

**MODELO DE ESTIMACIÓN Y COINTEGRACIÓN PARA EXPLICAR LA
MOROSIDAD EN COLOMBIA A PARTIR DEL DESEMPLEO E IPC**



**LILIANA MALAGON TORRES
ALVARO IVÁN PRADA SANCHEZ**

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
ESPECIALIZACIÓN ESTADÍSTICA APLICADA
BOGOTÁ, D.C.
2019

**MODELO DE ESTIMACIÓN Y COINTEGRACIÓN PARA EXPLICAR LA
MOROSIDAD EN COLOMBIA A PARTIR DEL DESEMPLEO E IPC**

LILIANA MALAGÓN TORRES
ALVARO IVAN PRADA SANCHEZ

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar al título de:

Especialista en Estadística Aplicada

Director:
HEIVAR YESID RODRIGUEZ PINZÓN
Magíster en Economía

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
ESPECIALIZACIÓN ESTADÍSTICA APLICADA
BOGOTÁ, D.C.
2019

Nota de aceptación



Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Bogotá, 22 de junio 2019



*Las directivas de la Fundación
Universitaria los libertadores, los jurados
calificadores y el cuerpo docente no son
responsables por los criterios e ideas
expuestas en el presente documento.
Estos corresponden únicamente a los autores*



A Dios, a nuestros padres, a nuestra familia, amigos, profesores y a la fundación universitaria los libertadores por el apoyo brindado durante este tiempo de crecimiento personal y profesional.

Tabla de Contenido

RESUMEN	9
INTRODUCCIÓN	10
FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	10
JUSTIFICACIÓN.....	11
OBJETIVO GENERAL	12
OBJETIVOS ESPECIFICOS	12
MARCO DE REFERENCIA.....	13
MARCO TEORICO	20
MARCO METODOLÓGICO	26
ANALISIS Y RESULTADOS.....	29
LOS DATOS	29
MODELO ARIMA MOROSIDAD.....	34
MODELO ARIMA DESEMPLEO.....	40
MODELO ARIMA IPC	46
MODELO VEC PARA LA MOROSIDAD Y DESEMPLEO.....	51
MODELO VEC PARA LA MOROSIDAD E IPC.....	58
CONCLUSIONES.....	65
REFERENCIAS	67
ANEXOS	69
ANEXO1 – DATOS SERIE MOROSIDAD	69
ANEXO2 – DATOS SERIE DESEMPLEO	69
ANEXO3 – DATOS SERIE IPC	69

LISTA DE GRAFICAS

Grafica 1. Serie Indicador de Morosidad.....	29
Grafica 2. Serie Indicador Desempleo.....	30
Grafica 3. Serie Indicador IPC	32
Grafica 4. Comparativo Series Analizadas.....	33
Grafica 5. Metodología Box Jenkins	34
Grafica 6. Serie DM - Morosidad (1Dif).....	35
Grafica 7. Prueba de Normalidad - Modelo ARIMA (5,1,5) DM.....	38
Grafica 8. Predicción Modelo Arima (5,1,5) DM	39
Grafica 9. Serie Desempleo Desestacionalizada	40
Grafica 10. Pruebas de Normalidad - Modelo Arima (1,1,8) DD	44
Grafica 11. Autocorrelación Residuales - Modelo ARIMA (1,1,8) DD	44
Grafica 12. Predicción Modelo ARIMA (1,1,8) DD	45
Grafica 13. Serie DIPC (1 Dif IPC).....	46
Grafica 14. Prueba de Normalidad - Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC	49
Grafica 15. Predicción Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC.....	50
Grafica 16. Comparativo Series DM - DD	51
Grafica 17. FIR Morosidad - Desempleo	55
Grafica 18. Prueba Independencia VEC Morosidad-Desempleo	57
Grafica 19. Comparativo Series DM - DIPC.....	58
Grafica 20. FIR Morosidad-IPC	62
Grafica 21. Prueba Independencia VEC Morosidad-IPC	63

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Categorías de la Morosidad por tipo de Crédito.....	16
Tabla 2. Test Dickey Fuller Morosidad.....	35
Tabla 3. Test Dickey Fuller DM -Morosidad (1Dif)	35
Tabla 4. Correlograma de ACF y FAP DM- Morosidad (1Dif).....	36
Tabla 5. Tabla de Modelos DM – Morosidad (1Dif)	37
Tabla 6. Modelo Arima (5,1,5) DM –Morosidad (1Dif).....	37

