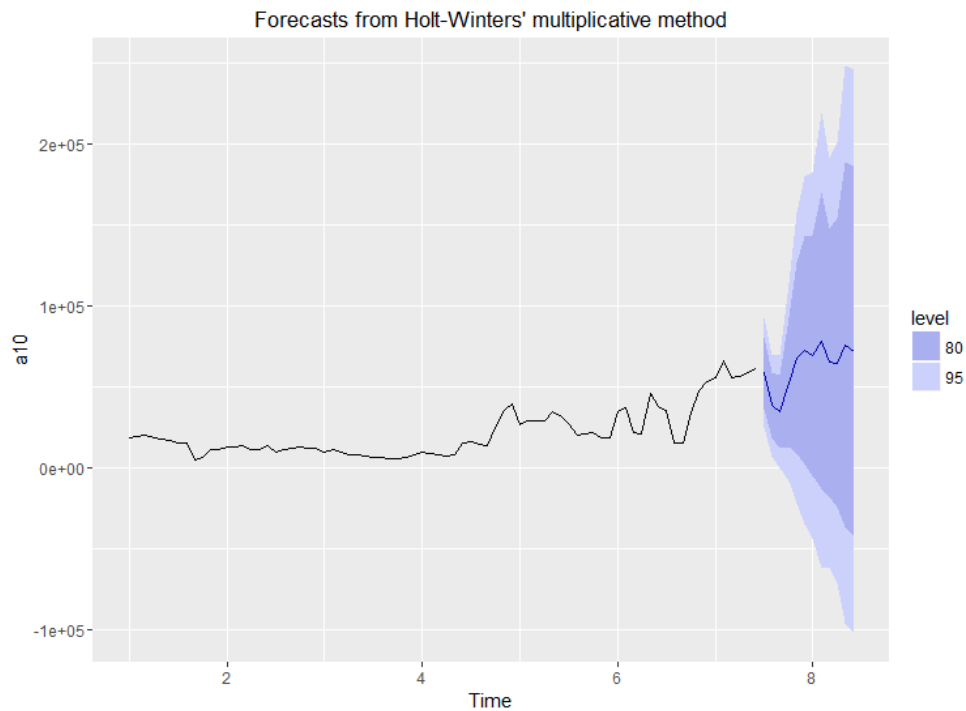
Algoritmo HW: método estacional multiplicativo:

Tal como se mencionó antes, el objetivo de este nuevo algoritmo es permitir la incorporación de patrones estacionales al algoritmo de Holt. Una alternativa es el método estacional multiplicativo. En la figura se presenta la serie y los pronósticos, se puede observar en este caso, que la suavización con este algoritmo genera pronósticos con mucho más sentido y acordes a la serie, sin embargo, las bandas de confianza al 95% y al 80% presentan una gran amplitud, lo que evidencia que se tiene una alta variabilidad al pronosticar. Los pronósticos para los periodos 4, 6 y 12 son 52.921, 72.919, 72.060 respectivamente, los cuales no están precisamente en aumento tal como se evidenció en la suavización del algoritmo anterior.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 19. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo de Holt – Winters (método multiplicativo)



