

**SIMULACIÓN DE UNA COMPUTADORA DE VUELO PARA EL CONTROL DE
UN COHETE SONDA**

DEISY ALEXANDRA RODRÍGUEZ GUERRERO

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA AERONÁUTICA
BOGOTÁ
2014**

**SIMULACIÓN DE UNA COMPUTADORA DE VUELO PARA EL CONTROL DE
UN COHETE SONDA**

DEISY ALEXANDRA RODRÍGUEZ GUERRERO

**Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero Aeronáutico**

**Director
AIXA IVONE ARDILA AVELLANEDA
Ingeniera Electrónica**

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA AERONÁUTICA
BOGOTÁ
2014**

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Bogotá – 26/02/2014

Dedicatoria

El desarrollo y culminación de este proyecto es dedicado a una gran Ingeniera que aunque ya no nos acompaña en este mundo terrenal estará siempre con nosotros guiando e iluminando cada paso que damos.

Ing. Sonia Isabel González Mesa gracias por iniciar este proyecto y darme la motivación y fuerza de culminarlo exitosamente.

AGRADECIMIENTOS

Principalmente agradezco a Dios por todas sus bendiciones, por permitirme realizar y culminar la totalidad de este proyecto. De manera muy especial agradezco a la institución por darme la oportunidad de tener dos grandes ingenieros guiando este proyecto, al Ing. Jhonathan Murcia que con su gran sabiduría y experiencia en el tema me ayudo a construir bases sólidas sobre las cuales desarrolle y aplique todos los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera y a la Ing. Aixa Ivone Ardila que como tutora de este proyecto me apoyo, guío, ayudo, aconsejo y animo hasta culminar el proyecto, infinitas gracias doy por su dedicación, paciencia y principalmente por todo el conocimiento que me transmitió.

Agradezco a mi familia y amigos por estar incondicionalmente hay, por apoyarme y darme las fuerzas de seguir día a día construyendo un proyecto no para un instante, sino para toda la vida.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE GRÁFICAS.....	9
TABLA DE SÍMBOLOS.....	10
RESUMEN.....	11
INTRODUCCIÓN.....	12
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	13
HIPÓTESIS.....	14
OBJETIVOS.....	15
ALCANCES.....	16
JUSTIFICACIÓN.....	17
1 COHETE.....	19
1.1 Principios de Funcionamiento.....	19
1.2 Clasificación.....	20
2 DESARROLLO MATEMÁTICO PARA PREDECIR LA TRAYECTORIA DE VUELO DEL COHETE SONDA.....	24
3 MODELO ATMOSFÉRICO.....	25
4 MODELO GRAVITACIONAL.....	28
5 EMPUJE.....	32
6 COEFICIENTE DE ARRASTRE.....	34
7 DINÁMICA DE VUELO.....	35
8 DIAGRAMA GENERAL DE LOS COMPONENTES DEL MODELO FINAL.....	43
9 RESULTADOS SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA DE VUELO DEL COHETE SONDA.....	44
10 ACELERÓMETROS.....	49
10.1 Introducción.....	49

10.2	Principio básico de funcionamiento	50
10.3	Clasificación de los acelerómetros.	52
10.4	Acelerómetro ADXL377	54
10.4.1	Descripción General	55
10.4.2	Características	55
10.4.3	Descripción de la configuración y las funciones de los pines.....	55
11	DESARROLLO MATEMÁTICO DEL FUNCIONAMIENTO DE LOS ACELERÓMETROS	56
12	DESARROLLO DEL PROGRAMA DE SIMULACIÓN.....	59
12.1	Modelo de Simulink - Acelerómetro ADXL 311	60
12.2	Modelo de Simulink - Acelerómetro ADXL 377	63
13	RESULTADOS SIMULACIÓN EN SIMULINK DEL ACELERÓMETRO ADXL 377.....	65
14	DISEÑO DEL RACK DE AVIÓNICA DEL COHETE SONDA	71
14.1	Diseño conceptual	71
14.2	Diseño preliminar del rack de aviónica.	73
14.2.1	Acelerómetro ADXL 377	73
14.2.2	Pila Nokia.....	74
14.2.3	Microcontrolador	74
14.2.4	Conector	75
14.2.5	Tarjeta para microcontrolador	76
14.2.6	Remaches.....	76
14.2.7	Estructura.....	77
14.2.8	Ensamble final del rack de aviónica.....	77
	CONCLUSIONES	80
	BIBLIOGRAFÍA.....	82
	ANEXOS.....	85

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Armónicos esféricos.....	28
Figura 2. Sistema de coordenadas centradas en el planeta e	31
Figura 3. Geometría del cohete	32
Figura 4. Plano de referencia (Referencia local-Referencia del cohete).....	35
Figura 5. Sistema de referencia (dinámico)	38
Figura 6. Fuerzas y ángulos que actúan sobre el Cohete.....	38
Figura 7. Diagrama básico de un Acelerómetro.....	51
Figura 8. Configuración de pines	55
Figura 9. Diagrama del principio de funcionamiento de un acelerómetro	56
Figura 10. Diagrama de bloques - ADXL 377	59
Figura 11. Componentes en Z del eje X e Y	60
Figura 12. Modelo mecánico del acelerómetro	61
Figura 13. Modelo de Simulink acelerómetro ADXL311	62
Figura 14. Modelo de Simulink acelerómetro ADXL377	64
Figura 15. Coordenadas Cohete – Coordenadas del acelerómetro.....	65
Figura 16. Modelo Descriptivo lineal del diseño.....	71
Figura 17. Ejes de aceleración (correspondiente a la tensión de salida)	72
Figura 18. Respuesta de salida respecto a la orientación de la gravedad.....	72
Figura 19. Configuración final del Rack de aviónica	78
Figura 20. Configuración final del Rack de aviónica	79

LISTA DE GRÁFICAS

	pág.
Gráfica 1. Altitud vs densidad	26
Gráfica 2. Altitud Vs Velocidad del sonido	27
Gráfica 3. Empuje respecto al tiempo del combustible CANDY.....	33
Gráfica 4. Consumo de masa respecto al tiempo	33
Gráfica 5. Coeficiente de Arrastre en función del Mach.....	34
Gráfica 6. Altitud en función del tiempo	45
Gráfica 7. Variación de la longitud en función del tiempo	45
Gráfica 8. Variación de la latitud en función del tiempo	46
Gráfica 9. Curvatura generada por el efecto de Coriolis	47
Gráfica 10. Velocidad local total del cohete en función del tiempo	48
Gráfica 11. Aceleración en el eje X del cohete	66
Gráfica 12. Voltaje proporción a la aceleración en el eje X del cohete	67
Gráfica 13. Aceleración en el eje Y del cohete	67
Gráfica 14. Voltaje correspondiente a las aceleraciones en el eje Y del cohete	68
Gráfica 15. Aceleración en el eje Z del cohete	69
Gráfica 16. Voltaje correspondiente a las aceleraciones en el eje Z del cohete	69

TABLA DE SÍMBOLOS

λ	Longitud
δ	Latitud
Ω	Velocidad angular
r	Radio vector posición
ϕ	Ángulo de trayectoria de vuelo
ω	Velocidad angular de la tierra en el ecuador
F	Fuerza
A	Ángulo de azimut
V_I	Velocidad inercial
a_I	Aceleración inercial
α	Ángulo de ataque
W	Peso
L	Sustentación
T	Fuerza de empuje
V	Velocidad
D	Arrastre aerodinámico
m	Masa
g	Gravedad
a	Aceleración
μA	Microamperios
k	Constante elástica
t	Tiempo
ψ	Ángulo de desplazamiento angular

RESUMEN

El presente trabajo de grado busca complementar el proyecto que se encuentra realizando el SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN de la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES en su área de Cohetería, por lo tanto tiene como objetivo principal realizar la simulación de los parámetros de funcionamiento de una computadora de vuelo que tendrá como finalidad determinar las acciones necesarias para el control total de un cohete sonda, para esto se determinaron los parámetros que afectan la trayectoria de vuelo, los cuales sirvieron para desarrollar una simulación que determina la dinámica de vuelo del cohete, involucrando el modelo atmosférico, gravitacional, Aerodinámico y dinámico que conforman el código final.

Luego se muestra el principio básico de los acelerómetros y el desarrollo matemático que rige y determina su funcionamiento, logrando así establecer los parámetros de salida que tendrá este dispositivo al momento de ser implementado en la computadora de vuelo. Con el principio de funcionamiento y los parámetros establecidos por el fabricante se determina que dispositivo es el óptimo para el estudio en el presente trabajo de grado, siendo este el modelo de Analog Devices ADXL 377 dadas sus características. Al determinar esto se realizó la implementación del modelo de Simulink del acelerómetro ADXL 311 que proporciona el fabricante, para entender el comportamiento del acelerómetro y así realizar las modificaciones necesarias para obtener el modelo del acelerómetro ADXL377 que es el seleccionado para el proyecto. Posteriormente el modelo del acelerómetro y la dinámica de vuelo del cohete se acoplan obteniendo así los datos necesarios para establecer los parámetros de diseño y programación de Acelerómetro y el Microcontrolador.

Finalmente se realiza el diseño conceptual y preliminar de todas las piezas necesarias para la construcción del rack de aviónica y su ubicación para optimizar su funcionamiento.

INTRODUCCIÓN

La actividad aérea en Colombia se basa en datos atmosféricos estándares internacionales para el manejo de toda la aviación, tanto comercial como militar; datos de gran importancia para establecer el rendimiento de las aeronaves, por lo tanto será de gran utilidad realizar estudios atmosféricos y estandarizar una atmósfera única, que tenga datos precisos y reales que son de vital importancia para el desarrollo de la actividad aérea, datos como temperatura, densidad, humedad, vientos, entre otros.

Para realizar estos estudios atmosféricos es necesario tener un sistema apto para realizar la toma de este tipo de datos, para ello se busca la implementación de un Cohete Sonda¹, el cual debe ser totalmente controlado mediante una computadora de vuelo basada en acelerómetros que responda a parámetros y acciones puntuales.

El presente trabajo muestra la simulación de los diferentes parámetros fundamentales que determinan y estandarizan el desarrollo y funcionamiento de la computadora de vuelo ya que se basa en modelos matemáticos desarrollados con aspectos reales como densidad, altitud, temperatura, gravedad, condiciones aerodinámicas entre otras. Para así determinar datos reales, más no basar el estudio y simulación en datos basados en simplificaciones del medio como aire seco, limpio y sin humedad, logrando así obtener una precisión y un realismo más confiable.

¹ Cohete sonda Libertador I desarrollado durante el año 2012 en la Fundación Universitaria Los Libertadores.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un objetivo importante en la utilización de cohetes sonda para la toma de datos atmosféricos, es lograr mantener el control, mediante parámetros, funciones e instrucciones precisas como lo son: controlar la apertura del paracaídas, responder a las condiciones de vuelo, supervisar que la trayectoria del cohete no se salga de curso, guardar datos esenciales bajo diferentes etapas y eventos temporales, por lo tanto es necesario realizar simulaciones de los aspectos fundamentales que intervienen en el desarrollo y funcionamiento de la computadora de vuelo antes de diseñar e implementar un dispositivo electrónico. Por esta razón debemos saber. **¿Cómo afecta los parámetros externos en el funcionamiento, desempeño y programación de una computadora que controla y supervisa las acciones del cohete en las diferentes etapas de vuelo que va experimentando?**

HIPÓTESIS

La simulación computacional de todos los parámetros externos que afectan el comportamiento de la computadora de vuelo ayudará a determinar cómo debe ser la programación e implementación de un dispositivo basado en acelerómetros que ayudará al control total del cohete en aspectos puntuales como supervisión de la trayectoria de vuelo, accionamiento y despliegue del paracaídas y toma de datos temporales (despegue, apogeo, aterrizaje) que genere el cohete sonda desarrollado por la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Realizar la simulación de los parámetros fundamentales de la dinámica de vuelo de un cohete sonda para lograr el desarrollo óptimo de una computadora de vuelo basada en acelerómetros que determine las funciones necesarias en las diferentes etapas de vuelo del cohete sonda desarrollado en la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollar el modelo matemático y realizar la simulación de la dinámica de vuelo del cohete sonda en tres grados de libertad, para determinar los parámetros que afectan el funcionamiento de la computadora de vuelo.
- Realizar el modelo en Simulink del Acelerómetro seleccionado para el proyecto y efectuar la implementación de datos con el fin de establecer el funcionamiento de la computadora de vuelo
- Verificar mediante un diseño preliminar que las características físicas de la computadora de vuelo no afecta la dinámica de vuelo del cohete sonda.

ALCANCES

El proyecto involucra los cálculos, diseños, programación y simulación en MATLAB© del modelo atmosférico, gravitacional, aerodinámico, cinemático y dinámico, que son necesarios para determinar las características de vuelo del cohete y así establecer bajo que parámetros debe funcionar la computadora de vuelo para tener un desempeño óptimo y real en el control del Cohete sonda, para esto se implementa un modelo en Simulink del acelerómetro donde se realiza la simulación de su comportamiento según las variaciones (diferentes aceleraciones) que tiene el cohete durante toda su trayectoria de vuelo y finalmente el proyecto involucra un diseño recomendado del rack de aviónica.

JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de toda la actividad aérea en Colombia respecto a la atmósfera está basado en parámetros estándares internacionales y aunque maneja aspectos similares como lo es la variabilidad geográfica y la cobertura de altitud total, también tiene aspectos diferentes como la temperatura que es un parámetro fundamental en el desempeño de un aeronave, dónde Colombia no tiene un promedio determinado, sino una variedad climatológica según el lugar de estudio. Por lo tanto es un gran avance tecnológico lograr la toma de datos atmosféricos colombianos, mediante instrumentos como cohetes sonda, por lo tanto este trabajo de grado busca complementar el proyecto que está realizando la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES en el semillero de Cohetería, dónde se está realizando el diseño, estudio y construcción de un cohete sonda, pero para su aplicación y desarrollo es necesario controlar plenamente el cohete, esto se logra mediante una computadora de vuelo que responda a todas las acciones del cohete basado en parámetros y requerimientos puntuales como:

1. Supervisar que la trayectoria del cohete no se salga de curso.
2. Si la trayectoria varia desplegar el paracaídas bajo los siguientes escenarios:
 - i) Si la trayectoria supera un desvió de 45° ($\pi/4$ rad) en cualquier dirección respecto a la vertical.
 - ii) Si el cohete comienza a caer descontrolado.
 - iii) Luego de que el cohete llegue al apogeo.
3. Guardar la aceleración del cohete bajo los siguientes escenarios:
 - i) Aceleración máxima luego del despegue.

- ii) Guardar 10 registros de aceleraciones a intervalos iguales de tiempo con respecto a la aceleración máxima esperada teóricamente.

4. Guardar los siguientes eventos temporales:

- i) Despegue.
- ii) Momento en el cual la aceleración se hace nula (apogeo).
- iii) Momento en el cual el cohete sale de control, si llega a pasar.
- iv) Aterrizaje.

Por lo tanto es necesario tener en cuenta que el desarrollo y construcción de este tipo de dispositivos es de alto costo dada las especificaciones tan puntuales que requiere, por tal motivo se desarrolla este trabajo de grado ya que es indispensable contar con simulaciones computacionales que den certeza del funcionamiento óptimo y real antes de realizar la implementación y programación de los dispositivos que requiere la computadora de vuelo.

El desarrollo de este tipo de proyectos en el país ayudará a ampliar estudios, investigaciones y tecnologías propias con las cuales se logrará participar en el desarrollo aeroespacial a nivel mundial.

1 COHETE

1.1 Principios de Funcionamiento

Un cohete es un vehículo, aeronave o nave espacial que obtiene su empuje por la reacción de la expulsión rápida de gases de combustión desde un motor, en todos los cohetes los gases de combustión están formados por propelente el cual se lleva en el interior del cohete (Baker, 1978). El empuje de los cohetes se debe a la aceleración de los gases de combustión. Hay diferentes tipos de cohetes, según su tamaño puede variar desde los pequeños modelos de juguete que pueden comprarse en tiendas, hasta el enorme Saturno V usado por el programa Apolo. Los cohetes se usan para acelerar, cambiar de órbitas, órbitas de reentrada, para el aterrizaje completo si no hay atmósfera (ej. Aterrizaje en la Luna), y algunas veces para suavizar un aterrizaje con paracaídas justo antes del impacto en tierra. (NASA, 2009)

Muchos de los cohetes actuales obtienen su empuje de reacciones químicas, un motor cohete químico puede usar propelente sólido, líquido o una mezcla de ambos. Una reacción química se inicia entre el combustible y el oxidante en la cámara de combustión, y el resultado son los gases calientes que se aceleran a través de toberas en la parte final del cohete. La aceleración de estos gases al pasar por la cámara de combustión y en la tobera hacen que el vehículo se mueva de acuerdo con la tercera Ley de Newton. No todos los cohetes usan reacciones químicas. Los cohetes de vapor, por ejemplo, liberan agua supercalentada a través de una tobera dónde instantáneamente se proyecta en un vapor de alta velocidad, empujando al cohete. La eficiencia del vapor como propelente para cohetes es relativamente baja, pero es simple y razonablemente seguro, y el propelente es barato y se encuentra en cualquier parte del mundo.

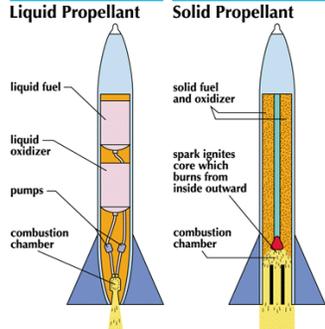
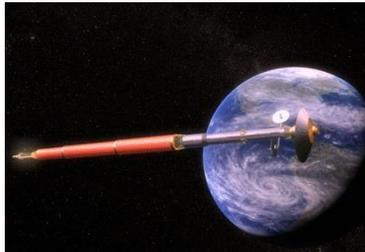
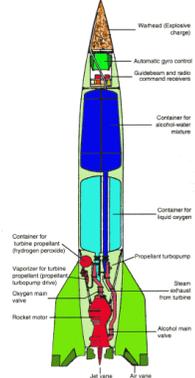
La invención y primeras referencias halladas del cohete se encontraron con el descubrimiento de la pólvora por los antiguos alquimistas chinos taoístas y sus usos para distintos tipos de armas (flechas de fuego, bombas y cañones), derivaron el desarrollo de los cohetes. Inicialmente se inventaron para ceremonias religiosas que estaban relacionadas con la veneración a los dioses en la antigua religión china. Fueron los precursores de los actuales fuegos artificiales y después de intensivas investigaciones se adaptaron para su uso como artillería en las guerras sucedidas desde el siglo X hasta el XII. (T.K. Derry, 1990). Algunos de los antiguos cohetes chinos estaban situados en la fortificación militar conocida como la Gran Muralla China y los empleaban los soldados de élite. Los primeros cohetes eran muy poco precisos sin el uso de ningún tipo de giros ni de cardanes en el empuje, tenían una gran tendencia a desviarse bruscamente fuera de su trayectoria. Los primeros cohetes del británico William Congreve redujeron esta tendencia adjuntando un largo bastón en la cola del cohete para hacer más difícil que el cohete modificara su trayectoria, el cohete más grande de Congreve pesaba 14,5 kg en vacío y tenía un bastón de cola de 5,6 m de longitud. Originalmente los bastones se montaban en los laterales, pero más tarde se cambió la posición a una más central, reduciendo su arrastre y permitiendo una mayor precisión al cohete cuando se lanzaba desde un segmento de tubo.

El problema de la puntería se solucionó en 1844 cuando William Hale modificó el diseño de los cohetes permitiendo un empuje ligeramente vectorizado haciendo que el cohete girase alrededor de su propio eje como una bala.” (Baker, 1978) El cohete Hale eliminó la necesidad del bastón del cohete, viajando a mayor velocidad dada su menor resistencia contra el aire y siendo más preciso.

1.2 Clasificación

Con el desarrollo, avance y estudio del comportamiento del cohete se fueron desarrollando diferentes clasificaciones (Rajadurai, 1983), como se observa en la TablaN°1.