Tabla 7. Autocorrelación de Residuales – Modelo Arima (5,1,5) DM	38
Tabla 8. Prueba Heterocedasticidad – Modelo Arima (5,1,5) DM.....	39
Tabla 9. Prueba Dickey Fuller Desempleo SA.....	40
Tabla 10. Serie DD (1 Dif Desempleo SA).....	41
Tabla 11. Prueba Dickey Fuller DD (1 Dif Desempleo SA).....	41
Tabla 12. Correlolograma ACF y FAP – DD (1Dif Desempleo SA).....	42
Tabla 13. Tabla de Modelos DD – Desempleo (1Dif)	42
Tabla 14. Modelo Arima (1,1,8) DD –(Desempleo 1Dif).....	43
Tabla 15. Prueba Heterocedasticidad - Modelo ARIMA (1,1,8) DD.....	45
Tabla 16. Prueba Dickey Fuller IPC.....	46
Tabla 17. Prueba Dickey Fuller DIPC (1 Dif IPC).....	47
Tabla 18. Correlograma de ACF y FAP - DIPC.....	47
Tabla 19. Tabla de Modelos DIPC (1 Dif IPC).....	48
Tabla 20. Modelo Arima (13,1,0) DIPC.....	48
Tabla 21. Autocorrelación de Residuales – Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC	49
Tabla 22. Prueba Heterocedasticidad –Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC.....	50
Tabla 23. Prueba de Cointegración DM-DD	52
Tabla 24. Tabla Modelos VEC Morosidad - Desempleo	53
Tabla 25. Modelo VEC - Morosidad - Desempleo.....	53
Tabla 27. Prueba Normalidad - VEC Morosidad-Desempleo.....	56
Tabla 28. Test de Correlación Portmanteau VEC Morosidad-Desempleo.....	57
Tabla 29. Prueba de Cointegración Morosidad-IPC.....	59
Tabla 30. Tabla Modelos VEC Morosidad - IPC	60
Tabla 31. Modelo VEC - Morosidad - IPC	60
Tabla 32. Test de Correlación Portmanteau VEC Morosidad-IPC	64

LISTA DE ECUACIONES

Ecuación 1. Modelo Arima (5,1,5) DM.....	40
Ecuación 2. Modelo Arima (1,1,8) DD	46
Ecuación 3. Modelo Arima (13,1;0) DIPC.....	51
Ecuación 4. Vector de Corrección del error para Morosidad-Desempleo	54
Ecuación 5. Vector de Corrección del error para Morosidad-IPC	61

RESUMEN

Durante nuestra formación académica se han adquirido conceptos que permiten una mayor interpretación y análisis de las series de tiempo desde una perspectiva técnica estadística, conocimientos que se quieren utilizar para analizar el dinamismo de la economía colombiana a través del comportamiento de sus principales indicadores macroeconómicos como los son la morosidad de la cartera de créditos, el desempleo e IPC. Para eso se construyeron los datos mensuales de las series en el periodo comprendido entre Enero 2008 y Febrero 2019, información con la cual se espera determinar los patrones de comportamiento de los indicadores, tendencias y estimación de modelos estadísticos para las mismos. Para lograr este objetivo a lo largo de este proyecto se hará un análisis descriptivo de la información, se construirá un modelo ARIMA para cada una de las variables con sus respectivas pruebas de residuales e independencia y se finalizará con el diseño de modelos VEC para determinar la sensibilidad de la morosidad frente al desempleo e IPC.

Para la serie morosidad se tomará la información que en la Superfinanciera se denomina indicador de calidad por calificación, la cual corresponde a tomar los saldos de los créditos calificados en B,C,D y E sobre el saldo total de créditos, en la serie desempleo se tomará el dato mensual publicado por el DANE y para el IPC se tomará la variación año corrido del indicador publicado también por el DANE.

Palabras Claves: Indicador de morosidad, tasa de desempleo, IPC, modelos ARIMA, modelo VEC, cointegración, pruebas de normalidad, pruebas de independencia, residuales.