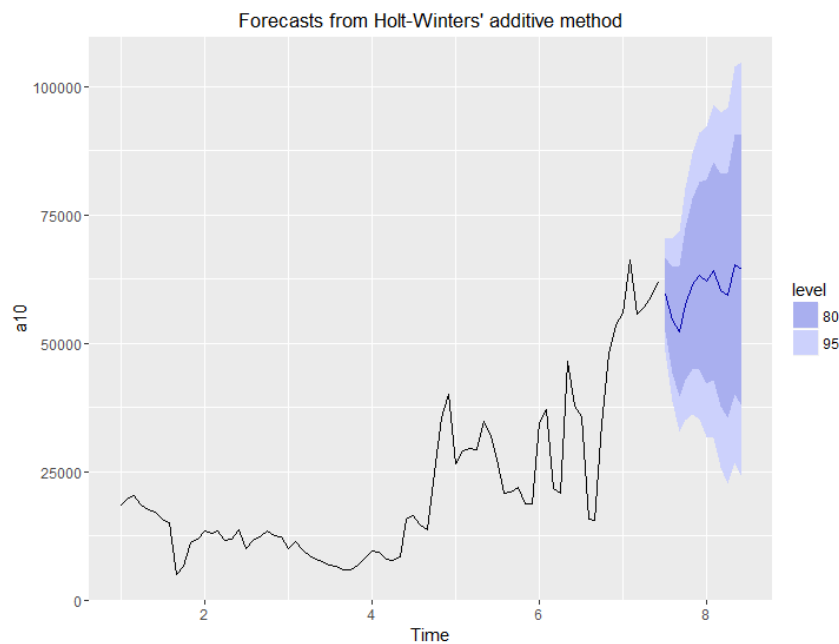
Algoritmo HW: método estacional aditivo:

Otra manera de realizar la suavización mediante este algoritmo es el método estacional aditivo, tal como se muestra en la figura siguiente:

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 20. Pronóstico serie producción anual del oro en Colombia mediante Algoritmo de Holt – Winters (método aditivo)



Los pronósticos para este caso en los periodos 4, 6 y 12 son 57.608, 63.156 y 64.312 respectivamente. En comparación con el método multiplicativo, los pronósticos difieren bastante.

Comparación de modelos

Mediante los criterios AIC, AICc, BIC se pretende seleccionar el mejor modelo, hay que recordar que entre menor valor tengan estos criterios el modelo presenta un mejor ajuste, para este caso los resultados son:

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Tabla 4. Comparación de modelos de alisamiento exponencial para la serie producción anual de oro en Colombia.

Algoritmo simple	Algoritmo del Holt	HW: multiplicativo	HW: aditivo
\$AIC [1] 1714.195	\$AIC [1] 1720.013	\$AIC [1] 1702.710	\$AIC [1] 1722.735
\$AICc [1] 1714.519	\$AICc [1] 1720.847	\$AICc [1] 1712.910	\$AICc [1] 1732.935
\$BIC [1] 1721.265	\$BIC [1] 1731.797	\$BIC [1] 1712.774	\$BIC [1] 1762.799

Como se puede observar, el mejor modelo es el ajustado mediante el algoritmo Holt-Winters usando el método multiplicativo, puesto que presenta el menor valor para cada uno de estos indicadores comparado con los demás modelos.

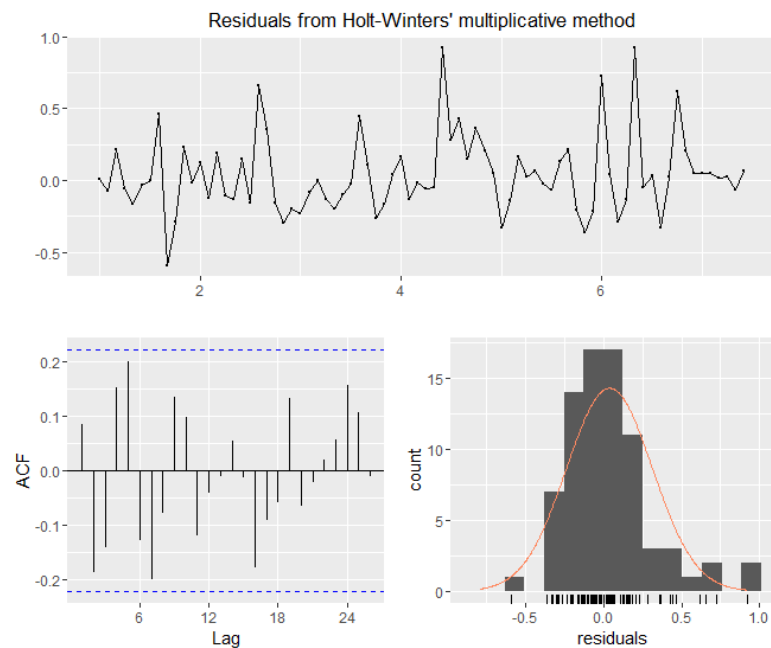
Validación de los supuestos para el modelo seleccionado

Finalmente, conociendo el modelo que mejor se ajustó a los datos, se procede a realizar la validación de los supuestos.