Tabla 1. Clasificación de los Cohetes

CLASIFICACIÓN	TIPOS	IMAGEN
<p>Tipo de propelente</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Propelente líquido • Propelente sólido • Mezcla de Sólido-Líquido 	 <p>Estructura de cohete usando diferentes tipos de propelente²</p>
<p>Combustible Usado</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Combustible Químico • Combustible Nuclear • Tipo Solar • Tipo Eléctrico 	 <p>"Diseño de nave soviética con propulsión nuclear para un viaje a Marte (RKK Energía)."¹³</p>
<p>Número de etapas</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Una sola etapa • Múltiples etapas 	 <p>"German V-2"¹⁴</p>

² <http://kids.britannica.com/comptons/art-53928/Most-rockets-use-either-solid-or-liquid-chemical-propellants>

³ IEEE BCN Student Branch, (25 de November de 2010), IEEE BCN Student Branch de https://ieeepc.upc.es/index.php?option=com_content&view=article&id=52:cohetes-nucleares&catid=1:latest-news&Itemid=50

⁴ NASA. De <http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/rocket/BottleRocket/20thBeyond.htm>

<p>Según el alcance</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Corto alcance • Mediano alcance • Largo alcance 	 <p><i>Mercury Redstone - launching Alan Shepard on first U.S. sub-orbital space flight.⁵</i></p>
<p>Según la aplicación</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Cohete Sonda • Cohete militar • Cohete explorador • Cohete acelerador • Cohete de reducción (de freno) 	 <p><i>Cohete Sonda ULA II⁶</i></p>

Basados en esta clasificación el proyecto se desarrollará en un cohete clasificado según su aplicación como Cohete Sonda.

Un cohete sonda es un vehículo que transporta instrumentos con fines científicos en una trayectoria vertical hacia las capas altas de la atmósfera propulsado por combustible sólido, líquido o mezcla. Estos vehículos juegan un papel importante en el estudio del clima y la atmósfera ya que su principal ventaja sobre otros medios de investigación es que pueden tomar mediciones exactas y en lugares donde no se puede llegar por medio de satélites, aviones, globos u otros vehículos. (Ganesan, 2010)

⁵ NASA Rocket Gallery, de <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/gallery/redstone/red1.html>

⁶ <http://uvero.adm.ula.ve/prensa/index.php/prosiguen-con-exito-las-pruebas-del-cohete-sonda-ula-ii-video/>

“Los cohetes sonda son guiados por sistemas electrónicos de control o también llamado sistema de guía” (NASA, 1968), es un componente electrónico que proporciona datos al Sistema de Control del cohete para que éste a su vez lo maniobre para mantener su trayectoria, los cohetes que utilizan un sistema de control más avanzado son los misiles, se programan de tal manera que al activarse el sistema de guía genera moviendo en las aletas de guía del misil o varia el ángulo de su chorro de escape, logrando dar la dirección deseada. Las órdenes electrónicas impuestas por el Sistema de Guía pueden ser generadas dentro del mismo misil, o recibirse de una fuente externa. Las órdenes generadas dentro del mismo misil se basan en datos telemétricos y en la respuesta a estos por el sistema de control, basados en códigos estandarizados previamente o por su sistema de piloto automático.

Las configuraciones que se pueden realizar sobre el control de guía de un cohete son:

- “Desde la posición de lanzamiento, la plataforma se giraba hasta que el misil se alineaba exactamente en azimut con la dirección deseada. Después del lanzamiento, dos giróscopos y acelerómetros integrados que componían la guía inercial inclinaban el cuerpo del misil en el ángulo necesario y cortaban el motor principal a la velocidad precisa, de forma que su trayectoria logrará alcanzar el objetivo”. (Juan M. Rodríguez&Vicente V.M)
- “Combinación de sistema inercial y radiocontrol de los propulsores. (Baker, 1978)”
- “El sistema de guía y control de todo el cohete se basaba en vectores. Por medio de una tobera basculante por cada etapa. Estaba diseñado con superficies aerodinámicas. Tenía sensores de control de altitud y sistema de control de velocidad. El cohete seria controlado por computadoras intercomunicadas.” (Baker, 1978)

2 DESARROLLO MATEMÁTICO PARA PREDECIR LA TRAYECTORIA DE VUELO DEL COHETE SONDA

Para lograr el desarrollo matemático de la trayectoria de vuelo del cohete sonda es necesario implementar datos reales que serán fundamentales y necesarios para determinar la trayectoria de vuelo y disminuir el porcentaje de error, dentro de estos se encuentran aspectos atmosféricos, gravitacionales, aerodinámicos, dinámicos y cinemáticos, además es de vital importancia identificar el sistema de referencia a utilizar, ya que las ecuaciones que rigen el movimiento del vehículo se basan en esos sistemas de coordenadas. Por tal razón se determina realizar el desarrollo de cada uno de los modelos de forma individual y luego acoplarlos en un modelo final que mostrará como resultado el comportamiento de la dinámica de vuelo del cohete sonda.

3 MODELO ATMOSFÉRICO

Durante la etapa de vuelo el cohete se desplaza en un medio que varía con respecto a la altitud y la posición geográfica de su lanzamiento, por tal razón es de vital importancia incluir en la simulación la variación de los datos durante todas las etapas de vuelo, ya que se generan cargas aerodinámicas sobre el cohete producidas por el flujo atmosférico que origina fuerzas de sustentación y/o arrastre dependiendo de parámetros como la densidad, humedad, velocidad, presión y temperatura. El modelo seleccionado para la implementación en el código computacional es el estándar US1976 de los Estados Unidos, que es una revisión de la atmósfera de 1962 que se generó bajo el impulso de obtener un mayor conocimiento de la atmósfera superior basados en datos tomados por cohetes y algunos satélites durante más de un ciclo solar. Aunque se han desarrollado modelos atmosféricos más completos y exactos como el NASA Earth Gram 2010⁷ que además de incluir en su desarrollo matemático los parámetros esenciales de latitud, longitud y achatamiento terrestre, también modela aspectos más complejos como las corrientes de aire generadas por las variaciones de temperatura y altitud, un modelo tan completo generaría en la simulación datos más exactos y confiables, pero este código es de acceso restringido al público en general ya que solo agencias espaciales y gubernamentales que tengan convenios con Estados Unidos pueden acceder al uso del modelo. Por tal motivo el modelo atmosférico más adecuado para la implementación en este trabajo es el estándar US1976 de los Estados Unidos ya que incluye los aspectos fundamentales, se tiene total acceso a los datos y al modelo matemático y además cuenta con datos hasta los 1000km de altitud y aunque el modelo describe las variaciones de densidad, presión y temperatura en función de la altitud no se encuentra completo, pero esto no es un inconveniente para este estudio ya que el modelo está dividido en dos partes $\leq 86\text{km}$ y $> 86\text{km}$ a 1000km y para la implementación en la simulación de la dinámica de vuelo del cohete se sabe que dados los parámetros ya establecidos

⁷ Tomado de: <http://www.nasasolutions.com/software-catalog/SW-SE-MFS-32780-1.php>

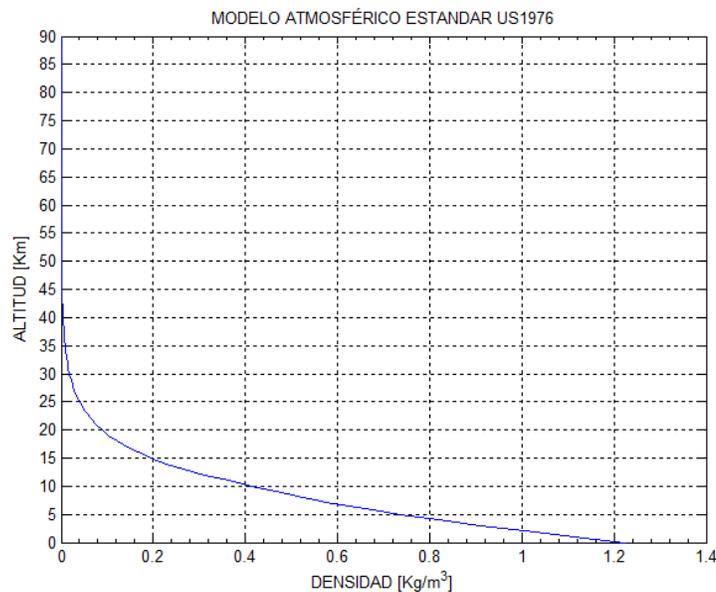
y conocidos del cohete se alcanzará una altitud menor a 86km, por lo tanto al ejecutar el programa este solo utilizará la parte que contiene los datos completos y precisos (Altitudes ≤ 86 km).

Del modelo atmosférico estándar US1976 se obtendrá los datos de la variación de la densidad del medio y la velocidad del sonido respecto a la altitud como se observa en la gráfica 1 y gráfica 2 respectivamente, los cuales se implementarán en el código principal de la dinámica de vuelo.

En la gráfica 1 se observa la variación de la densidad respecto a la altitud, obteniendo datos cada kilómetro hasta un máximo de 86Km, estos datos se implementan en el modelo principal para obtener la variación de los diferentes coeficientes aerodinámicos. En la gráfica 2 se observan la variación de la velocidad del sonido respecto a la altitud obteniendo datos cada kilómetro hasta una altitud máxima de 86Km.

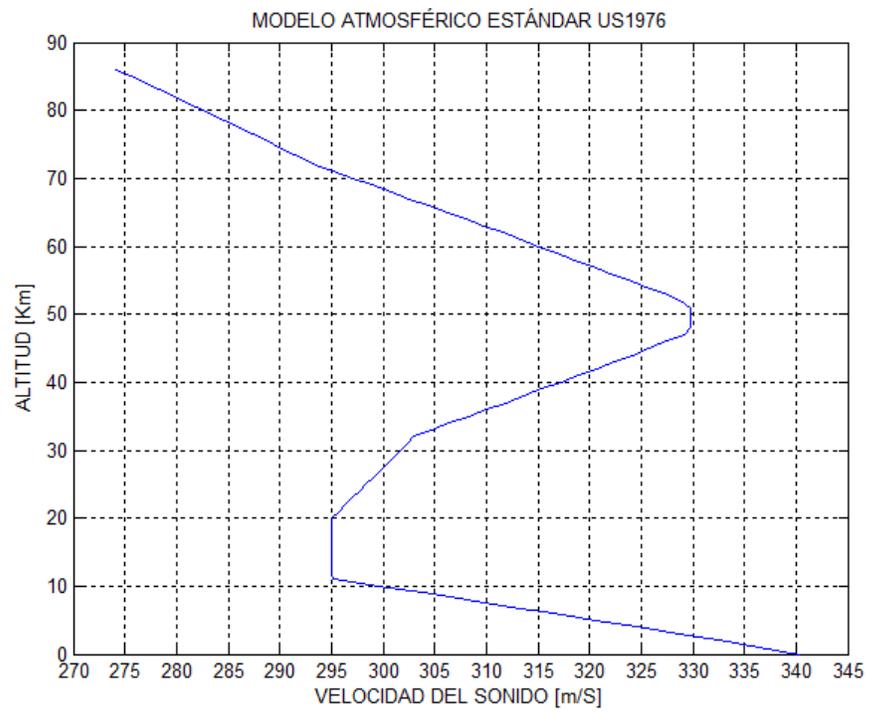
El código computacional en MATLAB© del modelo atmosférico se encuentra en el anexo A.

Gráfica 1. Altitud vs densidad



Fuente: Autor

Gráfica 2. Altitud Vs Velocidad del sonido

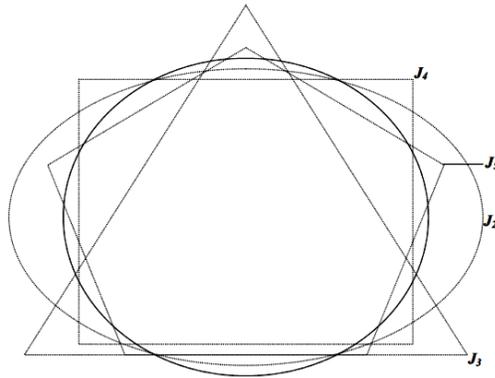


Fuente: Autor

4 MODELO GRAVITACIONAL

Se debe implementar un modelo gravitacional en el código computacional de la trayectoria de vuelo del cohete para así lograr obtener datos reales y con la menor cantidad de simplificaciones del efecto que tienen las fuerzas gravitacionales sobre la trayectoria de vuelo, por lo tanto no es apropiado utilizar un modelo esférico convencional porque no permite tener una aproximación ideal de la forma geométrica dado que el desplazamiento de la masa causado por la rotación de la tierra produce una variación en la geometría, obteniendo una esfera achatada (mayor volumen en el ecuador y aplanada en los polos). Aparte del achatamiento, la forma de un planeta en rotación se determina como la superposición total de varias formas geométricas, llamadas armónicos esféricos, como se observa en la Figura1.

Figura 1. Armónicos esféricos



Fuente: ASHISH TEWARI. Atmospheric and space flight dynamics, p.52

Se debe aclarar que los armónicos reales no tienen los bordes afilados que se muestra en la figura anterior, además corresponde a las constantes de Jeffrey, dentro de los armónicos más importantes se encuentran los siguientes.

$$J_2 = 0.00108263$$

$$J_3 = -0.000002532153$$

$$J_4 = -0.0000016109876$$

Dado que no es necesario utilizar todas las constantes para obtener un resultado preciso, en el presente modelo se utilizó solo el armónico zonal J_2 cuya presencia determina y aproxima la forma achatada y ovalada de la esfera terrestre, por lo tanto coloca el potencial gravitacional no solo en función del radio vector posición, sino también de la latitud.

Al establecer estos parámetros de achatamiento y armónicos esféricos se utiliza las funciones de Legendre para la solución de las ecuaciones diferenciales en coordenadas esféricas, formando una familia de polinomios ortogonales llamados Polinomios de Legendre (Ec. 2), basados en las siguientes propiedades significativas de dichos polinomios como se muestra en la Ec 1.

$$\begin{aligned}
 P_n(1) &= 1 \\
 P_n(-1) &= (-1)^n \\
 P_n(-v) &= (-1)^n P_n(v)
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 1}$$

Obteniendo.

$$\begin{aligned}
 P_0(v) &= 1 \\
 P_1(v) &= v \\
 P_2(v) &= \frac{1}{2}(3v^2 - 1) \\
 P_3(v) &= \frac{1}{2}(5v^3 - 3v) \\
 P_4(v) &= \frac{1}{8}(35v^4 - 30v^2 + 3) \\
 P_5(v) &= \frac{1}{8}(63v^5 - 70v^3 + 15v)
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2}$$

Al resolver y acoplar todos los parámetros ya mencionados anteriormente obtenemos las dos ecuaciones finales del modelo matemático (Ec. 3 y Ec. 4) que se utilizarán para la simulación gravitacional.

$$g_r = -\frac{GM}{r^2} \left[1 - 3J_2 \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 P_2(\cos\phi) - 4J_3 \left(\frac{R_e}{r}\right)^3 P_3(\cos\phi) - 5J_4 \left(\frac{R_e}{r}\right)^4 P_4(\cos\phi) \right]$$

Ec. 3

$$g_\phi = \frac{3GM}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \sin\phi \cos\phi \left[J_2 + \frac{1}{2} J_3 \left(\frac{R_e}{r}\right) \sec\phi (5\cos^2\phi - 1) + \frac{5}{6} J_4 \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 (7\cos^2\phi - 1) \right]$$

Ec. 4

Dónde g_r y g_ϕ son dos vectores unitarios que indican la dirección radial (r) y la dirección Noreste (ϕ) en el marco horizontal local que se encuentra sobre el cohete.

Finalmente se obtiene la fuerza de atracción gravitacional \vec{W} que se obtiene del desarrollo de modelo gravitacional convencional, la contribución del armónico zonal J_2 , la constante de Cavendish, el radio de la tierra en el ecuador, la masa de la tierra, la masa variable del cohete y el radio vector posición, como se observa en la ecuación 5.

$$\vec{W} = W_r \hat{i} + W_\phi \hat{j}$$

$$\vec{W} = \frac{GM_T m}{r^2} \left[1 + \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \frac{J_2}{2} (1 - 3 \sin^2\phi) \right] \hat{i} + \frac{3GM_T m}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 J_2 \sin\phi \cos\phi \hat{j}$$

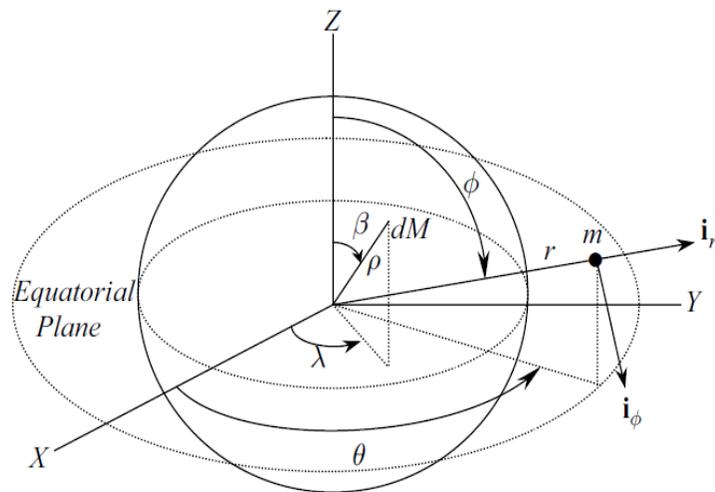
Ec. 5

El valor de las constantes utilizadas en el desarrollo del modelo son:

- Constante de Cavendish = $6,63 \times 10^{-11}$ [N]
- Masa de la tierra = $5,67 \times 10^{24}$ [Kg]
- Armónico zonal $J_2 = 0,00108263$
- Radio de la tierra en el ecuador = 6378.140 [Km]

Para finalizar el modelo gravitacional se muestra en la figura 2 el sistema de coordenadas XYZ ubicadas en el centro del planeta y se indica los componentes mencionados anteriormente para el desarrollo de la ecuación de la fuerza de atracción gravitacional \vec{W} .

Figura 2. Sistema de coordenadas centradas en el planeta e indicación de componentes gravitacionales



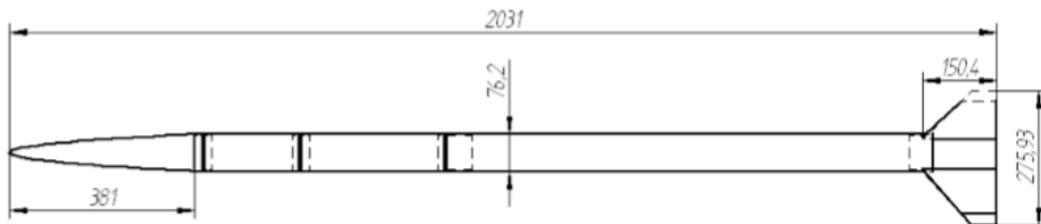
Fuente: ASHISH TEWARI. Atmospheric and space flight dynamics, p49.

El código computacional en MATLAB© del modelo gravitacional se encuentra acoplado en el código final de la dinámica de vuelo, anexo B

5 EMPUJE

La curva de empuje del cohete sonda se determina según la geometría del cohete y las características del propelente seleccionado, el SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN de cohería de la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES optó por utilizar un motor cohete supersónico de propelente solido tipo CANDY el cual genera una fuerza de empuje promedio de 184 kg y dentro de sus características de geometría se encuentra que tiene una capacidad de 5 Kg de masa de propelente, y una geometría que genera el menor coeficiente de arrastre, como se observa en la figura 3.

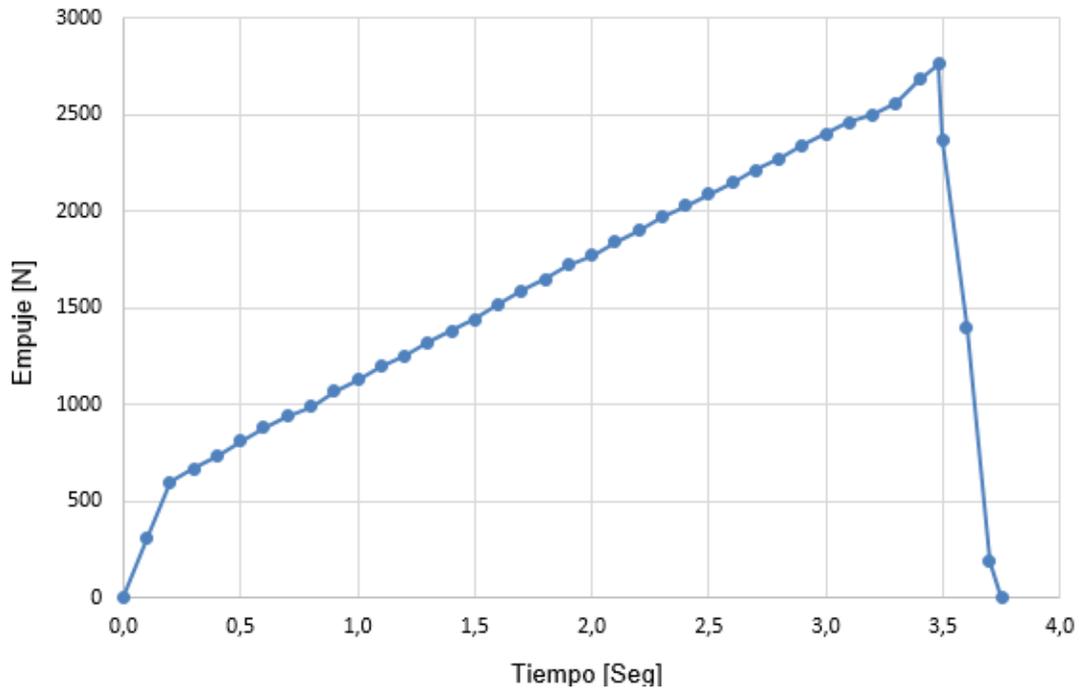
Figura 3. Geometría del cohete



Fuente: J.O. Murcia, H.D. Cerón-Muñoz, J.G. Portilla, S.A. Gómez. Análisis de la Trayectoria de Vuelo del Cohete Sonda "Libertador I" Implementando Simulaciones Computacionales en 3 DOF., p4.