INTRODUCCIÓN

Actualmente existen grandes interrogantes del crecimiento de la económica colombiana y sin duda alguna, el crecimiento de la cartera de créditos es un gran motor para financiar nuevos proyectos de las empresas y de las personas naturales y por consiguiente generar un mayor dinamismo en la economía, sin embargo, en los últimos años se viene observando un deterioro en los índices de morosidad de la cartera, lo que hace que la calidad de este producto en los establecimientos de crédito, genere grandes alertas en las áreas de monitoreo y cobranzas de estas entidades.

Este deterioro puede verse influenciado por el comportamiento del desempleo, ya que las personas que pierden su empleo, pierden capacidad de pago y en su defecto empiezan a incumplir compromisos contractuales con las entidades financieras o por la desaceleración de la economía que se puede evaluar a través de indicadores como el IPC.

Dado este panorama, a lo largo de este documento se realizará un estudio individual del comportamiento de las variables morosidad, desempleo e IPC donde se puedan identificar los patrones de comportamiento y las cointegraciones entre las variables.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Lo anterior genera los siguientes interrogantes ¿Se puede estimar un modelo para el comportamiento del indicador de morosidad, desempleo e IPC en Colombia?, ¿A partir de la tasa de desempleo, se puede explicar el indicador de morosidad?, ¿A partir del IPC, se puede explicar el indicador de morosidad? con el desarrollo de este trabajo se podrán resolver estas inquietudes.

JUSTIFICACIÓN

Poder establecer relaciones del comportamiento de la variable morosidad con sus patrones históricos o con el comportamiento del desempleo o del IPC, es importante ya que se podría prever el comportamiento futuro del indicador y las personas o instituciones usuarias de los modelos o pronósticos, podrían obtener alertas tempranas que apoyarían el desarrollo de nuevas estrategias en los desembolsos de créditos y la cobranza de los mismos.

La cartera es el activo más importante del sector financiero y en su defecto el indicador de morosidad el mayor referente de la calidad de este activo, en el caso del desempleo es uno de los indicadores macroeconómicos más importantes del país que acompañado de la evolución del IPC muestran una tendencia de la economía, por eso la importancia de este estudio y el valor agregado que puede generar el mismo, además el desarrollo de esta investigación y documento llenará de herramientas al lector para analizar cualquier serie de datos bajo los de modelos ARIMA y modelos de cointegración VEC, donde se compara la relación de corto y mediano plazo entre las variables.

OBJETIVO GENERAL

Estimar a través de modelos ARIMA el comportamiento de la variable morosidad, desempleo e IPC e implementar modelos VEC para mostrar la relación e impacto que tiene sobre la morosidad, el desempleo y el IPC

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Construir una serie de tiempo homogénea para los índices morosidad, desempleo e IPC, y realizar un estudio descriptivo que permita identificar los patrones de comportamiento de las variables.
- Construir modelos ARIMA para estimar el comportamiento de cada una de las series en estudio (Morosidad, Desempleo e IPC).
- Elaborar un modelo VEC que estime el efecto del índice de desempleo sobre el índice de morosidad.
- Elaborar un modelo vectorial VEC que estime el efecto del índice IPC sobre el índice de morosidad.

MARCO DE REFERENCIA

En nuestro país el desempleo se presenta como un fenómeno que en parte responde a la poca capacidad que se tiene para generar nuevos empleos, o a la inestabilidad de los mismos ya que en la actualidad se puede observar cómo crece el número de empleos informales en épocas específicas del año, entre las anteriores causas también tenemos explicaciones más recientes como lo es la incertidumbre de la reforma tributaria; el aumento del salario mínimo el cual se ve opacado por el aumento de la inflación y el más reciente de todos, la creciente migración de personas en edad laboral de países vecinos.

Históricamente el mercado laboral venía recuperándose y revirtió su tendencia a partir de 2015 como consecuencia de la caída del petróleo y de la política contraccionista del Gobierno según lo expreso Jaime Tenjo director del Departamento de Economía de la Universidad Jorge Tadeo Lozano para el periódico El Espectador.