**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Grafica 21.Validación de supuestos del modelo seleccionado producción anual del oro en Colombia.



En la figura se puede notar, que éstos oscilan alrededor del valor de cero, sin presentar ninguna tendencia, ni cambio en la varianza, además el histograma con la curva de la distribución normal superpuesta, muestra que se puede sugerir que los errores del modelo siguen una distribución normal.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

CAPITULO 5.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

- Las series temporales PRECIO INTERNACIONAL DEL ORO y PRODUCCION ANUAL DEL ORO, fueron modeladas con las metodologías de Box-Jenkins y Alisamiento Exponencial, para establecer sus parámetros importantes, validando y ajustando los modelos con el fin de aplicarlos para los pronósticos..
- Los coeficientes iniciales encontrados de autocorrelación, indican que los modelos deben ser ajustados para seleccionar los que presenten valores adecuados en confiabilidad y certeza, para esto debe estabilizarse la media y varianzas de las series temporales.
- Las series temporales fueron transformadas y homogeneizadas en sus componentes estacionario y no estacionario, indicando que pueden ser aplicables en la generación de pronósticos.
- Con respecto a la metodología Box-Jenkins, la cual es potente y muy usada en el ajuste de modelos de series de tiempo, pero en ocasiones, como se evidenció en este caso no es posible ajustar modelos que generen pronósticos adecuados y para llegar a un buen modelo, es necesario expandir esta metodología a procedimientos más elaborados, fuera del alcance del curso de series de tiempo desarrollado.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

- Se generaron los modelos de alisamiento exponencial para ambas series y se concluyó que el mejor ajuste lo presentó la suavización mediante el algoritmo Holt-Winters a través del método multiplicativo, éste generó pronósticos con sentido en la realidad y además los supuestos fueron validados. Estos procedimientos de suavización tienen un gran valor en el sentido práctico, pues son sencillos de entender, ejecutar y además presentaron buenos resultados.
- Los pronósticos para la serie temporal de precio internacional del oro con la metodología de alisamiento exponencial mediante el modelo validado a 4, 6 y 12 meses tuvieron un resultado de 1286.514, 1259.156, 1297.238 en dólares americanos por onza troy de oro.
- Los pronósticos para la serie temporal de producción anual del oro en Colombia con la metodología de alisamiento exponencial mediante el modelo validado a 4, 6 y 12 años tuvieron un resultado de 52.921, 72.919, 72.060 kilogramos de oro por año.
- Se pueden notar tendencias y comportamientos que permiten comparar estas dos series temporales PRECIO INTERNACIONAL DEL ORO y PRODUCCION ANUAL DEL ORO, pues trabajan sobre una variable similar y que responde igualmente con similitudes a fluctuaciones y variaciones evolutivas en el tiempo. Estas tendencias pueden determinarse con los modelos validados de las series temporales estudiadas.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

- Los pronósticos de ambas series, a pesar que presentan períodos diferentes en su predicción, indican una relación direccional entre un incremento en el precio del oro y la producción anual del oro, como se espera lógicamente, sin embargo el ejercicio de modelar las series temporales permite igualmente notar los comportamientos diferenciales, puesto que aún con un precio internacional del oro atractivo, existe la influencia de factores de inversión económica, sociales, políticos, ambientales, legales, tecnológicos, entre otros que hacen la serie temporal de producción anual de oro en Colombia, algo más compleja en su comportamiento y pronóstico.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

CAPITULO 6.