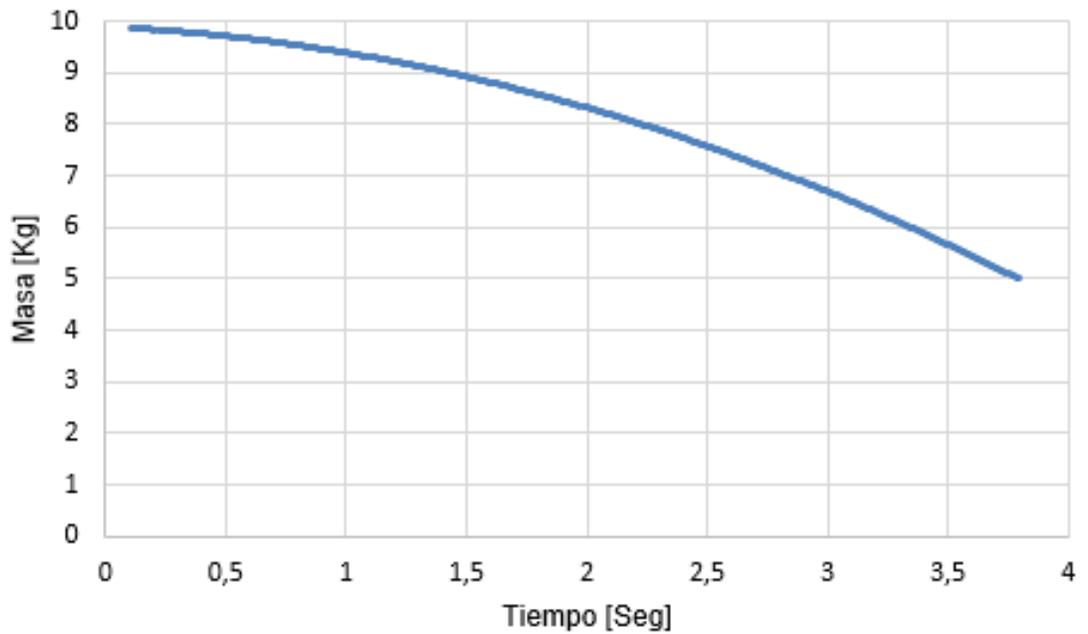
Con estos dos parámetros el SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN obtuvo de manera analítica el comportamiento de la fuerza de empuje en función del tiempo en condiciones estándares a nivel del mar (gráfica 3) y así mismo se obtuvo el decaimiento de la masa del cohete en función del tiempo por la expulsión de los gases de escape a la atmosfera (gráfica 4). Estos dos datos se implementaron en el código final para obtener la dinámica de vuelo del cohete.

Gráfica 3. Empuje respecto al tiempo del combustible CANDY



Fuente: Semillero de investigación de cohetaría de la Fundación universitaria los libertadores.

Gráfica 4. Consumo de masa respecto al tiempo



Fuente: Semillero de investigación de cohetaría de la Fundación universitaria los libertadores

6 COEFICIENTE DE ARRASTRE

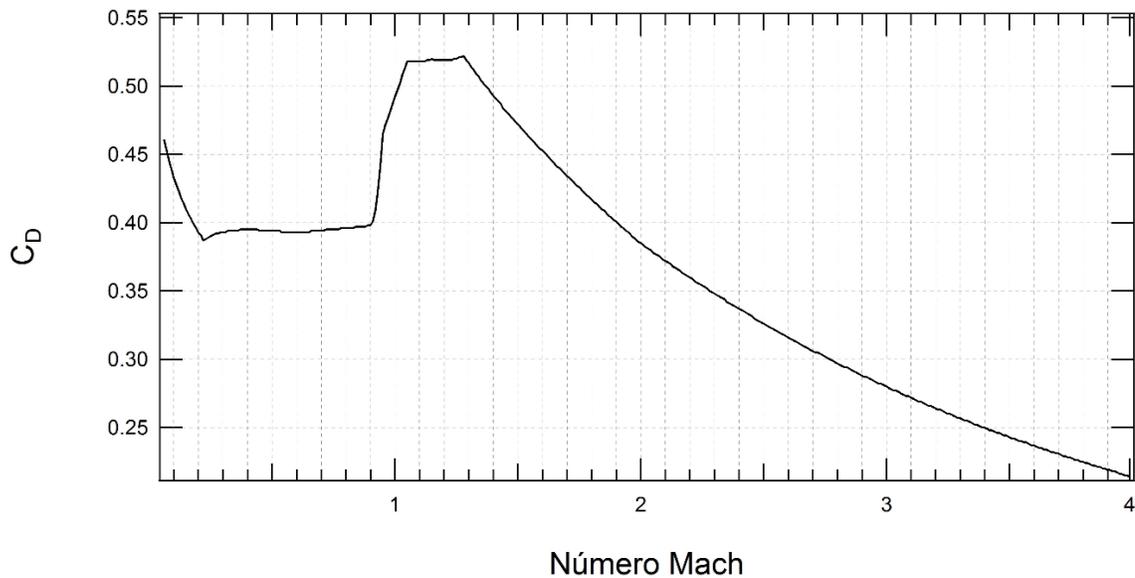
Dadas las condiciones de velocidad que alcanza el cohete se halla el coeficiente de arrastre en función del número mach, al tener los datos proporcionados por el SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN se determina el número mach según la ecuación fundamental. (Ec. 6)

$$\text{Número mach} = \frac{\text{Velocidad}_{\text{cohete}}}{\text{Velocidad}_{\text{sonido}}}$$

Ec. 6

Al tener estos datos se obtienen los coeficientes de arrastre según la variación del número mach para todos los puntos de la simulación.

Gráfica 5. Coeficiente de Arrastre en función del Mach



Fuente: Semillero de investigación de cohetaría de la Fundación universitaria los libertadores

7 DINÁMICA DE VUELO

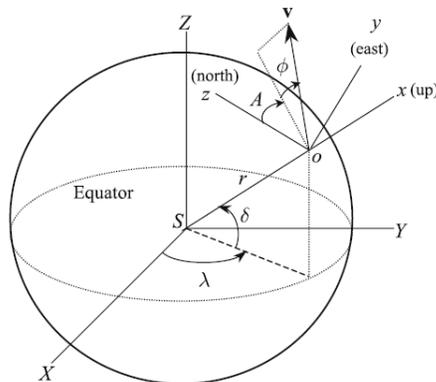
Las fuerzas que actúan se determinan por el plano normal tangencial al vector velocidad y se referencia según dos sistemas de coordenadas, las locales (movimiento del planeta) dado que la atmósfera de un planeta gira con él, es necesario establecer un plano o marco planetario fijo de referencia para expresar las ecuaciones de vuelo atmosférico, dado como $SXYZ$, con ejes representados por los vectores unitarios $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$, respectivamente. El segundo sistema de coordenadas se basa en el sistema de referencia del cohete, donde el vector velocidad se expresa en coordenadas esféricas v, ϕ, A , que representa la magnitud relativa, ángulo de trayectoria de vuelo y velocidad acimutal respectivamente, y se representa como $oxyz$ ó en vectores unitarios como $ox (\hat{i}), oy (\hat{j})$ y $oz (\hat{k})$. Además se utilizan las coordenadas esféricas de vuelo orbital r, δ, λ , que denota el radio, la latitud y longitud, respectivamente como se ilustra en la Figura 4. Teniendo el sistema de referencia total se comienza a obtener las ecuaciones que rigen el movimiento y la cinemática del cohete. De la Ec.7 a 9, encontramos las ecuaciones de posición según las coordenadas locales.

$$X = r \cos \lambda \cos \delta \hat{I} \quad \text{Ec. 7}$$

$$Y = r \sin \lambda \cos \delta \hat{J} \quad \text{Ec. 8}$$

$$Z = r \sin \delta \hat{K} \quad \text{Ec. 9}$$

Figura 4. Plano de referencia (Referencia local-Referencia del cohete)



Fuente: ASHISH TEWARI. Atmospheric and space flight dynamics, p.285

De la Ecuación 10 a 12 encontramos las componentes de velocidad según el ángulo de trayectoria de vuelo y el Azimut. (Sistema de referencia del cohete)

$$\vec{V}_x = v \cos \phi \hat{i} \quad \text{Ec. 10}$$

$$\vec{V}_y = v \sin \phi \sin A \hat{j} \quad \text{Ec. 11}$$

$$\vec{V}_z = v \sin \phi \cos A \hat{k} \quad \text{Ec. 12}$$

$$\vec{V} = v(\cos \phi \hat{i} + \sin \phi \sin A \hat{j} + \sin \phi \cos A \hat{k}) \quad \text{Ec. 13}$$

La velocidad inercial total del sistema (Ec.14), está basado en la velocidad del cohete (Ec.13) y la velocidad angular del planeta y se determina por:

$$\vec{V}_I = \vec{V} + \vec{\omega} \times \vec{r} = V + \omega r \hat{K} \times \hat{i} \quad \text{Ec. 14}$$

Luego al realizar la transformación de coordenadas de referencia local a referencia del cohete, se determina la velocidad inercial (Ec. 15) como:

$$\vec{V}_I = \vec{V} + \omega r \cos \delta \hat{j} \quad \text{Ec. 15}$$

Para utilizar las ecuaciones de la dinámica de movimiento de translación según la segunda ley de Newton es necesario determinar la aceleración inercial total (Ec. 16), esta se halla con la derivada con respecto al tiempo de la velocidad inercial.

$$a_I = \frac{d\vec{V}_I}{dt} = \vec{V} + \omega(\dot{r} \cos \delta - r \delta \sin \delta) \hat{j} + \omega r \cos \delta (\omega \hat{K} \times \hat{j}) \quad \text{Ec. 16}$$

Al tener estos datos, podemos reescribir la ecuación de la velocidad relativa como se observa en la Ecuación. 17.

$$\vec{V} = \dot{r} \hat{i} + \Omega \times (r \hat{i}) \quad \text{Ec. 17}$$

Dónde: $\Omega = \Omega_x \hat{i} + \Omega_y \hat{j} + \Omega_z \hat{k} \quad \text{Ec. 18}$

Reemplazando la Ec.18 en la Ec. 17, se obtiene la ecuación de la velocidad angular (Ec.19) del horizonte local oxyz con relación a las coordenadas SXYZ.

$$\vec{V} = \dot{r}\hat{i} + r\Omega_z\hat{j} - r\Omega_y\hat{k} \quad \text{Ec. 19}$$

Velocidad angular \rightarrow Ley de la mano derecha, a partir de la transformación de coordenadas se determina.

$$\Omega = \dot{\lambda}\hat{K} - \dot{\delta}\hat{j} = \dot{\lambda}(\text{sen}\delta\hat{i} + \text{cos}\delta\hat{k}) - \dot{\delta}\hat{j} = \dot{\lambda}\text{sen}\delta\hat{i} - \dot{\delta}\hat{j} + \dot{\lambda}\text{cos}\delta\hat{k} \quad \text{Ec. 20}$$

Dónde:

$$\dot{\lambda}\text{sen}\delta\hat{i} = \Omega_x$$

$$\dot{\delta}\hat{j} = \Omega_y$$

$$\dot{\lambda}\text{cos}\delta\hat{k} = \Omega_z$$

Con el desarrollo de las Ecuación 13 y 19 se obtiene la relación para el desarrollo de las tres (3) ecuaciones cinemáticas de movimiento relativo de un planeta giratorio, como se muestra a continuación en la Ec. 21, Ec. 22 y Ec. 23.

$$\dot{r} = v\text{cos}\phi \quad \text{Ec. 21}$$

$$\Omega_z = \frac{V\text{sen}\phi\text{sen}A}{r} = \dot{\lambda}\text{cos}\delta \Rightarrow \dot{\lambda} = \frac{V\text{sen}\phi\text{sen}A}{r\text{cos}\delta} \quad \text{Ec. 22}$$

$$\Omega_y = \frac{-V\text{sen}\phi\text{cos}A}{r} = -\dot{\delta} \Rightarrow \dot{\delta} = \frac{V\text{sen}\phi\text{cos}A}{r} \quad \text{Ec. 23}$$

Dónde:

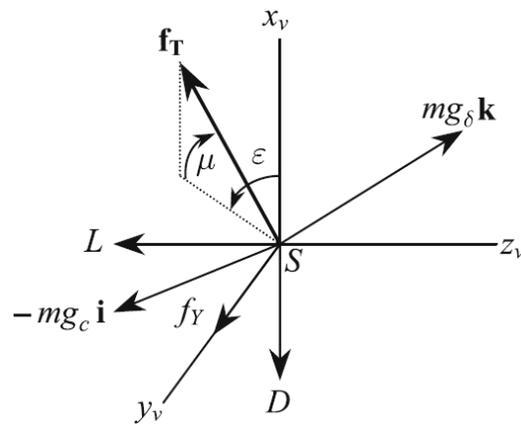
\dot{r} = Velocidad de ascenso

$\dot{\delta}$ = Movimiento sobre j desde el Ecuador hasta el norte o sur

$\dot{\lambda}$ = Movimiento de rotación alrededor de \hat{k} sobre el plano ecuatorial

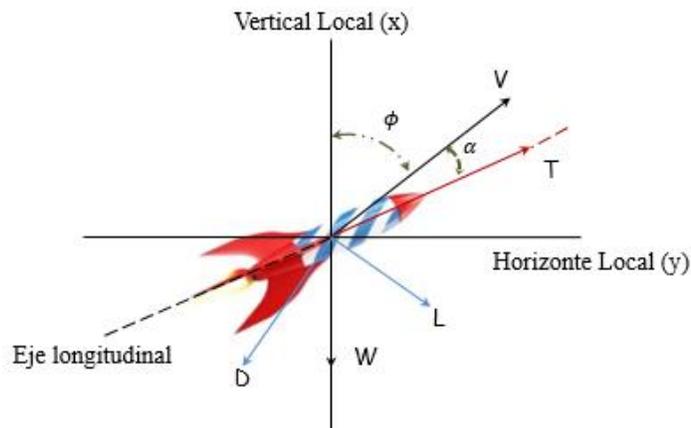
Lo siguiente a realizar es determinar las ecuaciones dinámicas del movimiento de translación del cohete, (Ec. 24) y la fuerza total como se observa en la Ec. 25. Estas ecuaciones se obtienen generalmente del teorema de la mano derecha y así se define un nuevo sistema de referencia, determinando los ejes de rotación del cohete x_v, y_v, z_v , y la distribución de las fuerzas que actúan sobre el cohete. Figura 5 y 6 respectivamente.

Figura 5. Sistema de referencia (dinámico)



Fuente: ASHISH TEWARI. Atmospheric and space flight dynamics, p.287

Figura 6. Fuerzas y ángulos que actúan sobre el Cohete



Fuente: Autor

$$\begin{aligned}\vec{F}_{xv} &= \vec{T} \cos \alpha - \vec{D} - \vec{W} \cos \phi = m a_{xv} \\ \vec{F}_{yv}^8 &= 0 = m(t) a_{yv} \\ \vec{F}_{zv} &= \vec{T} \sin \alpha + \vec{L} - \vec{W} \sin \phi = m a_{zv}\end{aligned}\quad \text{Ec.24}$$

$$\vec{F}_{Total} = (\vec{T} \cos \alpha - \vec{D} - \vec{W} \cos \phi) x_v + (\vec{T} \sin \alpha + \vec{L} + \vec{W} \sin \phi) z_v \quad \text{Ec. 25}$$

Las ecuaciones del movimiento de translación en forma de vectores se obtienen de la segunda ley de Newton (Ec. 26).

$$f = m a_l = m \frac{dV_l}{dt} \quad \text{Ec. 26}$$

Según las componentes se determina el vector de fuerza neta, que involucra fuerzas aerodinámicas, empuje, fuerzas gravitacionales, como se observa en la ecuación 27.

$$\begin{aligned}f &= (f_T \cos \epsilon \cos \mu - \vec{D} - m g_c \sin \phi + m g_\delta \cos \phi \cos A) i_v \\ &+ (f_T \sin \mu + f_Y - m g_\delta \sin A) j_v \\ &+ (-f_T \sin \epsilon \cos \mu - \vec{L} + m g_c \cos \phi + m g_\delta \sin \phi \cos A) k_v\end{aligned}\quad \text{Ec. 27}$$

Al obtener este vector de fuerza se realiza la primera derivada del vector velocidad Ec.28

$$\begin{aligned}\vec{\dot{V}} &= \ddot{r} \hat{i} + \dot{r}(\Omega_Z \hat{j} + \Omega_Y \hat{k}) + r(\dot{\Omega}_Z \hat{j} - \dot{\Omega}_Y \hat{k}) \\ &+ \dot{r}(\Omega + \omega) \times \hat{i} + r \Omega_Z (\Omega + \omega) \times \hat{j} \\ &- r \Omega_Y (\Omega + \omega) \times \hat{k}\end{aligned}\quad \text{Ec. 28}$$

⁸ Es cero dada las simplificaciones que se realizan en el modelo, dónde no se tiene en cuenta los vientos transversales.

Dónde:

$$\Omega + \omega = (\dot{\lambda} + \omega)\text{sen}\delta\hat{i} - \dot{\delta}\hat{j} + (\dot{\lambda} + \omega)\text{cos}\delta\hat{k} \quad \text{Ec. 29}$$

De la Ec.10 los términos de la derecha se definen como:

$$\omega r \text{cos}\delta (\omega \hat{K} \times \hat{j}) = \omega r (\dot{\lambda} + \omega) \text{cos}\delta (\text{sen}\delta\hat{k} - \text{cos}\delta\hat{i}) \quad \text{Ec. 30}$$

“La aceleración inercial se obtiene al reemplazar los términos de las ecuaciones 28,29 y 30 en la ecuación 16 dando como resultado las componentes de la aceleración inercial total (Ec. 31).” (J.O.Murcia, 2012)

$$\begin{aligned} \vec{a}_I = & \left[\ddot{r} - r\dot{\delta}^2 - r(\dot{\lambda} + \omega)^2 \text{cos}^2\delta \right] \hat{i} + \\ & \left[r\ddot{\lambda} \text{cos}\delta + 2\dot{r}(\dot{\lambda} + \omega) \text{cos}\delta - 2r\dot{\delta}(\dot{\lambda} + \omega) \text{sen}\delta \right] \hat{j} + \\ & \left[r\ddot{\delta} + 2\dot{r}\dot{\delta} + r(\dot{\lambda} + \omega)^2 \text{cos}\delta \text{sen}\delta \right] \hat{k} \end{aligned} \quad \text{Ec. 31}$$

Reemplazando los términos de la segunda derivada y descomponiéndolo en el sistema cartesiano, se obtiene las ecuaciones para la aceleración inercial en cada uno de los ejes (Ec. 32). (Tewari, 2006)

$$\begin{aligned} a_x = & \dot{V} \text{cos}\phi - V\dot{\phi} - \frac{V^2}{r} \text{sen}\phi - 2\omega V \text{sen}\phi \text{sen}A \text{cos}\delta - r\omega^2 \text{cos}^2\delta \\ a_y = & \dot{V} \text{sen}\phi \text{sen}A + V(\dot{A} \text{cos}A \text{sen}\phi + \dot{\phi} \text{sen}A \text{cos}\phi) + 2\omega V (\text{cos}\phi \text{cos}\delta - \\ & \text{cos}A \text{sen}\phi \text{sen}\delta) + \frac{V^2}{r} \text{sen}\phi \text{sen}A (\text{cos}\phi - \text{sen}\phi \text{cos}A \text{tan}\delta) \\ a_z = & \dot{V} \text{sen}\phi \text{cos}A + V(\dot{\phi} \text{cos}A \text{cos}\phi - \dot{A} \text{sen}A \text{sen}\phi + r\omega^2 \text{cos}\delta \text{cos}\delta \\ & + 2\omega V \text{sen}\phi \text{sen}A + \frac{V^2}{r} \text{sen}\phi (\text{cos}\phi \text{cos}A + \text{sen}\phi \text{sen}^2 A \text{tan}\delta) \end{aligned} \quad \text{Ec. 32}$$