Un estudio más profundo reveló que la reforma tributaria no es uno de los principales problemas, el aumento del salario mínimo ni el arribo de millones de ciudadanos del vecino país, es preciso revisar detenidamente la poca capacidad de generar nuevos empleos que sean accesibles a la mayoría de las personas que se encuentran en edad laboral.

El DANE, en cumplimiento de su misión ha construido a través de la encuesta continua de hogares, un instrumento que permita al estado conocer el tamaño y la fuerza de trabajo de la población, llevar un seguimiento y a su vez llegar a adoptar políticas que mitiguen el crecimiento de este índice, las variables sociodemográficas que ha tomado para dicha tarea son: sexo, estado civil, educación, tasa de desempleo, tasa de ocupación, tasa de subempleo, rama de actividad, profesión e ingresos, entre otras. La investigación se realiza con una periodicidad semanal para las trece ciudades y áreas metropolitanas y mensual para el total nacional, cabecera y resto. (DANE)

La forma de medir el desempleo es a través de la tasa de desempleo (TD). Ésta expresa el número de personas desempleadas (D) como porcentaje de la fuerza laboral (FL) también llamada población económicamente activa (PEA). Esta fuerza laboral o población económicamente activa es la suma de las personas empleadas, las ayudantes familiares que no tiene un sueldo y que trabajan quince o más horas semanales, y las desempleadas. La tasa de desempleo se calcula de la siguiente forma (Banco de la República 2015).

$$TD = (DS / PEA) * 100$$

Otro de los indicadores de estudio e importantes para evidenciar el desarrollo de la economía colombiana es el índice de precios al consumidor (IPC) el cual es un indicador económico que mide la variación porcentual promedio de los precios entre dos períodos de tiempo sobre un conjunto de bienes y servicios adquiridos por un hogar para su consumo. Se utiliza principalmente como un factor de ajuste para la determinación de salarios, estados financieros, solución de demandas laborales y fiscales. De igual forma, el IPC se emplea para calcular la pérdida de poder adquisitivo de la moneda, para tener equilibrios en partidas de las cuentas nacional y como un factor de análisis del comportamiento de la economía. (DANE)

En Colombia, el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), es la entidad encargada del análisis y estudio del IPC. El cálculo del IPC se basa en los relativos de precios por fuente informante para obtener, por medio de un promedio aritmético ponderado, los diferentes índices de la canasta. El cálculo del IPC total ciudad o nacional se basa en el cálculo de los índices por nivel de ingreso por ciudad o nacional. (DANE 2009)

Desde ya hace algunos años se han venido presentando modelos de enfoque multivariado para el análisis del desempleo en Colombia, los cuales pretenden mostrar que aspectos

relacionados con la estructura económica de Colombia son relevantes para explicar el nivel de desempleo.

La tasa de morosidad y variable dependiente del análisis que se realizará en este documento es uno de los indicadores más importantes en nuestro sistema financiero, debido a que en el equilibrio económico de nuestro país un número elevado y constante de créditos que presenten días de retraso en sus pagos podría llevar a la quiebra a una entidad financiera desencadenando repercusiones negativas en el Sistema Financiero en conjunto.

Este indicador mide el volumen de créditos considerados morosos sobre el total del volumen de créditos otorgados, para eso la Superintendencia Financiera de Colombia ha clasificado los créditos en las siguientes tipologías:

- **Comercial:** Son los créditos otorgados a personas naturales o jurídicas para el desarrollo de actividades económicas, distintos a los otorgados bajo la modalidad de microcrédito.
- **Microcrédito:** Son los créditos otorgados a microempresas, cuyo saldo de endeudamiento con la respectiva entidad no supere veinticinco (25) salarios mínimos legales mensuales vigentes. Por microempresa se entiende toda unidad de explotación económica, realizada por persona natural o jurídica, en actividades empresariales, agropecuarias, industriales, comerciales o de servicios, rural o urbana cuya planta de personal no supere los (10) trabajadores o sus activos totales, excluida la vivienda, sean inferiores a quinientos (500) salarios mínimos mensuales legales vigentes.
- **Consumo:** Son los créditos otorgados a persona naturales para financiar la adquisición de bienes de consumo o el pago de servicios para fines no comerciales o empresariales, independientemente de su monto.