REFERENCIAS.

Burga Víctor. Precios de los metales – Factores que determinarán su evolución en el 2014-2015. Publicado en Desde Adentro. 2014.

Cinco Días Euribor. ¿Qué factores influyen en el precio del oro? Enero de 2016.

El mercado del oro: Funcionamiento y Perspectivas. El Día. Mayo de 2013.

Gómez G. Norman. Notas de Clase: Series de Tiempo con R. Universidad Nacional. Medellín. 2006.

IndexMundi. Oro precio mensual dólares americanos por onza troy. Octubre de 2017

Invertir Oro. La evolución del precio del oro. 2017.

Lozano F. Sebastien. Series de Tiempo I. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá 2017.

Lozano F. Sebastien. Series de Tiempo II. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá 2017.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Monografías.com. Métodos de suavizamiento y pronóstico de series de tiempo.

Operation Management. Alisamiento o Suavizamiento Exponencial. 2011

SIMCO MINMINAS. 2017.

Ub EduAplica. Técnicas de Predicción. 2017

Wikipedia. Onza Troy .2017.



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

ANEXOS.

Anexo A. SERIE PRECIO INTERNACIONAL DEL ORO. Unidad en dólares americanos
por onza troy.

Mes	Precio
oct. 1992	344,38
nov. 1992	335,02
dic. 1992	334,82
ene. 1993	329,01
feb. 1993	329,31
mar. 1993	330,08
abr. 1993	342,15
may. 1993	367,18
jun. 1993	371,89
jul. 1993	392,19
ago. 1993	378,84
sep. 1993	355,28
oct. 1993	364,18
nov. 1993	373,83
dic. 1993	383,3
ene. 1994	386,88
feb. 1994	381,91
mar. 1994	384,13



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

abr. 1994	377,27
may. 1994	381,43
jun. 1994	385,64
jul. 1994	385,49
ago. 1994	380,36
sep. 1994	391,58
oct. 1994	389,77
nov. 1994	384,39
dic. 1994	379,29
ene. 1995	378,55
feb. 1995	376,64
mar. 1995	382,12
abr. 1995	391,03
may. 1995	385,22
jun. 1995	387,56
jul. 1995	386,23
ago. 1995	383,67
sep. 1995	383,06
oct. 1995	383,14
nov. 1995	385,31
dic. 1995	387,44
ene. 1996	399,45



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

feb. 1996	404,76
mar. 1996	396,21
abr. 1996	392,85
may. 1996	391,93
jun. 1996	385,27
jul. 1996	383,47
ago. 1996	387,35
sep. 1996	383,14
oct. 1996	381,07
nov. 1996	377,85
dic. 1996	369
ene. 1997	355,11
feb. 1997	346,58
mar. 1997	351,81
abr. 1997	344,47
may. 1997	343,84
jun. 1997	340,76
jul. 1997	324,1
ago. 1997	324,01
sep. 1997	322,82
oct. 1997	324,87
nov. 1997	306,04



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

dic. 1997	288,74
ene. 1998	289,1
feb. 1998	297,49
mar. 1998	295,94
abr. 1998	308,29
may. 1998	299,1
jun. 1998	292,32
jul. 1998	292,87
ago. 1998	284,11
sep. 1998	288,98
oct. 1998	295,93
nov. 1998	294,12
dic. 1998	291,68
ene. 1999	287,08
feb. 1999	287,33
mar. 1999	285,96
abr. 1999	282,62
may. 1999	276,44
jun. 1999	261,31
jul. 1999	256,08
ago. 1999	256,69
sep. 1999	264,74



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

oct. 1999	310,72
nov. 1999	293,18
dic. 1999	283,07
ene. 2000	284,32
feb. 2000	299,86
mar. 2000	286,39
abr. 2000	279,69
may. 2000	275,19
jun. 2000	285,73
jul. 2000	281,59
ago. 2000	274,47
sep. 2000	273,68
oct. 2000	270
nov. 2000	266,01
dic. 2000	271,45
ene. 2001	265,49
feb. 2001	261,87
mar. 2001	263,03
abr. 2001	260,48
may. 2001	272,36
jun. 2001	270,23
jul. 2001	267,53