Se realiza una transformación de coordenadas locales al sistema de referencia del cohete, mediante una rotación sobre los ejes $oxyz$ a los ejes x_v, y_v, z_v , con los ángulos ϕ y A , como se muestra en la siguiente matriz. (Tewari, 2006; J.O.Murcia, 2012)

$$\begin{pmatrix} a_{xv} \\ a_{yv} \\ a_{zv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \text{sen}\phi \text{sen}A & \text{sen}\phi \cos A \\ 0 & \cos A & -\text{sen} A \\ -\text{sen}\phi & \cos\phi \text{sen} A & \cos\phi \cos A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 33}$$

Como resultado se obtiene las componentes de la aceleración en los ejes del cohete en vectores unitarios, representados en la Ec. 34, Ec. 35 y Ec. 36.

$$a_{xv} = \dot{V} + r\omega^2 r \cos\delta (\cos A \text{sen}\phi \text{sen}\delta - \cos\phi \cos\delta) \quad \text{Ec. 34}$$

$$a_{yv} = V\dot{A} \text{sen}\phi - r\omega^2 \cos\delta \text{sen}\delta \text{sen}A - \frac{V^2}{r} \text{sen}^2\phi \text{sen}A \tan\delta + 2\omega V (\cos A \cos\delta - \text{sen}\phi \text{sen}\delta) \quad \text{Ec. 35}$$

$$a_{zv} = 2\omega V \cos\phi \text{sen}A + \frac{V^2}{r} \text{sen}\phi + V\dot{\phi} r \omega^2 \cos\delta (\cos\phi \cos A \text{sen}\delta + \text{sen}\phi \cos\delta) \quad \text{Ec. 36}$$

Finalmente la segunda ley de Newton se iguala a la Ec. 25 con Ec. 34, 35 y 36 despejando los términos de las derivadas $\dot{\phi}, \dot{V}, \dot{A}$, obteniendo así las ecuaciones de movimiento del cohete en el sistema de referencia geocéntrico (Ec 37 a Ec 39).

$$\dot{V} = \frac{T \cos\alpha}{m} - \frac{D}{m} - \frac{W_r \cos\phi}{m} + \frac{W_\delta \text{sen}\phi \cos A}{m} - \omega^2 r \cos\delta (\text{sen}\delta \text{sen}\phi \cos A - \cos\delta \cos\phi) \quad \text{Ec. 37}$$

$$\dot{A} = \frac{\omega^2 r \text{sen}A \text{sen}\delta \cos\delta}{V \text{sen}\phi} + \frac{V}{r} \text{sen}\phi \text{sen}A \tan\delta - \frac{W_\delta \text{sen}A}{mV} - \frac{2\omega}{\text{sen}\phi} (\cos\delta \cos\phi \cos A - \text{sen}\delta \text{sen}\phi) \quad \text{Ec. 38}$$

$$\dot{\phi} = \frac{T \sin \alpha}{mV} + \frac{L}{mV} + \frac{W_r \sin \phi}{mV} - 2\omega \sin A \cos \delta + \frac{W_\delta \cos \phi \cos A}{mV} - \frac{V}{r} \sin \phi - \frac{\omega^2 r \cos \delta}{V}$$

$$(\sin \delta \cos \phi \cos A + \cos \delta \sin \phi)$$

Ec. 39

Dónde:

\dot{V} = *Aceleración neta del cohete*

\dot{A} = *Derivada del ángulo de rumbo*

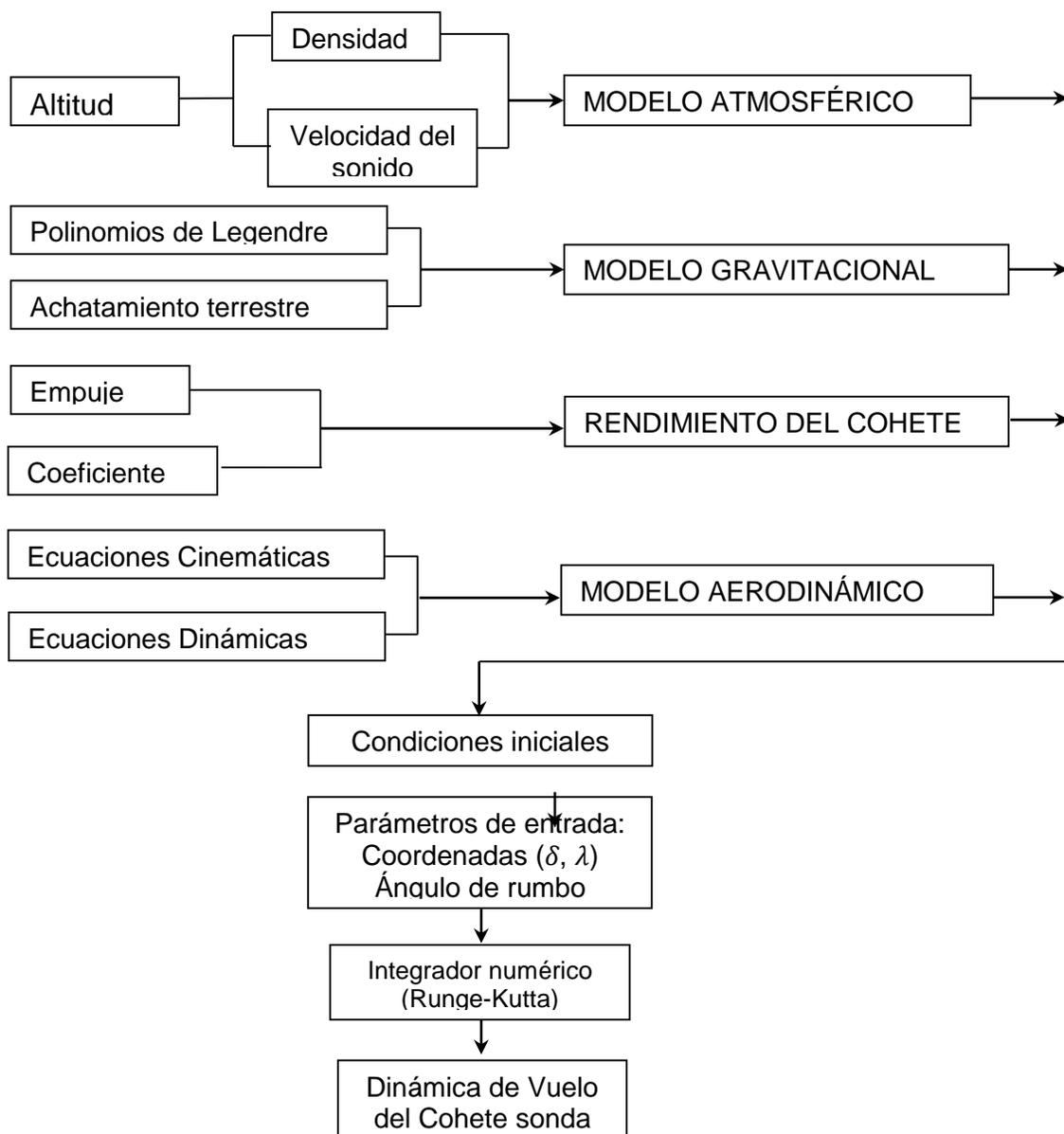
$\dot{\phi}$ = *Derivada del ángulo de trayectoria de vuelo*

Para determinar la dinámica de la trayectoria de vuelo final del cohete se debe tener en cuenta un modelo atmosférico dado que el cohete se desplaza por la atmósfera terrestre y las fuerzas aerodinámicas dependen de la densidad del medio, por lo tanto en este trabajo se implementa el modelo atmosférico estándar de 1976⁹ y un modelo gravitacional que incluya el achatamiento terrestre y no se simplifique como una esfera terrestre como se mencionó anteriormente, además es de vital importancia dado que el rendimiento del cohete se puede aumentar o disminuir dependiendo de las coordenadas de lanzamiento (λ , δ). Para determinar la trayectoria se debe integrar numéricamente las Ec. 21, 22, 23, 37, 38 y 39, mediante un integrador numérico, como el de tipo Runge Kutta, como se puede observar en el anexo B donde se acoplan todos los parámetros mencionados anteriormente y en el anexo C se observa el integrador numérico con los parámetros iniciales.

⁹Documentado basado en; http://www.everyspEq.com/NASA/NASA-General/NASA_TM-X-74335_37294/
Tomado de; <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13635-complete-1976-standard-atmosphere/>

8 DIAGRAMA GENERAL DE LOS COMPONENTES DEL MODELO FINAL

En el diagrama se muestra un modelo general para realizar el programa y/o código computacional para simular la trayectoria de vuelo del cohete sonda y así obtener los parámetros fundamentales de los cuales se basará la programación del Acelerómetro ADXL377 y se obtendrá junto con el microcontrolador el desarrollo y funcionamiento final de la computadora de vuelo.



9 RESULTADOS SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA DE VUELO DEL COHETE SONDA

La simulación realizada da una guía del posible comportamiento que tendrá el cohete sonda al ser lanzado con los siguientes datos iniciales: (worldmapfinder, 2010)

Longitud = $74^{\circ}04'54''W$

Latitud = $4^{\circ}36'35''N$

Altitud = 0.85 [m]

Velocidad = 14,63 [m/s]

Ángulo de trayectoria de vuelo = 0° , 15° , 30° , 45°

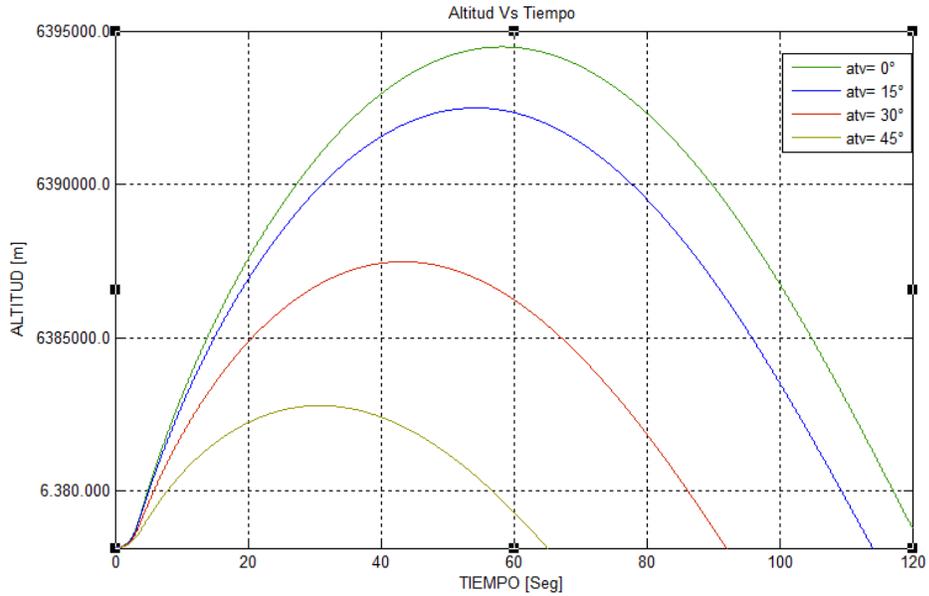
Azimut = 90°

Tiempo= 0 a 120 [seg]

Con la implementación de los datos obtenidos por el SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN de cohería de la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES y la utilización del integrador numérico ODE45 que realiza un cálculo multivariable se obtiene los resultados mostrados en las gráficas 6 a la 10.

En la gráfica 6 se muestra las diferentes trayectorias de vuelo que tiene el cohete sonda al realizar variaciones en el ángulo de trayectoria de vuelo en un rango de 0° a 45° cada 15° , de esta gráfica determinamos que el mayor tiempo de vuelo y el mayor apogeo se obtiene con un ángulo de 0° y al aumentar el ángulo de trayectoria de vuelo se disminuye los dos parámetros mencionados anteriormente.

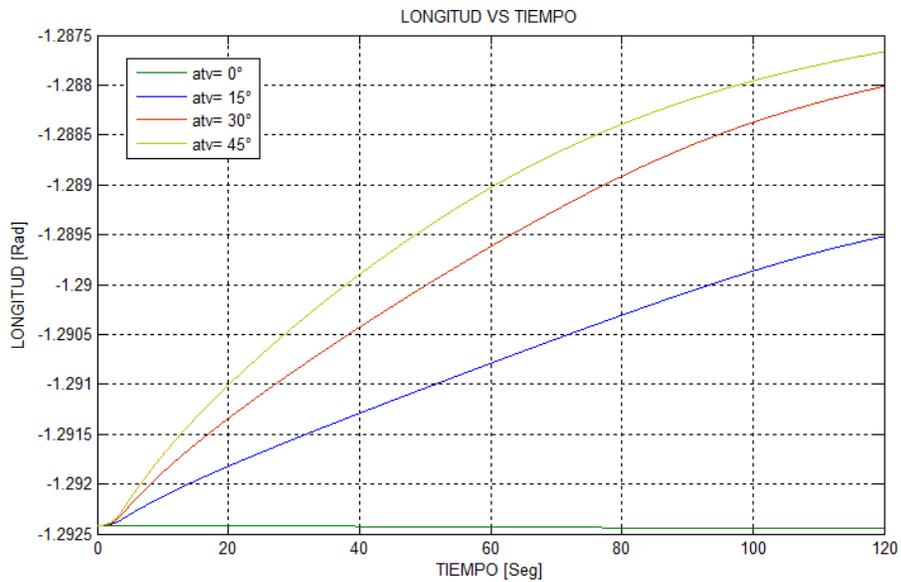
Gráfica 6. Altitud en función del tiempo



Fuente: Autor

En la gráfica 7 se muestra la variación de la longitud en función del tiempo y según el ángulo de trayectoria de vuelo, obteniendo como resultado un incremento en la desviación de la latitud al aumentar el ángulo de trayectoria.

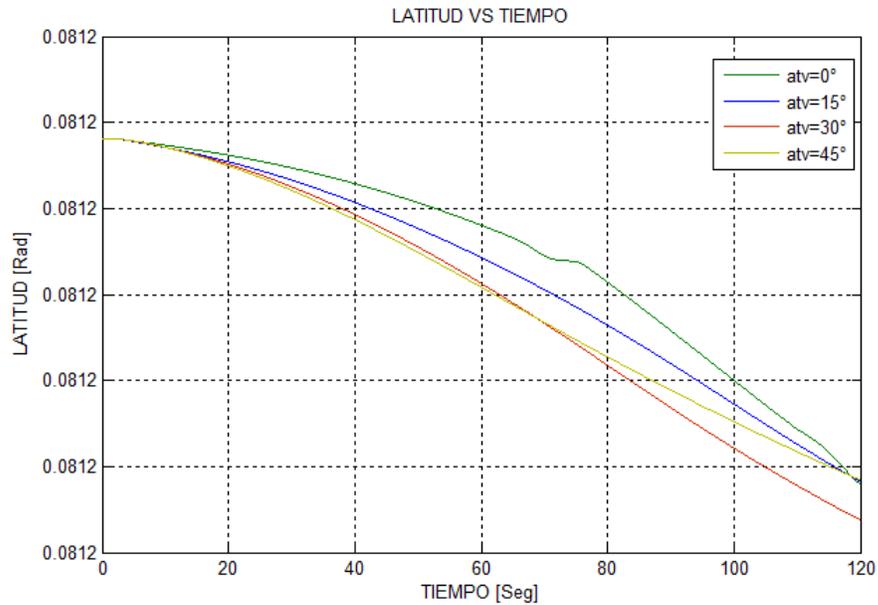
Gráfica 7. Variación de la longitud en función del tiempo



Fuente: Autor

En la gráfica 8 se muestra la variación de la latitud respecto al tiempo de vuelo, como resultado se obtiene una desviación proporcional al ángulo de trayectoria de vuelo, al aumentar el ángulo aumenta la variación de la latitud.

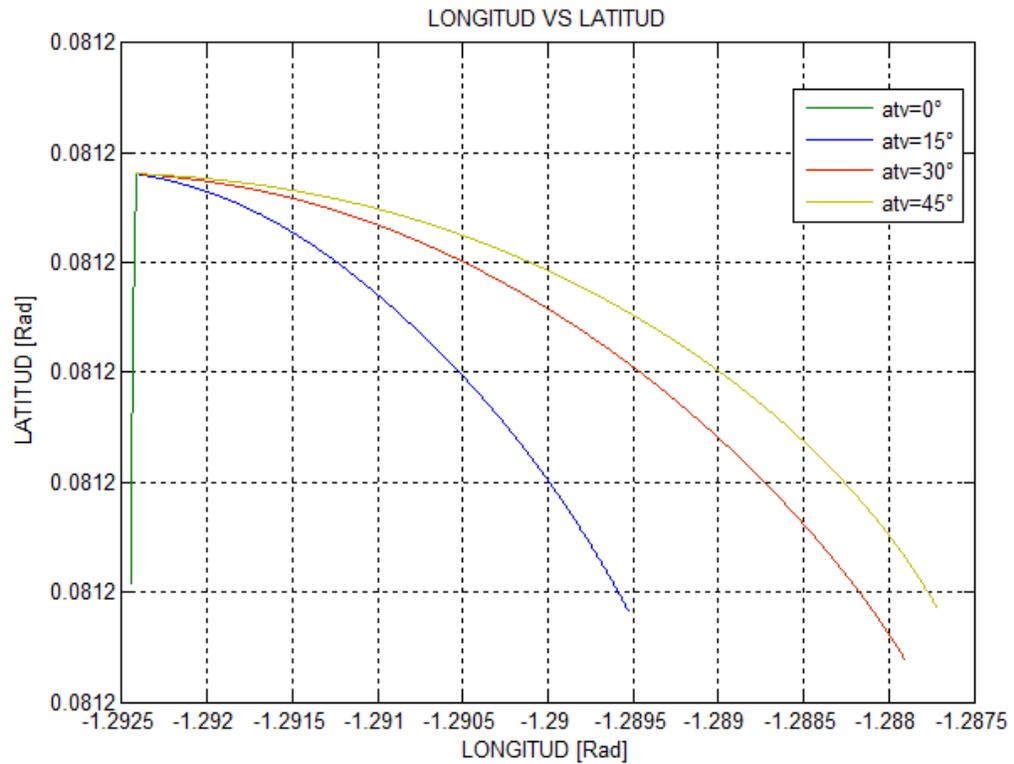
Gráfica 8. Variación de la latitud en función del tiempo



Fuente: Autor

En la gráfica 9 se observa el aporte que tiene la implementación de un modelo gravitacional en la simulación de la dinámica de vuelo del cohete, donde el efecto de coriolis genera una variación en la latitud y longitud que afectan directamente la dinámica de vuelo del cohete y al buscar obtener resultados precisos y confiables es necesario su utilización, ya que siempre el punto de impacto se desviará a la derecha (Hemisferio norte) o izquierda (Hemisferio sur) de la dirección de avance.

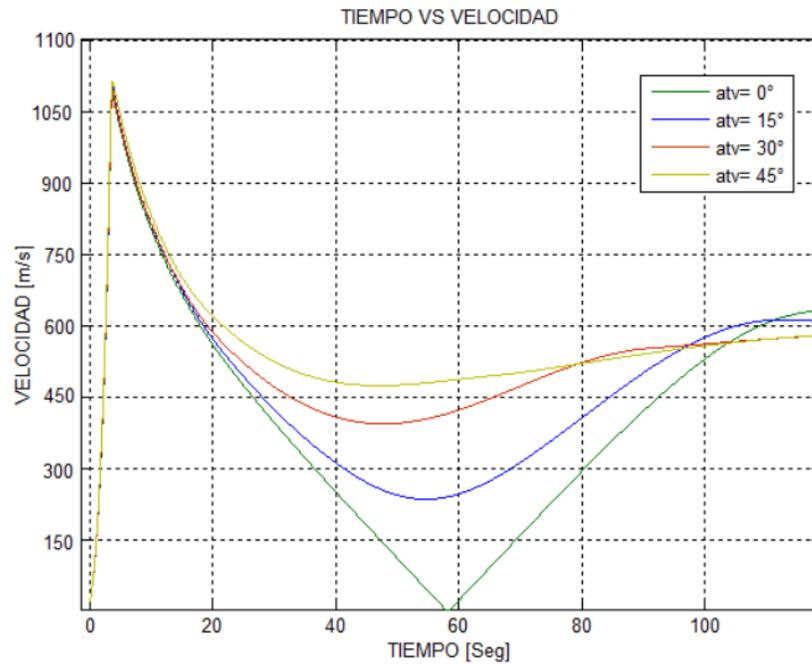
Gráfica 9. Curvatura generada por el efecto de Coriolis



Fuente: Autor

En la gráfica 10 se observa la variación de la velocidad total que tiene el cohete durante toda la trayectoria de vuelo, mostrando además dos de los puntos más importantes; el punto de máxima presión dinámica que se encuentra al finalizar la combustión y el apogeo donde las fuerzas gravitacionales hacen que el cohete comience nuevamente a aumentar su velocidad, hasta el punto donde la densidad aumenta y logra generar un frenado aerodinámico (mayor densidad \rightarrow mayor drag) donde disminuye la velocidad hasta llegar a chocar con la superficie a una alta velocidad (aprox. 400m/s)

Gráfica 10. Velocidad local total del cohete en función del tiempo



Fuente: Autor

Al establecer el comportamiento que tendrá el cohete se procede a obtener las aceleraciones en cada uno de los ejes para realizar la implementación de estos datos en las entradas del modelo de Simulink del acelerómetro seleccionado para el proyecto (ADXL377) y así determinar el posible funcionamiento que tendrá el acelerómetro en las diferentes etapas de vuelo del cohete sonda.