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

ago. 2001	272,39
sep. 2001	283,42
oct. 2001	283,06
nov. 2001	276,16
dic. 2001	275,85
ene. 2002	281,51
feb. 2002	295,5
mar. 2002	294,06
abr. 2002	302,68
may. 2002	314,49
jun. 2002	321,18
jul. 2002	313,29
ago. 2002	310,26
sep. 2002	319,14
oct. 2002	316,56
nov. 2002	319,07
dic. 2002	331,92
ene. 2003	356,86
feb. 2003	358,97
mar. 2003	340,55
abr. 2003	328,18
may. 2003	355,68



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

jun. 2003	356,35
jul. 2003	351,02
ago. 2003	359,77
sep. 2003	378,95
oct. 2003	378,92
nov. 2003	389,91
dic. 2003	406,95
ene. 2004	413,79
feb. 2004	404,88
mar. 2004	406,67
abr. 2004	403,26
may. 2004	383,78
jun. 2004	392,37
jul. 2004	398,09
ago. 2004	400,51
sep. 2004	405,28
oct. 2004	420,46
nov. 2004	439,38
dic. 2004	442,08
ene. 2005	424,03
feb. 2005	423,35
mar. 2005	433,85



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

abr. 2005	429,23
may. 2005	421,87
jun. 2005	430,66
jul. 2005	424,48
ago. 2005	437,93
sep. 2005	456,05
oct. 2005	469,9
nov. 2005	476,67
dic. 2005	510,1
ene. 2006	549,86
feb. 2006	555
mar. 2006	557,09
abr. 2006	610,65
may. 2006	675,39
jun. 2006	596,15
jul. 2006	633,71
ago. 2006	632,59
sep. 2006	598,19
oct. 2006	585,78
nov. 2006	627,83
dic. 2006	629,79
ene. 2007	631,17



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

feb. 2007	664,75
mar. 2007	654,9
abr. 2007	679,37
may. 2007	667,31
jun. 2007	655,66
jul. 2007	665,38
ago. 2007	665,41
sep. 2007	712,65
oct. 2007	754,6
nov. 2007	806,25
dic. 2007	803,2
ene. 2008	889,6
feb. 2008	922,3
mar. 2008	968,43
abr. 2008	909,71
may. 2008	888,66
jun. 2008	889,49
jul. 2008	939,77
ago. 2008	839,03
sep. 2008	829,93
oct. 2008	806,62
nov. 2008	760,86



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

dic. 2008	816,09
ene. 2009	858,69
feb. 2009	943
mar. 2009	924,27
abr. 2009	890,2
may. 2009	928,65
jun. 2009	945,67
jul. 2009	934,23
ago. 2009	949,38
sep. 2009	996,59
oct. 2009	1.043,16
nov. 2009	1.127,04
dic. 2009	1.134,72
ene. 2010	1.117,96
feb. 2010	1.095,41
mar. 2010	1.113,34
abr. 2010	1.148,69
may. 2010	1.205,43
jun. 2010	1.232,92
jul. 2010	1.192,97
ago. 2010	1.215,81
sep. 2010	1.270,98



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

oct. 2010	1.342,02
nov. 2010	1.369,89
dic. 2010	1.390,55
ene. 2011	1.360,46
feb. 2011	1.374,68
mar. 2011	1.423,26
abr. 2011	1.480,89
may. 2011	1.512,58
jun. 2011	1.529,36
jul. 2011	1.572,75
ago. 2011	1.759,01
sep. 2011	1.772,14
oct. 2011	1.666,43
nov. 2011	1.739,00
dic. 2011	1.639,97
ene. 2012	1.654,05
feb. 2012	1.744,82
mar. 2012	1.675,95
abr. 2012	1.649,20
may. 2012	1.589,04
jun. 2012	1.598,76
jul. 2012	1.594,29