10 ACELERÓMETROS

10.1 Introducción

El origen de la construcción y utilización de los acelerómetros se le atribuye a Frederick William Lanchester. Frederick tuvo importantes contribuciones a la aeronáutica y automoción; dejó un legado de invenciones exitosas, entre ellas, en su periodo más creativo, su idea de un acelerómetro de péndulo. Dicha invención se conoce como el primer acelerómetro mecánico. El acelerómetro se diseñó para medir y registrar la tracción y el esfuerzo de frenado. Consistía de dos plumas de trazado, un péndulo centrado y una montada, por encima para desplazarse. El desplazamiento se sitúa en dos tambores de relojería accionados por una manivela. Éste acelerómetro fue probado inicialmente en los ferrocarriles, con el objetivo de evaluar las condiciones de frenado. Lanchester desarrolló el acelerómetro en el año 1889. Fue un asunto de fabricación casera, pero pasó un tiempo perfeccionarlo y el resultado final, salió a la luz en 1904.

En 1923, Burton McCollum y Orville Petters diseñaron el primer acelerómetro comercial, dicho acelerómetro estaba compuesto por un bastidor en forma de E que contenía discos de carbón. Cuando se exponía a una medición de aceleración, la sección superior de la E entraba en compresión y la sección inferior entraba en tensión. Luego se desarrollaron sistemas más complejos, pero no muy fiables que se basaban en la medida de los desplazamientos de una masa inercial sujeta a la aceleración con resortes que contrarrestaban el efecto de la fuerza generada por la masa. (Smith, 1935)

Estos dispositivos tiene como función principal medir aceleraciones y vibraciones, la mayoría de los acelerómetros trabajan de manera indirecta. (Maloney., 2006)

El acelerómetro es el elemento principal en los sistemas inerciales, teniendo una gran variedad de aplicaciones, tanto comerciales, industriales y en el desarrollo de nuevas tecnologías como:

- Análisis de vibraciones en maquinaria industrial
- Activación/desactivación de elementos mecánicos
- Activación de Air-bags
- Sensores de dispositivos móviles
- Aplicación en sistemas inerciales
- Aplicación en servo sistemas sofisticados de alta tecnología

Los acelerómetros son pequeños dispositivos capaces de medir un cambio de aceleración en cualquiera de sus ejes, dando como respuesta una variación de voltaje proporcional a la magnitud de la aceleración/desaceleración. Su principio de funcionamiento se basa en los postulados planteados en las tres leyes de newton.

10.2 Principio básico de funcionamiento

Este dispositivo convierte la aceleración de la gravedad o de movimiento en una señal eléctrica analógica proporcional a la fuerza aplicada al mecanismo sometido a aceleración/desaceleración, esta señal analógica indica en tiempo real la aceleración instantánea del objeto sobre el cual se encuentra montado el acelerómetro. Las técnicas convencionales para medir la aceleración se fundamentan en las leyes de newton, principalmente en su segundo postulado en el cual nos dice: “La fuerza neta aplicada sobre un cuerpo es proporcional a la aceleración que adquiere dicho cuerpo”. (Maloney., 2006)

La aceleración constante de una masa se basa en:

$$F = \frac{m}{a} \quad \text{Ec. 40}$$

Dónde: $F = \text{Fuerza} \rightarrow \text{Magnitud Vectorial}$
 $a = \text{Aceleración} \rightarrow \text{Magnitud Vectorial}$
 $m = \text{Masa}$

Al despejar la Ec. 40 se establece que el valor de la fuerza medida está relacionado con el valor de la aceleración (Ec. 41). (Segunda ley de Newton)

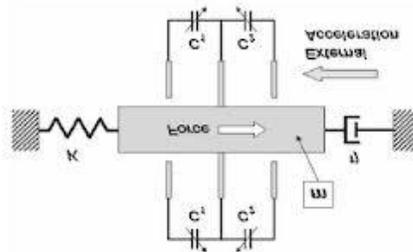
$$a = \frac{F}{Ms} \quad \text{Ec. 41}$$

F : Medida por un transductor de fuerza

Ms : Cantidad conocida y fija de masa

Ya que los acelerómetros son sensores inerciales que miden la segunda derivada de la posición, un acelerómetro mide la fuerza de inercia generada cuando una masa es afectada por un cambio de velocidad, como se observa en la Figura 7. Por tanto, el transductor de fuerza puede estar calibrado para leer las unidades de aceleración.

Figura 7. Diagrama básico de un Acelerómetro



Fuente: TIMOTHY J. MALONEY. Electrónica industrial moderna. 2006

La masa se restringe a las direcciones dentro/fuera y arriba/abajo por medio de guías, pero las guías permiten un movimiento libre en la dirección izquierda/derecha. Cuando el objeto medido se acelera hacia la derecha, el marco transmite una fuerza vía el vínculo elástico a la masa, ocasionalmente que se acelere por igual. La fuerza de reacción comprime el vínculo elástico, lo cual permite que la masa se desplace ligeramente hacia la izquierda. La tensión sobre el vínculo elástico se manifiesta como un cambio de resistencia en el calibrador de tensión, el cual puede relacionarse con la fuerza habitualmente de tensión. (Maloney., 2006)

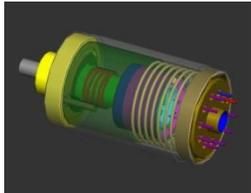
Además del método del calibrador de tensión, se pueden emplear muchas otras técnicas de detección de fuerza en el diseño de los acelerómetros. Recientemente, se ha desarrollado varios dispositivos de estado sólido que convierten la fuerza a una variable eléctrica. Los ejemplos más sobresalientes son el piezoresistor y el piezotransistor, ambos se adaptan bien para su uso en acelerómetros.

Industrialmente los acelerómetros encuentran aplicación en servosistemas sofisticados, para proporcionar una señal de retroalimentación adicional al comparador. Cuando el servosistema está arrancando a partir de una posición de alto o reduciendo la velocidad hasta una parada, el comparador toma la medición de aceleración. Los acelerómetros también se aplican comúnmente en el área de detección y análisis de vibraciones.

10.3 Clasificación de los acelerómetros.

Dependiendo de las aplicaciones mencionadas anteriormente los acelerómetros se clasifican como se muestra en la Tabla n° 2.

Tabla 2. Clasificación de los Acelerómetros

ACELERÓMETRO	DEFINICIÓN	IMAGEN
<p>Acelerómetro Mecánico</p>	<p>Es el acelerómetro más simple. Se constituye uniendo una masa a un dinamómetro cuyo eje está en la misma dirección que la aceleración que se desea medir.</p>	 <p>Acelerómetro Mecánico¹⁰</p>
<p>Acelerómetro piezoeléctrico</p>	<p>El acelerómetro es uno de los transductores más versátiles, siendo el más común el piezoeléctrico por compresión. Este se basa en que, cuando se comprime un retículo cristalino piezoeléctrico, se produce una carga eléctrica proporcional a la fuerza aplicada.</p>	 <p>Acelerómetro piezoeléctrico Model MA15¹¹</p>
<p>Acelerómetro de efecto Hall</p>	<p>Utiliza una masa sísmica donde se coloca un imán y un sensor de efecto hall que detecta cambios en el campo magnético</p>	 <p>Acelerómetro efecto Hall miniatura¹²</p>
<p>Acelerómetro de condensador</p>	<p>Mide el cambio de capacidad eléctrica de un condensador mediante una masa sísmica situada entre las placas del mismo, que al moverse hace cambiar la corriente que circula entre las placas del capacitor.</p>	 <p>Condensador triaxial¹³</p>

¹⁰Direct industry (2012). Direct industry. Recuperado el 4 octubre de 2012, de <http://www.directindustry.es/prod/honeywell-sensing-and-control/sensores-de-posicion-de-efecto-hall-miniaturas-12365-36889.html>

¹¹ Direct industry (2012). Direct industry. Recuperado el 4 octubre de 2012, de <http://www.directindustry.es/prod/honeywell-sensing-and-control/sensores-de-proximidad-magneticos-de-efecto-hall-miniaturas-12365-36889.html>

¹² Direct industry (2012). Direct industry. Recuperado el 4 octubre de 2012, de <http://www.directindustry.es/prod/honeywell-sensing-and-control/sensores-de-proximidad-magneticos-de-efecto-hall-miniaturas-12365-36889.html>

¹³ <http://www.directindustry.es/prod/meggitt-sensing-systems-measurement-group/acelerometros-piezoelctricos-triaxiales-de-gran-sensibilidad-5413-514721.html>

Actualmente la tecnología más avanzada en acelerómetros es la disponible para técnicas aeroespaciales que se suelen clasificar por su construcción y por el principio de detección. De esta manera los acelerómetros más avanzados son los *Q-Flex* en aplicaciones tan específicas de la industria aeroespacial como son la navegación inercial, el guiado, el control activo y los ensayos en vuelo. (Prowald, 2000)

Dentro de los último acelerómetros se encuentran los acelerómetros triaxiales (X, Y, Z) en un sólo chip de silicio, incluyendo en el mismo la parte electrónica que se encarga de procesar las señales. El principio de operación de los dispositivos, acelerómetros e inclinómetros de tecnología MEMS, están basados en el traspaso térmico, por convección natural. Estos dispositivos miden cambios internos, de la transferencia de calor causada por la aceleración, ofreciendo ventajas significativas sobre el empleo de una estructura tradicional sólida de masas de prueba, ya que la masa de prueba en el diseño de los sensores MEMS son moléculas de gas, las estructuras móviles mecánicas son eliminadas dentro del acelerómetro.

10.4 Acelerómetro ADXL377

El Acelerómetro seleccionado para realizar este proyecto de grado es el modelo de Analog Devices ADXL377 debido al buen acoplamiento de sus características con las necesidades establecidas para el control del Cohete Sonda de la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES. Dentro de las características el parámetro fundamental que determina la implementación de este acelerómetro es su rango de operación que está entre $\pm 200g$, lo cual asegura que el dispositivo responderá correctamente sin importar las fuertes variaciones de velocidad con respecto al tiempo que se alcanzarán durante la etapa de vuelo del cohete.

10.4.1 Descripción General

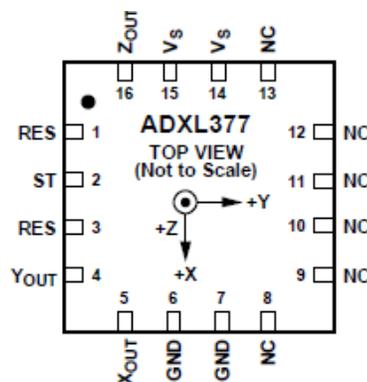
El ADXL377 es dispositivo pequeño, delgado y de bajo consumo de energía, maneja sensibilidad en sus tres ejes (triaxial), mide aceleraciones resultantes del movimiento, choque o vibración con una escala de ± 200 g, el ancho de banda pueden seleccionarse para adaptarse a la aplicación, con un rango de 0,5 Hz a 1300 Hz para el eje X y el eje Y, y un rango de 0,5 Hz a 1000 Hz para el eje Z. El usuario selecciona el ancho de banda del acelerómetro utilizando el CX, CY, CZ y condensadores en los pines; XOUT, YOUT, y ZOUT.

10.4.2 Características

- Acelerómetro triaxial (X,Y,Z)
- Dimensiones: 3mm X 3mm X 1,45mm
- Potencia: 300 μ A
- Fuente de funcionamiento: 1,8V o 3,6V
- Soporta choques máximos de 10.000 g
- Excelente estabilidad de temperatura

10.4.3 Descripción de la configuración y las funciones de los pines.

Figura 8. Configuración de pines

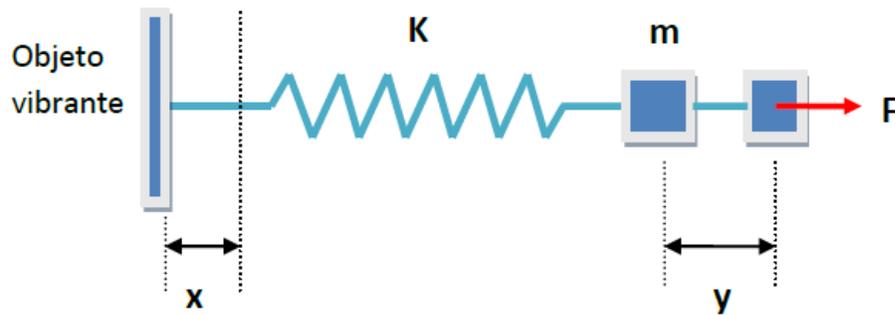


Fuente: ANALOG DEVICES. Data sheet. 2013, p5.

11 DESARROLLO MATEMÁTICO DEL FUNCIONAMIENTO DE LOS ACELERÓMETROS

El acelerómetro está formado por dos componentes esenciales; Una masa (m) constante y un resorte con constante elástica K como se muestra en la figura 9.

Figura 9. Diagrama del principio de funcionamiento de un acelerómetro



Fuente: UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE. "Estudio, validación y aplicaciones de acelerómetro triaxial MEMS para medición de vibraciones en estructuras". Tesis (2010), p10.

Como se desea medir la aceleración, la cual es la segunda derivada del desplazamiento se tiene que la aceleración (Ec. 42) es:

$$a(t) = \ddot{X}(t) \quad \text{Ec. 42}$$

Para encontrar la aceleración se medirá el desplazamiento o deformación $x(t) - y(t)$ del resorte por medio de la siguiente relación de fuerza, desplazamiento y aceleración, como se observa en la Ec. 43.

$$F = K(X - Y) = m\ddot{Y}(t) \quad \text{Ec. 43}$$

Obteniendo la siguiente ecuación diferencial con las variables X e Y:

$$m\ddot{y}(t) + ky(t) = kx(t) \quad \text{Ec. 44}$$

Aplicando la transformada de Laplace, suponiendo condiciones iniciales nulas, se obtiene:

$$Y(s) = \frac{x(s)}{1 + \frac{m}{k}s^2} = \frac{x(s)}{1 + \left(\frac{m}{w_0}\right)^2} \quad \text{Ec. 45}$$

Al determinar la aceleración basada en un resorte de constante elástica se debe tener en cuenta que la frecuencia natural o la resonancia del sistema es:

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Ec. 46}$$

Basado en la ecuación obtenida con la transformada de Laplace y la ecuación de la resonancia del sistema se obtiene $x(s) - y(s)$ a través de la siguiente ecuación:

$$x(s) - y(s) = \frac{x(s)\left(\frac{s}{w_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{s}{w_0}\right)^2} = \frac{\frac{1}{w_0^2}}{1 + \left(\frac{s}{w_0}\right)^2} A(s) \quad \text{Ec. 47}$$

$A(s) = \text{Transformada de la aceleración buscada.}$

Al tener una frecuencia $w \ll w_0$ el desplazamiento del resorte es aproximadamente proporcional a la aceleración, obteniéndose la ecuación 48.

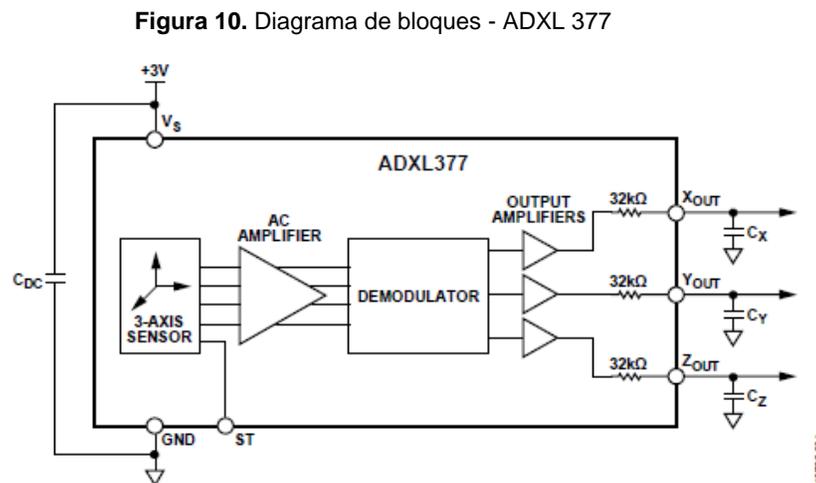
$$x(t) - y(t) = \frac{1}{w_0^2} a(t) \quad \text{Ec. 48}$$

Con estas ecuaciones se puede determinar la aceleración positiva o negativa, de un objeto sobre el cual este montado un acelerómetro, basándonos en la constante de la masa, el resorte, en un tiempo determinado y una fuerza ejercida sobre los ejes. (Roberti, 2007) Este concepto es aplicable en diversos tipos de acelerómetros ya que se transforma el desplazamiento en una variación de capacidad que luego se muestra eléctricamente, ya que la tensión de salida es proporcional a la aceleración y la constante de proporcionalidad está poco sujeta a la dispersión, dependiendo principalmente de la resonancia mecánica y de la posición y geometría del sensor (acelerómetro).

12 DESARROLLO DEL PROGRAMA DE SIMULACIÓN

Para la simulación se utiliza dos datos importantes dados por el fabricante Analog Devices a través de su web.

- El Diagrama de bloques del funcionamiento del acelerómetro ADXL377, tomado del *datasheet* y mostrado en la Figura 10.



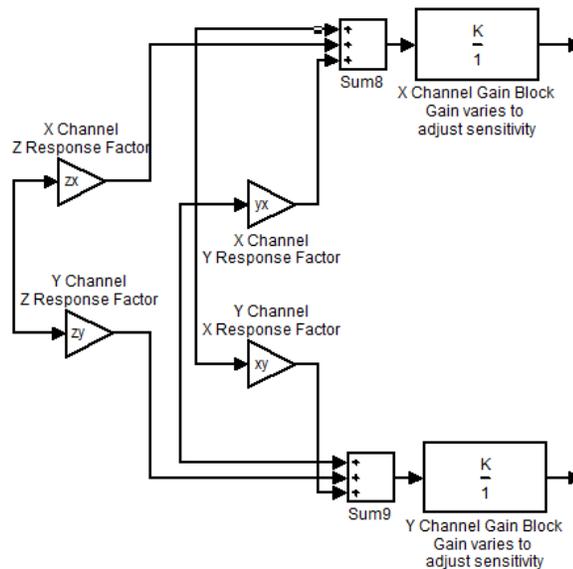
Fuente: ANALOG DEVICES. Data sheet. 2013, p1.

- El Modelo de Simulink del acelerómetro ADXL311, tomado como guía para determinar el funcionamiento y poder adecuarlo a las necesidades y características del acelerómetro seleccionado para este proyecto que es el ADXL377. El archivo que nos proporciona Analog Devices se muestra en la Figura 13, siguiente a la página del modelo mecánico del acelerómetro, dado su tamaño se ha preferido incluirlo en una página para que pueda apreciarse sin problemas.

12.1 Modelo de Simulink - Acelerómetro ADXL 311

En el modelo del acelerómetro ADXL311 se observa los bloques de un acelerómetro dual (X e Y), los ejes son completamente simétricos como se muestra en el Anexo D, También se muestra las componentes en Z de cada eje (Figura 11), dependiendo de las entradas de aceleraciones suministradas. Este modelo está diseñado con varias etapas, dentro de las que se encuentra el modelo mecánico del acelerómetro (Figura 12), una serie de filtros de demodulación, bloques para la ganancia que añade el amplificador DC y filtros de ruido. Las componentes mostradas en el eje Z dependen estrictamente de las aceleraciones suministradas por el eje X e Y, que contribuyen a la variación de la salida y comportamiento del acelerómetro.

Figura 11. Componentes en Z del eje X e Y

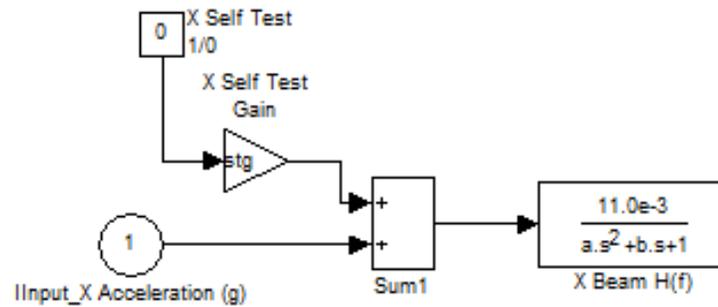


Fuente: ANALOG DEVICES. Modelo de Simulink

En esta parte del diagrama se observan los bloques más importantes, cómo la entrada de aceleración (x), expresada en g la cual pasa por el bloque que refleja el

modelo mecánico del acelerómetro, para así comenzar a tener una salida según los parámetros de diseño del acelerómetro.