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

ago. 2012	1.630,31
sep. 2012	1.744,81
oct. 2012	1.746,58
nov. 2012	1.721,64
dic. 2012	1.684,76
ene. 2013	1.671,85
feb. 2013	1.627,57
mar. 2013	1.593,09
abr. 2013	1.487,86
may. 2013	1.414,03
jun. 2013	1.343,35
jul. 2013	1.285,52
ago. 2013	1.351,74
sep. 2013	1.348,60
oct. 2013	1.316,58
nov. 2013	1.275,86
dic. 2013	1.221,51
ene. 2014	1.244,27
feb. 2014	1.299,58
mar. 2014	1.336,08
abr. 2014	1.298,45
may. 2014	1.288,74



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

jun. 2014	1.279,10
jul. 2014	1.310,59
ago. 2014	1.295,13
sep. 2014	1.236,55
oct. 2014	1.222,49
nov. 2014	1.175,33
dic. 2014	1.200,62
ene. 2015	1.250,75
feb. 2015	1.227,08
mar. 2015	1.178,63
abr. 2015	1.198,93
may. 2015	1.198,63
jun. 2015	1.181,50
jul. 2015	1.128,31
ago. 2015	1.117,93
sep. 2015	1.124,77
oct. 2015	1.159,25
nov. 2015	1.086,44
dic. 2015	1.075,74
ene. 2016	1.097,91
feb. 2016	1.199,50
mar. 2016	1.245,14



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

abr. 2016	1.242,26
may. 2016	1.260,95
jun. 2016	1.276,40
jul. 2016	1.336,65
ago. 2016	1.340,17
sep. 2016	1.326,61
oct. 2016	1.266,55
nov. 2016	1.238,35
dic. 2016	1.157,36
ene. 2017	1.192,10
feb. 2017	1.234,20
mar. 2017	1.231,42
abr. 2017	1.266,88
may. 2017	1.246,04
jun. 2017	1.260,26
jul. 2017	1.236,85
ago. 2017	1.283,04
sep. 2017	1.314,07
oct. 2017	1.279,51



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

Anexo B. SERIE PRODUCCION ANUAL DEL ORO EN COLOMBIA. Unidades
Kilogramos.

AÑO	PRODUCCION
1939	18.557
1940	19.655
1941	20.405
1942	18.557
1943	17.589
1944	17.217
1945	15.760
1946	15.193
1947	4.977
1948	6.532
1949	11.181
1950	11.801
1951	13.397
1952	13.133
1953	13.601
1954	11.741
1955	11.845
1956	13.634
1957	10.112
1958	11.562
1959	12.377
1960	13.497
1961	12.474
1962	12.343
1963	10.094
1964	11.345
1965	9.837
1966	8.562
1967	8.012
1968	7.423
1969	6.780
1970	6.548
1971	5.874
1972	5.810



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

1973	6.725
1974	8.232
1975	9.601
1976	9.265
1977	7.998
1978	7.665
1979	8.378
1980	15.876
1981	16.460
1982	14.702
1983	13.641
1984	24.879
1985	35.546
1986	39.995
1987	26.546
1988	29.020
1989	29.506
1990	29.352
1991	34.833
1992	32.113
1993	27.469
1994	20.760
1995	21.136
1996	22.073
1997	18.811
1998	18.811
1999	34.599
2000	37.018
2001	21.813
2002	20.823
2003	46.515
2004	37.739
2005	35.786
2006	15.683
2007	15.482
2008	34.321
2009	47.838
2010	53.606
2011	55.908
2012	66.178
2013	55.745



**Modelación de series temporales de precio internacional del oro
y producción de oro en Colombia para la generación de pronósticos**

**FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
Especialización en Estadística Aplicada**

2014	57.015
2015	59.202
2016	61.805