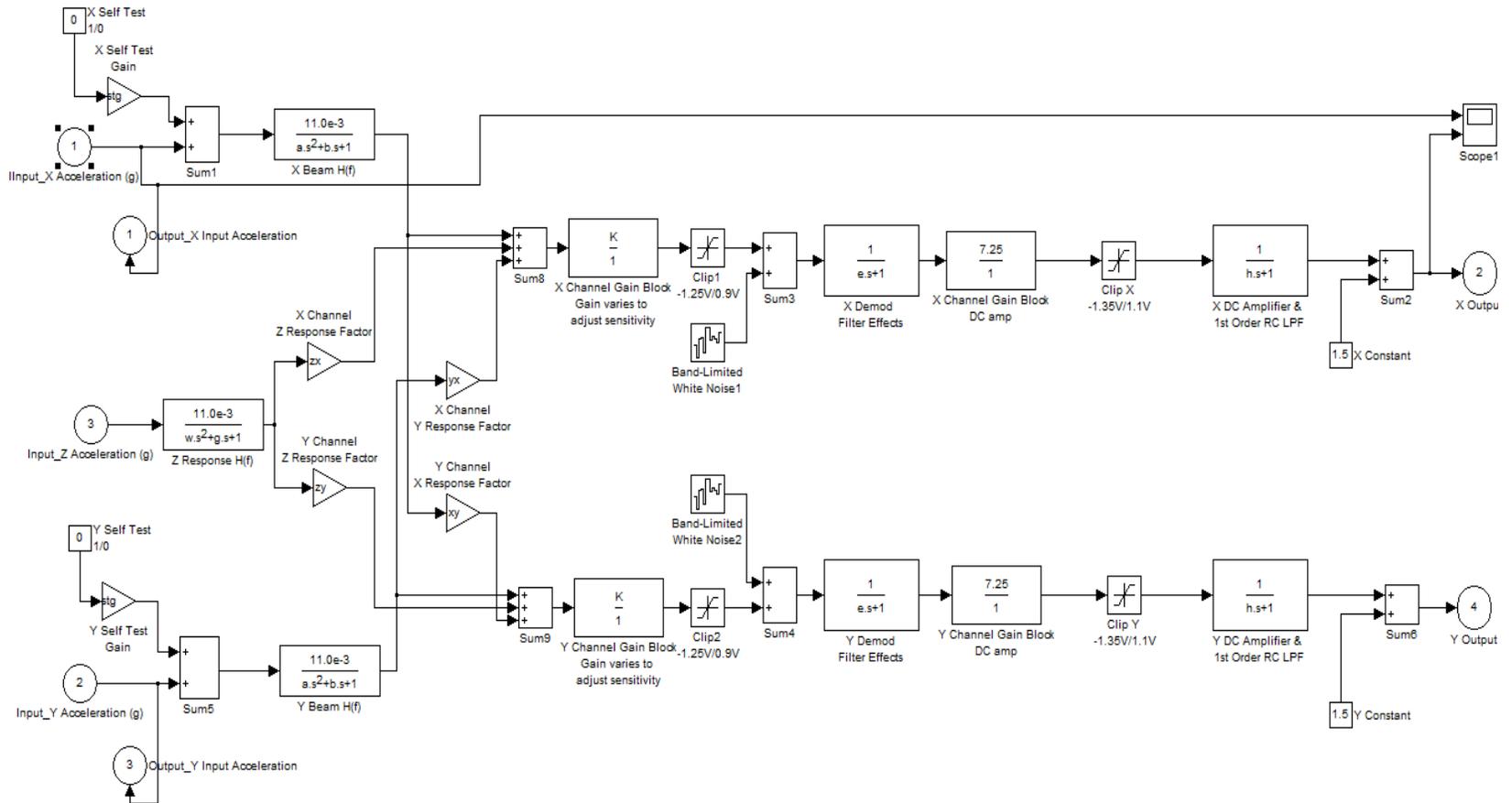
Figura 12. Modelo mecánico del acelerómetro



Fuente: ANALOG DEVICES. Modelo Simulink.

Finalmente en la figura 14 se muestra el modelo completo que se realizó mediante modificaciones del acelerómetro ADXL311, para obtener el modelo en Simulink del acelerómetro (ADXL377) seleccionado para el presente trabajo de grado.

Figura 13. Modelo de Simulink acelerómetro ADXL311



Fuente: ANALOG DEVICES. Modelo Simulink. 2013

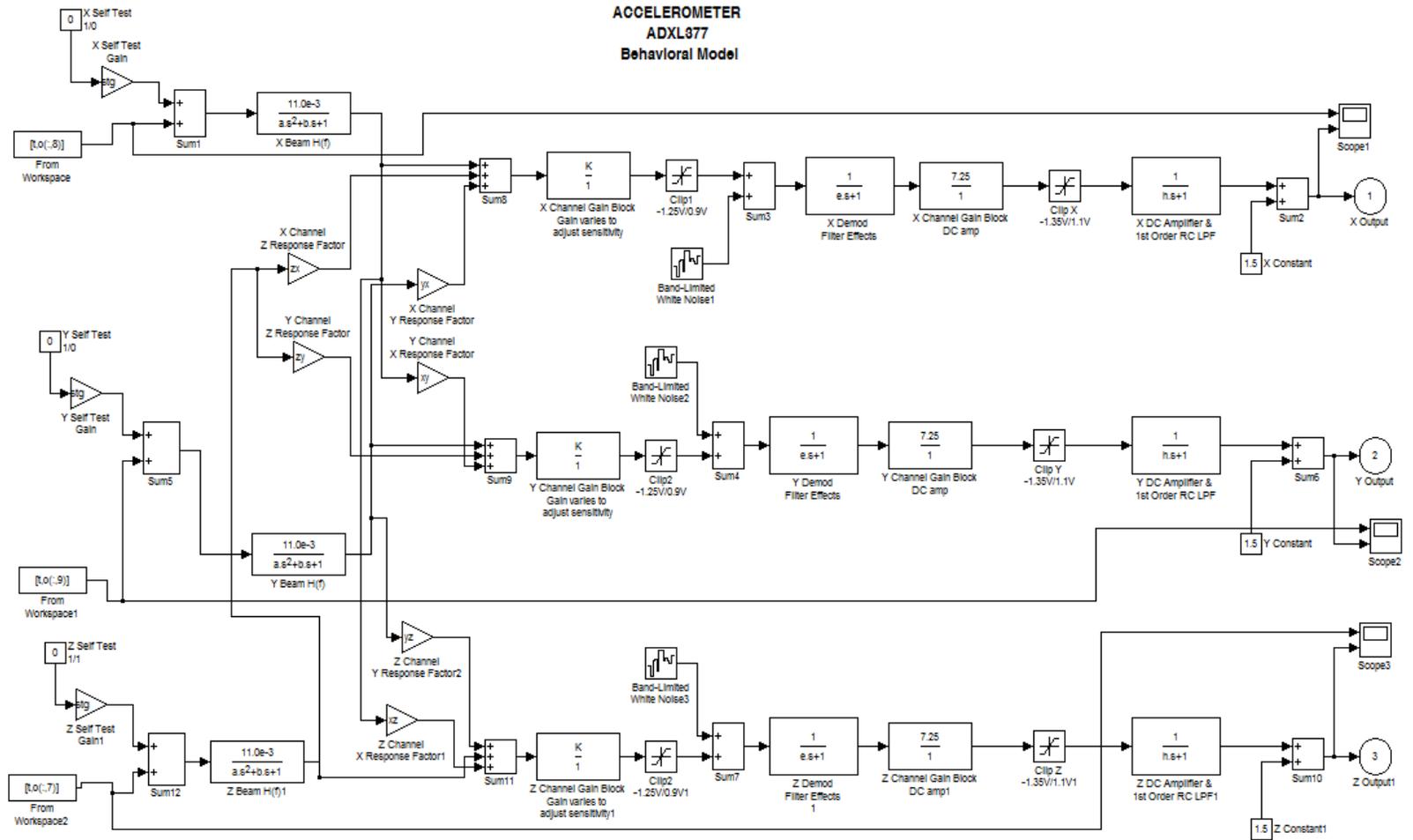
12.2 Modelo de Simulink - Acelerómetro ADXL 377

Para obtener el modelo se realiza diferentes modificaciones para conseguir la adaptación necesaria y así aplicarlo y realizar la simulación del acelerómetro seleccionado para el proyecto. Como se mostró anteriormente el comportamiento del acelerómetro en cada eje es similar e independiente, por lo tanto se suministra la misma información para un nuevo eje, dado que el acelerómetro ADXL377 es triaxial es necesaria la implementación del eje Z, así obtendremos un modelo con tres entradas de aceleraciones dadas en gravedades. Además se realizó la variación de algunos datos obtenidos del datasheet del acelerómetro ADXL 377, pero se aclara que la mayoría de las características del modelo de Simulink son las del acelerómetro guía (ADXL311) dado que el fabricante no proporciona este tipo de información tan detallada, por lo tanto los resultados serán aproximados.

Al establecer estos parámetros se realizó el diseño final del modelo en Simulink del acelerómetro ADXL 377 mostrado en la Figura 14. Este modelo obtiene datos directos de las aceleraciones dadas en gravedades de la simulación realizada para predecir la trayectoria de vuelo del cohete sonda, al obtener las aceleraciones en los tres ejes de movimiento del cohete se reduce el porcentaje de error y se establece los parámetros de funcionamiento del dispositivo según el comportamiento dinámico del cohete.

Finalmente se procede a graficar los datos de salida del modelo realizado en Simulink para establecer, mostrar y determinar los parámetros de funcionamiento del acelerómetro y así acoplarlos a los demás dispositivos (microcontrolador) logrando programar un mecanismo de control que supla todas las necesidades del cohete en sus diferentes etapas según los parámetros establecidos inicialmente.

Figura 14. Modelo de Simulink acelerómetro ADXL377



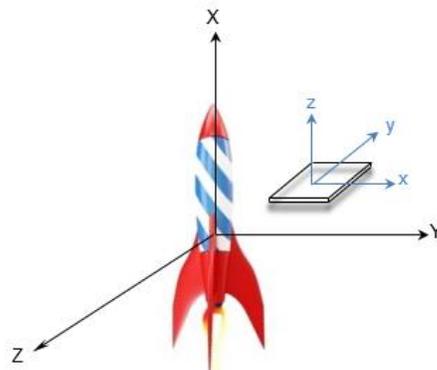
Fuente: Autor

13 RESULTADOS SIMULACIÓN EN SIMULINK DEL ACELERÓMETRO ADXL 377

Los resultados obtenidos de la simulación del acelerómetro ADXL377 por medio del modelo de Simulink muestra el comportamiento de cada una de las componentes de la aceleración en sus respectivos ejes, obteniendo así datos que contribuyen a la dinámica de vuelo del cohete sonda (velocidad, dirección y tiempo) con los cuales se determinará las características de programación del microcontrolador para que actúe según los requerimientos de funcionamiento del cohete sonda.

Para un funcionamiento óptimo del modelo del acelerómetro es necesario acoplar los datos adquiridos de la simulación de la dinámica de vuelo del cohete sonda al modelo de Simulink obteniendo con esto los datos de entrada del modelo, para realizar esto es necesario redireccionar los datos de entrada a los nuevos ejes que se manejarán, pasando de coordenadas del cohete a coordenadas del acelerómetro como se observa en la figura 15, ya que este dispositivo optimiza sus características de funcionamiento según la posición de sus ejes de sensibilidad.

Figura 15. Coordenadas Cohete – Coordenadas del acelerómetro

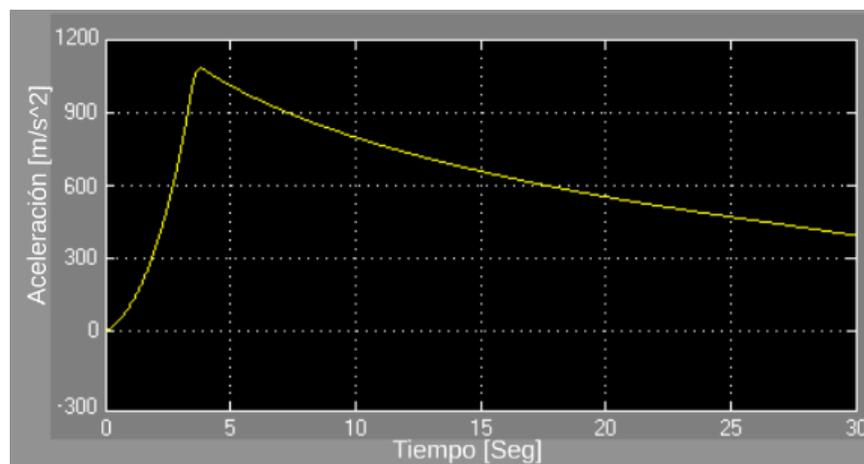


Fuente: Autor

Finalmente la simulación del acelerómetro en Simulink muestra como resultado 6 gráficas de las cuales la 11,13 y 15 son los datos de entrada al modelo de Simulink en los ejes X, Y, Z respectivamente y las gráficas 12,14 y 16 muestra los voltajes obtenidos para cada eje luego de pasar por los diferentes componentes del acelerómetro y que serán los resultados encargados de regir el comportamiento y accionamiento del microcontrolador y así obtener el control del cohete en sus diferentes etapas de vuelo.

En la gráfica 11 se observa los datos obtenidos para el eje X del cohete, siendo este el principal eje ya que se modifica significativamente según las variaciones de las condiciones iniciales.

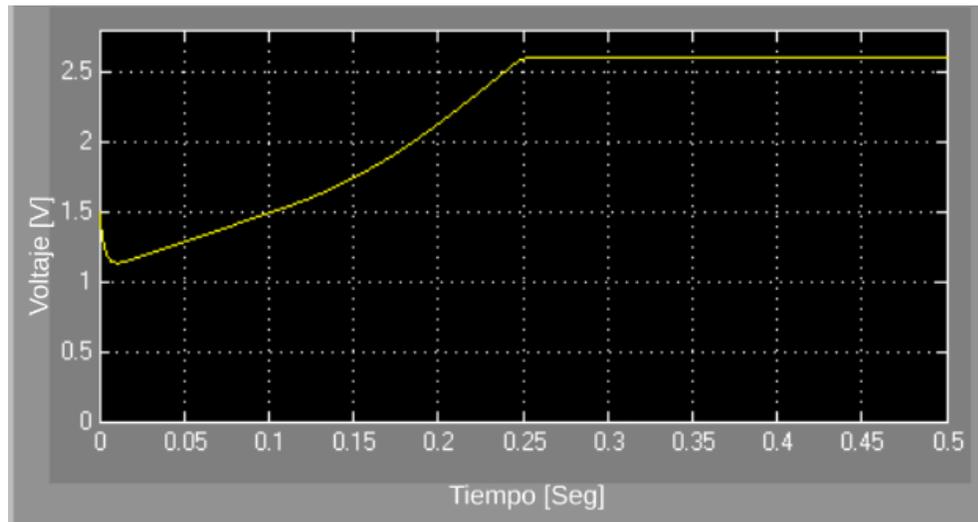
Gráfica 11. Aceleración en el eje X del cohete



Fuente: Autor

La gráfica 12 muestra los diferentes valores de voltaje obtenido para cada una de las aceleraciones del cohete en su eje X, que a su vez será una de las entradas del microcontrolador con las cuales se realizará la respectiva programación como se observa en la gráfica, donde su eje x muestra el tiempo en segundo y el eje y el voltaje correspondiente a la entrada de la aceleración.

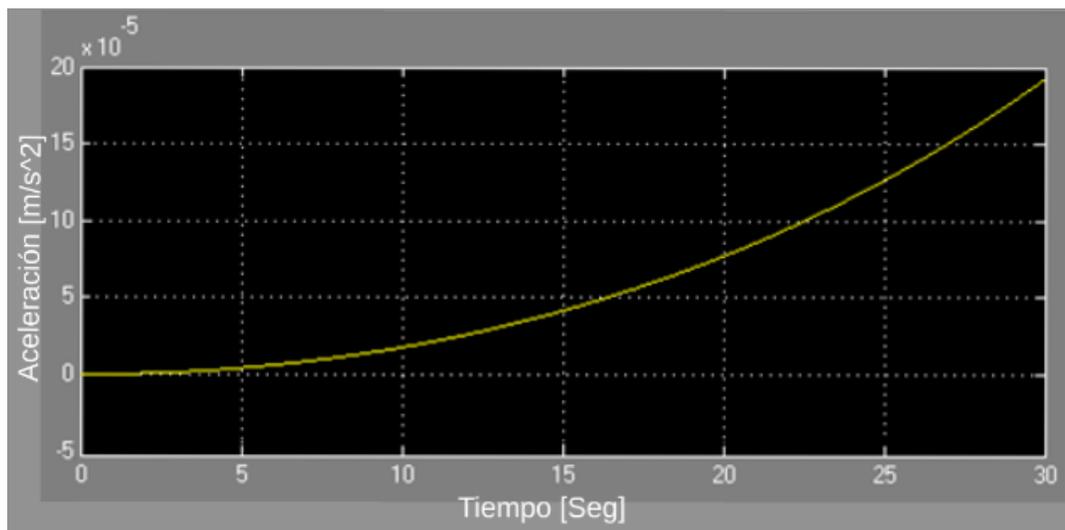
Gráfica 12. Voltaje proporción a la aceleración en el eje X del cohete



Fuente: Autor

En la gráfica 13 se muestra las variaciones en la aceleración del cohete en su eje Y, siendo este su eje de avance horizontal y como se observa en la gráfica va a tener una aceleración exponencial dado el movimiento que realiza el cohete.

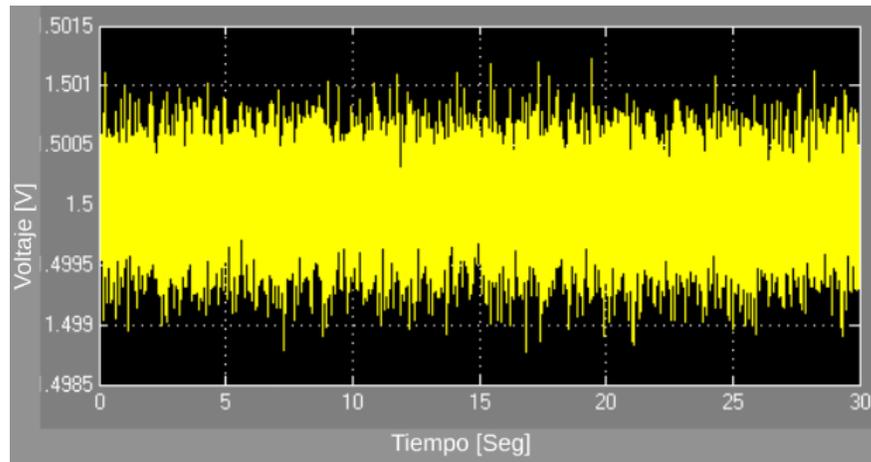
Gráfica 13. Aceleración en el eje Y del cohete



Fuente: Autor

En la gráfica 14 se observa que hay gran variación de voltaje respecto al tiempo, pero se mantiene dentro de un rango de valores constante y de variaciones no muy significativas, siendo de 1.4992v aproximadamente su voltaje mínimo y de 1.5007v su punto máximo como se observa en el eje y de la gráfica. Esta variación se debe principalmente por la rotación que mantiene en cohete sobre su eje Y.

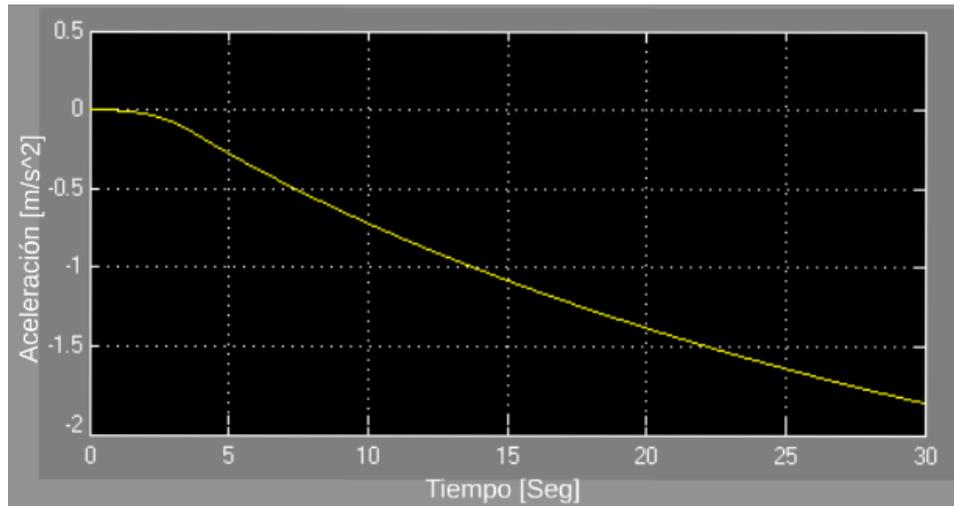
Gráfica 14. Voltaje correspondiente a las aceleraciones en el eje Y del cohete



Fuente: Autor

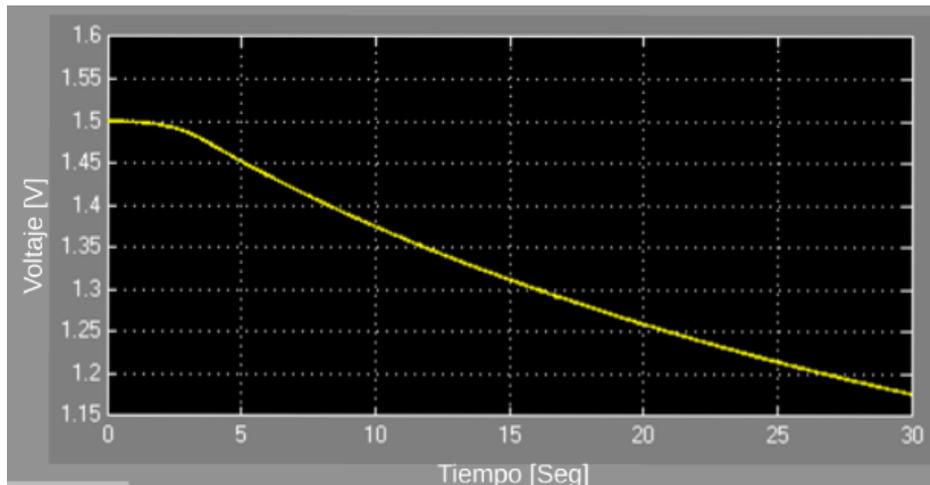
En la gráfica 15 se observa la variación de la aceleración en el eje Z del cohete, siendo este su punto tridimensional de posición y movimiento. Como se observa en la gráfica el cohete por sus condiciones iniciales va a tener una aceleración en sentido contrario a la posición positiva del acelerómetro, una aceleración baja pero que se tendrá en cuenta ya que se busca obtener una simulación lo más precisa posible y estas pequeñas aceleraciones afectan el movimiento del cohete, aunque no afecta el buen funcionamiento del acelerómetro ya que este tomará estos datos y al igual que en valores positivos le asignará un valor de voltaje para estos punto como se observa en la gráfica 16 donde su eje Y corresponde al tiempo en segundos y el eje X a los voltajes relacionados según la aceleración.

Gráfica 15. Aceleración en el eje Z del cohete



Fuente: Autor

Gráfica 16. Voltaje correspondiente a las aceleraciones en el eje Z del cohete



Fuente: Autor

Al obtener los resultados de las aceleraciones en los tres ejes de acción del cohete sonda se determina y programa las interrupciones, mediante los parámetros y requerimientos ya establecido y mencionados anteriormente para así controlar plenamente el cohete, dentro de estos parámetros se encuentra principalmente la supervisión de la trayectoria de vuelo que se verá reflejada en

las gráficas de las aceleraciones, dado que si el cohete comienza a caer descontroladamente el acelerómetro tendrá lecturas de aceleraciones por fuera del rango o con variaciones muy drásticas, por lo tanto dará salidas de voltaje que no cumplen con los requerimientos programados y así el microcontrolador iniciará una secuencia de despliegue de paracaídas para el controlar la caída y aterrizaje del cohete minimizando los riesgos de daño de los elementos de aviónica y de la estructura del cohete en general.

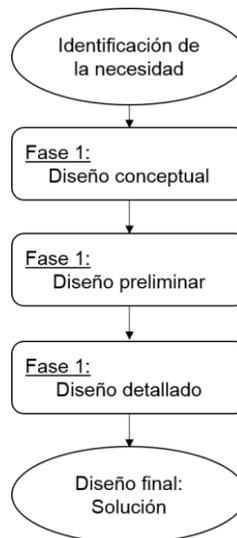
Finalmente se realizó una comparación con diferentes proyectos que utilizan acelerómetros para el desarrollo de sus proyectos entre ellos se encuentra “Estudio de modelos matemáticos de acelerómetros comerciales” para validar el desarrollo realizado en el presente trabajo de grado, dado que el modelo de Simulink utilizado no posee el 100% de las características del acelerómetro ADXL377, ya que el fabricante no proporciona este tipo de información que podría ayudar a optimizar el resultado de la simulación por lo tanto se aclara que los resultados obtenidos podrían variar al llevarlos a la práctica dado que hay se manejaría únicamente las características del acelerómetro seleccionado.

Aunque la mayoría de los parámetros dentro del modelo de Simulink no afectan la simulación, ya que una vez que se tienen las entradas de los ejes, la cadena de bloques que controlan filtros, la demodulación, la ganancias, el ruido y demás componentes de la señal, no varían significativa la salida del acelerómetro, pero la función de transferencia si define la salida del acelerómetro por lo tanto se aclara que en el presente trabajo de grado se utilizó la función de transferencia del acelerómetro ADXL311 que aunque es un acelerómetro con características muy inferiores respecto al acelerómetro seleccionado da una guía del funcionamiento de este tipo de dispositivos, dado que la única manera de obtener este valor es realizando un proceso de ingeniería inversa.

14 DISEÑO DEL RACK DE AVIÓNICA DEL COHETE SONDA

El diseño del rack de aviónica se desarrolló bajo el modelo lineal del proceso de diseño, teniendo como alcance el desarrollo preliminar. La figura 16 muestra las fases de diseño.

Figura 16. Modelo Descriptivo lineal del diseño



Fuente: J CHAUR BERNAL. Ingeniería del diseño, p22.

14.1 Diseño conceptual

En el proceso de diseño conceptual se determinó las características específicas que debe tener el rack de aviónica de acuerdo a los siguientes aspectos:

- La optimización de las características de cada uno de los componentes.
- Parámetros y requerimientos puntuales establecidos por el semillero de Cohetería de la FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES.

Entre las características específicas se definen aspectos como: configuración, pesos, tamaños, desempeños esperados y estimados del rack de aviónica.

Datos iniciales establecidos por el semillero de Cohetería para el desarrollo del diseño del rack de aviónica:

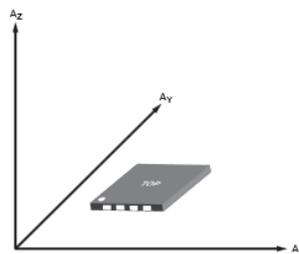
- Masa máxima: 1 kg
- Masa ideal: 500gr
- Volumen: 30cm x 2,75"
- Almacenamiento por USB/SD

Datos iniciales para optimizar las características de los componentes.

- Ejes de sensibilidad del acelerómetro

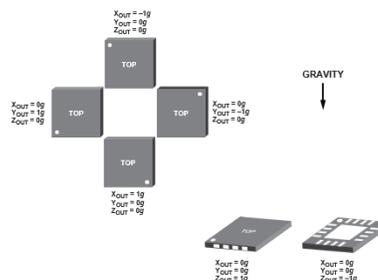
En la figura 17 se muestra los ejes de sensibilidad para el acelerómetro y en la figura 18 muestra la respuesta de salida cuando el acelerómetro está orientado paralelo a cada uno de estos ejes.

Figura 17. Ejes de aceleración (correspondiente a la tensión de salida)



Fuente: ANALOG DEVICES. Data sheet. 2013, p10.

Figura 18. Respuesta de salida respecto a la orientación de la gravedad



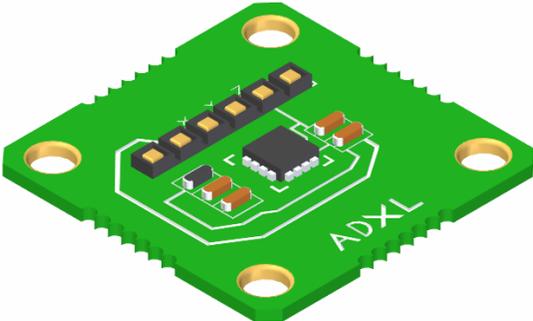
Fuente: ANALOG DEVICES. Data sheet. 2013, p10.

14.2 Diseño preliminar del rack de aviónica.

Mediante el programa Solid Edge se efectuó el diseño de todas las piezas necesarias para la construcción del rack de aviónica y se realizó una recomendación de la estructura y ubicación de todos los componentes para lograr optimizar las características de estos, según el comportamiento, movimiento y fuerzas ejercidas sobre estos elementos.

14.2.1 Acelerómetro ADXL 377

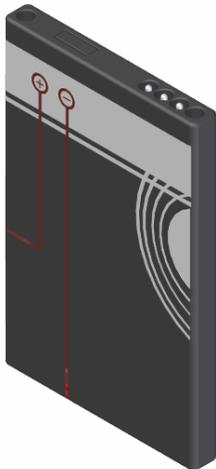
Se seleccionó este dispositivo dado el perfecto acople que tiene sus características de funcionamiento y las necesidades establecidas para el control de las diferentes etapas del cohete, dentro de las cuales sobresale su rango de operación que llega a $\pm 200g$ y su lectura en tres ejes de acción. Además cumple los requerimientos de peso, tamaño y bajo consumo de energía como se observa en sus características.

CARACTERÍSTICAS	DISEÑO – SOLID EDGE
<ul style="list-style-type: none">• Acelerómetro triaxial (X,Y,Z)• Dimensiones: 3mm X 3mm X 1,45mm• Potencia: 300μA• Fuente de funcionamiento: 1,8V o 3,6V• Soporta choques máximos de 10.000 g• Excelente estabilidad de temperatura• Ancho de banda ajustable	 <p data-bbox="1078 1677 1357 1709">Acelerómetro ADXL377¹⁴</p>

¹⁴ Fuente: Autor

14.2.2 Pila Nokia

Uno de los componentes más pesados del rack de aviónica, pero el de menor peso dentro de su familia, maneja tiempos de duración adecuados y suficientes para el cumplimiento de la operación de pre-vuelo (preparación, ubicación) y vuelo (toma de datos, control del cohete).

CARACTERÍSTICAS	DISEÑO – SOLID EDGE
<ul style="list-style-type: none">• Voltaje: 3.6v• Tipo de pila: Litio-ion• Peso: 1Kg• Duración: En uso: 300min En espera: 32h	 <p>Pila Nokia¹⁵</p>

14.2.3 Microcontrolador

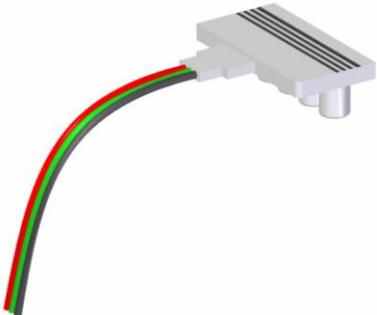
El microcontrolador seleccionado para la implementación en la computadora de vuelo es el STM32F407VGT6, se eligió principalmente por poseer características que se acoplan a las necesidades de diseño y funcionamiento de la computadora de vuelo, dentro de las características se encuentra posee un procesador de alto rendimiento y frecuencias de funcionamiento hasta los 168MHz.

¹⁵ Fuente: Autor

CARACTERÍSTICAS	DISEÑO – SOLID EDGE
<ul style="list-style-type: none"> • Se basa en el procesador de alto rendimiento ARM ®Cortex™-M4F de 32-bit • Frecuencia de funcionamiento: hasta 168 MHz • Memoria flash para programación: Hasta 1 MB • Controlador de memoria estática de soporte flexible Compact Flash, SRAM, PSRAM, NOR y NAND 	 <p data-bbox="971 814 1373 846">Microcontrolador STM32F407VGT6¹⁶</p>

14.2.4 Conector

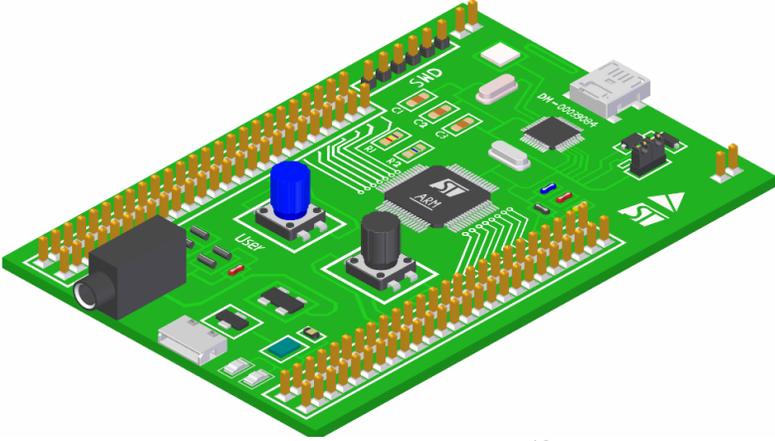
Conector económico, flexible de fácil acceso, seleccionado principalmente por su resistencia térmica.

CARACTERÍSTICAS	DISEÑO – SOLID EDGE
<ul style="list-style-type: none"> • Cable Ribbon con terminación H-H 3-PRT-10345 • Conecto flexible • De 10 a 30cm • Posibilidad de conexión especial para sensores de distancia de Sharp 	 <p data-bbox="1138 1717 1260 1749">Conector¹⁷</p>

¹⁶ Fuente: Autor

¹⁷ Fuente: Autor

14.2.5 Tarjeta para microcontrolador STM32F4DISCOVERY

CARACTERÍSTICAS	DISEÑO – SOLID EDGE
<ul style="list-style-type: none"> • Fabricante: STMicroelectronics • Núcleo: ARM Cortex M4 • Interfaz: USB • Voltaje operativo: 5V • Ancho de banda: 32 bits 	 <p>Tarjeta para microcontrolador¹⁸</p>

14.2.6 Remaches

La selección de los remaches se hace basados en los componentes que van a acoplar, sus tamaños y materiales, además de los tipos de esfuerzos que tienen que resistir.

CARACTERÍSTICAS	DISEÑO – SOLID EDGE
<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de dos tipos diferentes de remaches según el componente a fijar: Remache de cabeza esférica Remache con cabeza cuadrada. 	 <p>Remaches¹⁹</p>

¹⁸ Fuente: Autor

¹⁹ Fuente: Autor

14.2.7 Estructura

Basándonos en las dimensiones, los componentes y la ubicación necesaria que debe tener los dispositivos para optimizar el funcionamiento se desarrolló una estructura para acoplar todos los componentes y lograr minimizar el rozamiento entre los componentes debido al movimiento y vibración del cohete.

CARACTERÍSTICAS	DISEÑO – SOLID EDGE
<ul style="list-style-type: none">• Material: Base = Aluminio con aislamiento de cinta metálica en la ubicación de los componentes. Dimensiones $\phi=66,2$ Pared principal= Acrílico• Ensamble: 3 soportes removibles• Soporte para ajuste de piezas.	 <p data-bbox="1040 1276 1356 1312">Estructura rack de aviónica²⁰</p>

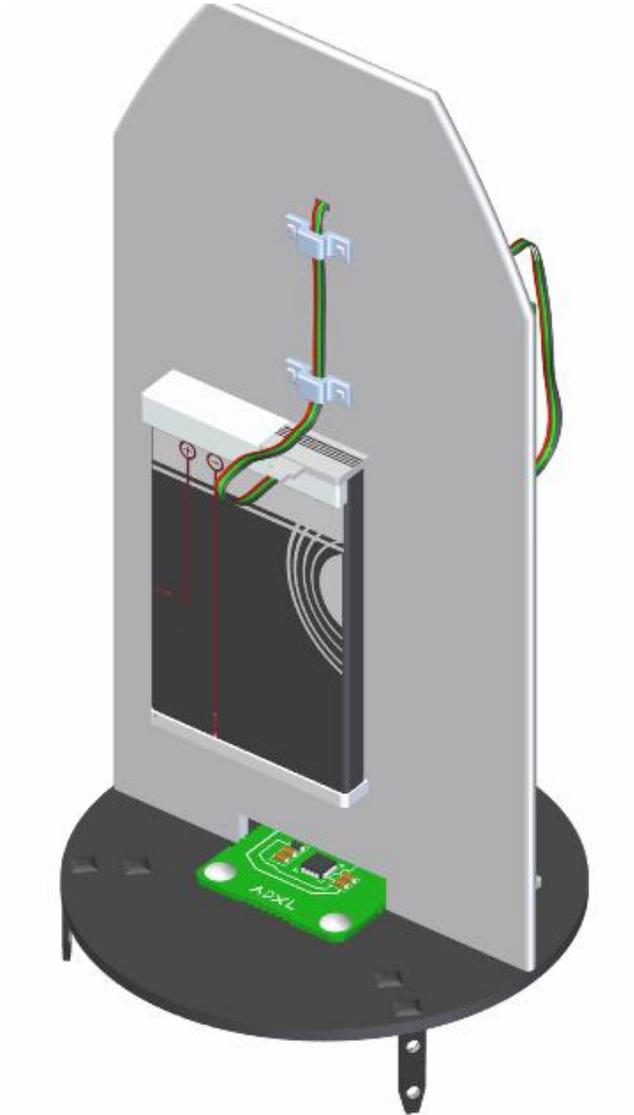
14.2.8 Ensamble final del rack de aviónica

Con el diseño de todas las piezas se realizó la ubicación de cada uno de los componentes como se observa en la Figura 19 y 20. Teniendo en cuenta la optimización de las características de cada uno de los componentes y satisfaciendo las necesidades específicas que debe cumplir el rack de aviónica, respecto al espacio y peso establecido inicialmente por el diseño de la ojiva.

²⁰ Fuente: Autor

Figura 19. Configuración final del Rack de aviónica

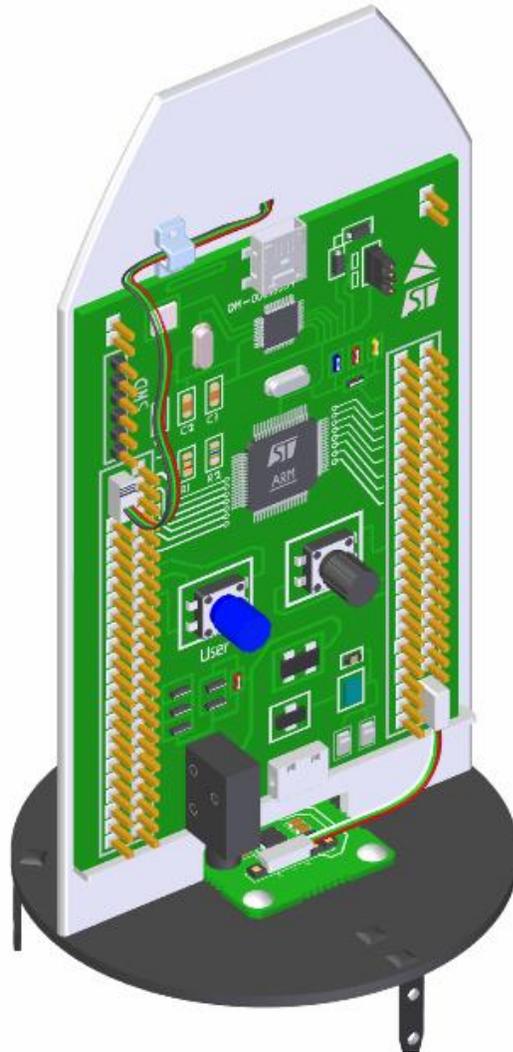
Vista Isométrica derecha



Fuente: Autor

Figura 20. Configuración final del Rack de aviónica

Vista Isométrica Izquierda



Autor: Fuente

CONCLUSIONES

El desarrollo de modelos matemáticos ayuda a la comprensión de los principios de funcionamiento de dispositivos tan complejos como las computadoras de vuelo, donde al obtener y manejar este tipo de información se podrá realizar modificaciones según las necesidades y requerimientos que se tengan.

Con la implementación de las diferentes simulaciones computacionales se logró obtener un referente real del posible comportamiento que tendrá el cohete sonda y optimizar el funcionamiento de los dispositivos antes de su construcción.

La construcción del diseño preliminar del rack de aviónica en un programa computacional como Solid Edge ayudó a optimizar, verificar y establecer los parámetros que debe tener los componentes de la computadora de vuelo para no afectar la aerodinámica de vuelo del cohete y a la vez optimizar el funcionamiento de la misma.

RECOMENDACIONES

Para optimizar la precisión de la simulación es ideal hallar la ecuación de transferencia exacta para el acelerómetro seleccionado dado que es la única manera de tener una simulación 100% real y confiable.

La utilización de dispositivos de aviónica como el giróscopo ayudará a complementar el buen funcionamiento de la computadora de vuelo ya que se obtendrá una mayor cantidad de datos de dirección y posición, logrando optimizar el control de vuelo del cohete.

Es ideal estandarizar y determinar que material posee las características óptimas para la fabricación del rack de aviónica, según las especificaciones y recomendaciones mostradas en el presente documento.

BIBLIOGRAFÍA

- Administration, N. A. (1976). *US Standard atmosphere 1976*. Estados Unidos.
- Anderson, r. (1696). The making of rockets. In r. Anderson, *The making of rockets*. London: mvsevm britan nicvm.
- Arenas, J. F. (1988). *Arte Efímero y Espacio Estético*. Barcelona: Anthropos. Promat, S. Coop. Ltda.
- Baker, D. (1978). *The rocket, the history and Development of Rocket & missile Technology*. Russian.
- Beryl Williams Epstein, S. E. (2007). In *The rocket pioneers on the road to space*. Michigan: J. Messner.
- Biblioteca-digital. (n.d.). Retrieved 09 05, 2012, from http://biblioteca-digital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/086/htm/sec_10.htm
- Bowman, N. J. (2008). In *The handbook of rocket and guided missiles*. Wisconsin: Madison: Perastadion Press.
- CHINI, M. R. (n.d.). *ib*. Retrieved agosto 27, 2012, from <http://www2.ib.edu.ar/becaib/cd-ib/trabajos/Chini.pdf>
- FABI, R. P. (1995). *biblioteca virtual*. Retrieved 08 29, 2012, from http://biblioteca-digital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/086/htm/sec_3.htm
- Ganesan, V. (2010). *Gas Turbine*. México: McGraw-Hill Education .
- Giordano, J. L. (20e07, julio 3). *universidad libre de Colombia*. Retrieved septiembre 3, 2012, from <http://www.unilibre.edu.co/astronomia/images/pdf/confe1.pdf>
- Goddard, R. (2002). In *Rockets two classic pappers*. New York: courier dover publications.
- J.O.Murcia, P. (2012). *Estudio de la trayectoria de un cohete de tres etapas lanzado desde el territorio colombiano*. Bogotá.
- Journal, A. (1826). In *Rockets in india* (pp. 595-596). The Asiatic journal and monthly register for british and foreign .

- Juan M. Rodríguez & Vicente V.M. (n.d.). *Sistema Electrónico de Comunicaciones de un misil*.
- Machin, D. I. (n.d.). *tayabeixo*. Retrieved septiembre 2012, 2012, from http://www.tayabeixo.org/encuentros/trabajos_xxi_ena/La%20Fisica%20de%20Misiles%20y%20Cohetes.pdf
- Maloney., T. J. (2006). *Electrónica industrial y moderna*. México: Person edicación.
- Merrill, G. (1959). Dictionary of guided missiles and space flight. In G. Merrill, *Dictionary of guided missiles and space flight*. New York: Van Nostrand.
- Moral, A. M. (n.d.). *Estudio de modelos matemáticos de acelerómetros comerciales*. España: Universidad de sevilla.
- NASA. (2009, Junio 04). Retrieved Septiembre 03, 2012, from NASA: http://www.nasa.gov/centers/goddard/about/history/dr_goddard.html
- NASA. (1968). *Saturno V - Flight manual*. nasa. (n.d.). NASA. Retrieved septiembre 1, 2012, from <http://history.msfc.nasa.gov/vonbraun/index.html>
- Prowald, J. B. (2000). *Calibración de acelerómetros para la medida de microacelerómetros en aplicaciones espaciales*. Madrid.
- Rajadurai, J. S. (1983). *Thermodynamics and Thermal engineering*. Prentice-Hall.
- RIA novosti. (2012, septiembre 2). *RIA novosti*. Retrieved SEPTIEMBRE 8, 2012, from <http://sp.rian.ru/international/20111021/151207425.html>
- Riper, A. (2007). In *Rockets & missiles the life story of a technology*. U.S.A: Johns Hopkins paperback.
- Robert, J. (2010). In *A new treatise on artificial fireworks*. New York: Bibliobazaar.
- Roberti, M. (2007). *Sistema de monitoreo del oscilador de molde de la colada continua*. Buenos aires.: UTN, San Nicolas.
- Smith, J. R. (1935). *Introduction to Geodesy: The History and Concepts of Modern Geodesy*. United States of America: Interscience publication.
- T.K. Derry, T. (1990). *Historia de la tecnología: Desde 1750 hasta 1900*. . España: España Editores.

- Tewari, A. (2006). *Atmospheric and space flight dynamics, Modeling and simulation with Matlab and Simulink*. Berlin: Birkhauser.
- Thor, J. (1961). In *The 17th century inventor of the multi-stage rocket* (pp. 249-253). New scientist.
- Tsiolkovski, K. E. (n.d.). *sistema de educacion para la vida sieduca*. Retrieved agosto 30, 2012, from <http://www.si-educa.net/basico/ficha15.html>
- Wernher Von Braun, F. I. (1975). In *History of rocketry & space travel*. New York: Crowell.
- Worldmapfinder. (2010, octubre). Retrieved from worldmapfinder: worldmapfinder.com/Es/South_America/Colombia/Bogota/

ANEXOS

ANEXO A

Código computacional del Modelo Atmosférico estándar US1976 en MATLAB®.

```
Function [Z, Z_L, Z_U, T, P, rho, c, g, mu, nu, k, n, n_sum] =  
atmo(alt,division,units)
```

```
Program:      1976 Standard Atmosphere Calculator [0-1000 km] %%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%% INPUT %%%%%%%%%%
```

```
Alt:          Final Geometric Altitude [km]  
Division:     Reporting points for output arrays [km]  
(.01 km & Divisible by .01 km)  
Units:        1-[Metric]  
              2-{English}
```

```
%%%%%%%%%% DEFAULT %%%%%%%%%%
```

```
Values used if no input
```

```
Alt:          1000 km  
Division:     1 km  
Units:        Metric
```

```
%%%%%%%%%% OUTPUT %%%%%%%%%%
```

Each value has a specific region that it is valid in with this model and is only printed out in that region.

```
Z      : Total Reporting Altitudes [0<=alt<=1000 km][km]{ft}  
Z_L    : Lower Atmosphere Reporting Altitudes [0<=alt<=86 km][km]{ft}  
Z_U    : Upper Atmosphere Reporting Altitudes [86<=alt<=1000 km][km]{ft}  
T      : Temperature array [0<=alt<=1000 km][K]{R}  
P      : Pressure array [0<=alt<=1000 km][Pa]{in_Hg}  
Rho    : Density array [0<=alt<=1000 km][kg/m^3]{lb/ft^3}  
C      : Speed of sound array [0<=alt<=86 km][m/s]{ft/s}  
G      : Gravity array [0<=alt<=1000 km][m/s^2]{ft/s^2}  
Mu     : Dynamic Viscosity array [0<=alt<=86 km][N*s/m^2]{lb/(ft*s)}  
Nu     : Kinematic Viscosity array [0<=alt<=86 km][m^2/s]{ft^2/s}  
K      : Coefficient of Thermal Conductivity array [0<=alt<=86  
km][W/(m*K)]{BTU/(ft*s*R)}  
n      : Number Density of individual gases(N2 O O2 Ar He  
H) [86km<=alt<=1000km][1/m^3]{1/ft^3}  
n_sum  : Number Density of total gases [86km<=alt<=1000km][1/m^3]{1/ft^3}
```

```
%%%%%%%%%% NOTES %%%%%%%%%%
```

Program uses a 5-point Simpson's Rule in 10 meter increments. Results DO vary by less 1 compared to tabulated values and is probably caused by different integration techniques.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if nargin == 0
alt = 1000;
division = 1;
units = 1;
elseif nargin == 1
division = 1;
units = 1;
elseif nargin == 2
units = 1;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ERROR REPORTING %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if nargin > 3
error('Too many inputs')
elseif mod(division,.01) ~= 0
error('Divisions must be multiples of .01 km')
elseif units ~= 1 && units ~= 2
error('Units Choice Invalid[1-Metric,2-English]')
elseif alt<0 || alt>1000
error('Program only valid for 0<altitudes<1000 km')
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% MATRIX PRE-ALLOCATION %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if alt <= 86
Z_L = (0:division:alt)';
Z_U = [];
n = [];
else
Z_L = (0:division:86)';
Z_U = (86:division:alt)';
if mod(86,division) ~= 0
Z_L = [Z_L; 86];
end
if mod(alt-86,division) ~= 0
Z_U = [Z_U; alt];
end
end
T_L = zeros(size(Z_L));
T_M_L = T_L;
T_U = zeros(size(Z_U));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% CONVERSION FACTOR USED IN 80<ALT<86 KM %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z_M = 80:.5:86;
M_M_0 = [1 .999996 .999989 .999971 .999941 .999909 ...
.999870 .999829 .999786 .999741 .999694 .999641 .999579];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% CONSTANTS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

M_0 = 28.9644;

```

```

M_i = [28.0134; 15.9994; 31.9988; 39.948; 4.0026; 1.00797];
beta = 1.458e-6;
gamma = 1.4;
g_0 = 9.80665;
R = 8.31432e3;
r_E = 6.356766e3;
S = 110.4;
N_A = 6.022169e26;

%%%%%% TEMPERATURE

for i = 1 : length(Z_L)
T_L(i,1) = atmo_temp(Z_L(i));
T_M_L(i,1) = T_L(i,1);
if Z_L(i) > 80 && Z_L(i) < 86
T_L(i,1) = T_L(i)*interp1(Z_M,M_M_0,Z_L(i));
end
end
for i = 1 : length(Z_U)
T_U(i,1) = atmo_temp(Z_U(i));
end

%%%%%% NUMBER DENSITY

if alt > 86
n = atmo_compo(alt,division);
n_sum = sum(n,2);
else
n = [];
n_sum = [];
end

%%%%%% PRESSURE

P_L = atmo_p(Z_L);
P_U = atmo_p(Z_U,T_U,n_sum);

%%%%%% DENSITY

rho_L = M_0*P_L./(R*T_M_L);
if ~isempty(P_U)
rho_U = n*M_i/N_A;
else
rho_U = [];
end

%%%%%% SPEED OF SOUND

c = sqrt(gamma*R*T_M_L/M_0);
% Dynamic Viscosity
mu = beta*T_L.^1.5./(T_L+S);
% Kinematic Viscosity

```

```

nu = mu./rho_L;
% Thermal Conductivity Coefficient
k = 2.64638e-3*T_L.^1.5./(T_L+245*10.^(-12./T_L));
%%%%%%%% COMBINE MODELS

T = [T_L(1:end-1*double(~isempty(T_U)));T_U];
P = [P_L(1:end-1*double(~isempty(T_U)));P_U];
rho = [rho_L(1:end-1*double(~isempty(T_U)));rho_U];
Z = [Z_L(1:end-1*double(~isempty(T_U)));Z_U];

Gravity
g = g_0*(r_E./(r_E+Z)).^2;

if units == 2
unit_c = [3.048e-1 3.048e-1 3.048e-1 5/9 0.0001450377 1.6018463e1...
3.048e-1 3.048e-1 1.488163944 9.290304e-2 6.226477504e-3...
3.531466672e2 3.531466672e2];
Z = Z/unit_c(1);
Z_L = Z_L/unit_c(2);
Z_U = Z_U/unit_c(3);
T = T/unit_c(4);
P = P/unit_c(5);
rho = rho/unit_c(6);
c = c/unit_c(7);
g = g/unit_c(8);
mu = mu/unit_c(9);
nu = nu/unit_c(10);
k = n/unit_c(11);
n_sum = n_sum/unit_c(12);
end

```

ANEXO B

Código computacional final en MATLAB® que involucra todos los modelos desarrollados anteriormente para hallar la dinámica de vuelo del cohete sonda.

```
function deriv = principal(t,o)
global dtr;
global omega;
global d;
global Re;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% PARAMETERS AND REQUIREMENTS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if o(5)== o(5)+(45*dtr)
    o(5)=0;
    fprintf('Desvio en la trayectoria --> Desplegar el paracaídas');
elseif o(5) == o(5)-(45*dtr)
    o(5)=0;
    fprintf('Desvio en la trayectoria --> Desplegar el paracaídas');
end
%%Luego de que el cohete llegue al apogeo.
if o(4)== 0
    fprintf('Apogeo --> Desplegar el paracaídas');
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ITERATION VARIACION
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

lo = o(1);
la = o(2);
cla= cos(la); sla= sin(la);
atv = o(5);
A = o(6);
aa=0;
saa=sin(aa); caa=cos(aa);
catv = cos(atv); satv = sin(atv);
cA = cos(A); sA = sin(A);
if o(3)<Re+0.85
    o(3)=Re+0.85;
end
alt = o(3)-Re;
v = o(4);
[t alt v]

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ATMOSPHERE DETERMINATION
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

altd=(alt/1000);
division=altd;                                %% [Km]
units=1;
```

```

[Z, rho, c] = atmo(altt,division,units);    %% (Z=[Km]) -- rho=[kg/m^3] -
- c=[m/s])
Zz= Z*1000;                                %% [Zz=m]
Ff = [Zz rho c];                            %% (Z=[m]) -- rho=[kg/m^3] --
c=[m/s])
rhop = Ff(2,2);                             %% [kg/m^3]
cp    = Ff(2,3);                             %% [m/s]
mach  = v/cp;                                %% A dimensional

[Cd]= drag__coefficient(mach);

if t<=0
    m=10;
    fprintf('cohete con full combustible');
elseif ((t>0) && (t<3.8))
    m=(-0.0000002*(t)^6+0.000003*(t)^5-0.00001*(t)^4+0.00003*(t)^3-
0.2806*(t)^2-0.227*(t)+9.9005);
elseif t>=3.8
    m=5;
    fprintf('cohete sin combustible');
end
[E] = thrust (t);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ACCELERATION DUE TO GRAVITY (NONSPHERICAL EARTH)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

G = 6.63e-11;                                % [m^2/kg]
Mt = 5.67e24;                                % [kg]
J = 0.00108263;
Wr = ((G*Mt*m)/(o(3))^2)*(1+(Re/o(3))^2*(J/2)*(1-3*(sla)^2));
Wl = ((3*G*Mt*m)/((o(3))^2))*((Re/o(3))^2)*J*sla*cla;

q = 0.5*rhop*o(4)^2;
S = (pi*d^2)/4;
D = q*Cd*S;
Cl = 0;
L = q*S*Cl;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% TRAJECTORY EQUATIONS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

longitud    = (o(4)*satv*sA)/(o(3)*cla);
latitud     = (o(4)*satv*cA)/o(3);
altura      = (o(4)*catv);
velocidad   = ((E*caa)/m)-(D/m)-((Wr*catv)/m)+((Wl*satv*cA)/m)-...
              omega^2*o(3)*cla*(sla*satv*cA-cla*catv);
atvl        = (E*saa/(m*o(4)))+(L/(m*o(4)))+(Wr*satv)/(m*o(4))
              -(2*omega*sA*cla)+...
              ((Wl*catv*cA)/(m*o(4)))-(o(4)/o(3))*satv
              ((omega^2*o(3)*cla)/o(4))*(sla*catv*cA+cla*satv);
rumbo       = (omega^2*o(3)*sA*sla*cla)/(o(4)*satv)+(o(4)/o(3))*
              satv*sA*tan(la)-((Wl*sA)/(m*o(4)))-((2*omega)/satv)*
              (cla*catv*cA-sla*satv);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ACCELERATION ACCORDING TO THE AXES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

ax=o(7);
ay=o(8);
az=o(9);
if E>0

ax = velocidad+o(3)*omega^2*cla*(cA*satv*sla-catv*cla);

ay = o(4)*rumbo*satv-(o(3)*omega^2*cla*sla*sA)-(o(4)^2/o(3))*...
      (satv)^2*sA*tan (la)+2*omega*o(4)*(cA*catv*cla-satv*sla);

az = 2*omega*o(4)*catv*sA+(o(4)^2)/o(3)*satv+(o(4)*atvl*o(3))*...
      omega^2*cla)*(catv*cA*sla+satv*cla);
elseif E==0
    ax = 0;
    ay = 0;
    az = 0;

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% TIME DERIVATIVES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

deriv      = [longitud;latitud;altura;velocidad;atvl;rumbo];
end

```

ANEXO C

Código computacional para la realización de las iteraciones por medio del integrador numérico ODE45.

```
clear all
close all
clc

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% INITIAL CONDITION %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global dtr; dtr = pi/180;
global omega; omega=2*pi/(23*3600+56*60+4.0905); % (rad/sec)
global d; d = 0.0381; % [m]
global Re; Re=6378140; % [m]
long = -74.05*dtr; %%%% Initial longitude
lat = 4.65*dtr; %%%% Initial latitude
rad = Re+0.85; %%%% Radius or altitude
(m)
vel = 14,63; %%%% Speed (m/s)
atv = _*dtr; %%%% Flight path angle
A = 90*dtr; %%%% velocity azimuth
ax = 1.0e-16; %%%% Initial velocity
(X)
ay = 1.0e-16; %%%% Initial velocity
(Y)
az = 1.0e-16; %%%% Initial velocity
(Z)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ITERATION %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

t = 0.1:0.01:120; %%%% Time range [Seg]
init = [long; lat; rad; vel; atv; A; ax; ay; az]
[t, o] = ode45('principal',t, init);
```

ANEXO D

Diagrama de bloques correspondiente al eje X

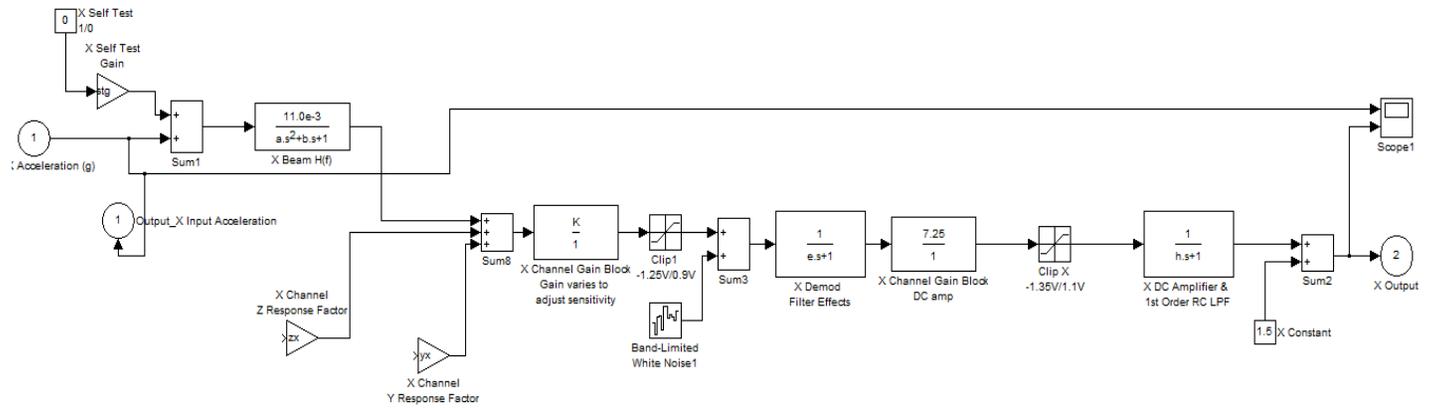
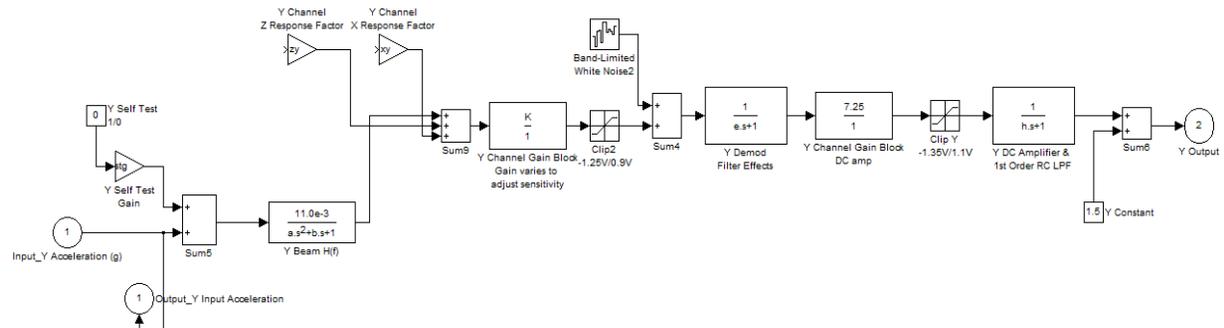


Diagrama de bloques correspondiente al eje Y



Fuente: ANALOG DEVICES. Modelo de Simulín