- **Vivienda:** son créditos de vivienda, independientemente de la cuantía, aquéllos que se otorguen para la adquisición, construcción, reparación, remodelación, ampliación, mejoramiento y subdivisión de vivienda propia o para la adquisición de lotes con servicios; los que estén amparados con garantía hipotecaria, cualquiera sea el sistema pactado para su otorgamiento y amortización, y su plazo de amortización sea igual o superior a cinco años. (Ministerio de Hacienda y Crédito Público, Decreto 4090 de 2006).

Y su nivel de morosidad por categorías como se observa en la siguiente tabla:

Tabla 1. Categorías de la Morosidad por tipo de Crédito

Modalidad de Credito / Meses de Mora	A (Riesgo Normal)	B (Riesgo Aceptable)	C (Riesgo Apreciable)	D (Riesgo Significativo)	E (Riesgo de Incobrabilidad)
Vivienda	Menos de 1 Mes	2 - 5 Meses	5 - 12 Meses	12 - 18 Meses	Más de 18 Meses
Consumo	Menos de 1 Mes	1 - 2 Meses	2 - 3 Meses	3 - 6 Meses	Más de 6 Meses
Microcredito	Menos de 1 Mes	1 - 2 Meses	2 - 3 Meses	3 - 4 Meses	Más de 4 Meses
Comercial	Menos de 1 Mes	1 - 3 Meses	3 - 6 Meses	6 - 12 Meses	Más de 12 Meses

Fuente: Elaboración Propia.

Los antecedentes que se tienen sobre los determinantes de la morosidad del sistema bancario han venido avanzando tras la necesidad de modelos que expliquen la morosidad como un fenómeno que afecta directamente la economía de una persona, de una familia, de un país. Existen trabajos como los de Freixas, Hevia y Inurrieta (1994); Morón y Loo-Kung (2003); Morales (2006), que han intentado explicar la morosidad.

Freixas, Hevia y Inurrieta (1994), realizo un análisis de la morosidad de las instituciones micro financieras en el Perú utilizando modelos de datos de panel con variables predeterminadas y modelos dinámicos, llegando a la conclusión que los factores agregados

que tienen mayor importancia en la determinación de la tasa de morosidad se encuentran la tasa de crecimiento pasada de la actividad económica, las restricciones de liquidez y el nivel de endeudamiento de los agentes.

Morón y Loo-Kung (2003), su trabajo se basa en un sistema de alerta temprana de fragilidad financiera, para estimar la probabilidad de fragilidad de una institución es necesario generar una variable dependiente dicotómica. apuntando a la utilización de un panel de datos logit. En este trabajo se opta por estimar un panel de datos logit de efectos fijos debido a una serie de razones. La idea detrás de la especificación con parámetros incidentales (efectos fijos) responde a la necesidad de capturar las diferencias entre las unidades del estudio que son capturadas por los regresores empleados.

Brookes (1994) explica la probabilidad de mora en el pago de los créditos hipotecarios de las familias como función del nivel de renta, del ratio de servicio de deuda, del cociente entre la riqueza neta del sector privado y el número de créditos hipotecarios, de la tasa de variación del desempleo y del ratio de endeudamiento sobre el valor de las propiedades inmobiliarias, así como de las restricciones de liquidez que enfrentan los agentes.

Morales (2006), desde un punto de vista más analítico resalta las causas económicas de la morosidad en la jurisdicción laboral en nuestro país, señalando algunos sucesos que se han desarrollado al largo de la historia de nuestro país como lo es la crisis económica y social que se vivió entre 1994 y 2004, en este periodo de justicia se triplicó porque quienes tenían créditos y obligaciones incumplieron.

Para el análisis del desempleo y las variables macroeconómicas que puedan tener influencia sobre este, se cuenta con diferentes trabajos a nivel nacional e internacional que manejan una metodología de series de tiempo cuyas iniciales son VEC (Vector de Corrección de Error). El modelo de corrección de error se ha convertido en un modelo muy atractivo porque su interpretación es intuitivamente interesante.

Entre los trabajos mas destacados que se encuentran en la literatura tenemos: Brüggeman (2006) para Alemania, Mayes y Vilmunen (1999) para Finlandia y Nueva Zelanda, Kitov, Kitov y Dolinskaya (2007) para Francia, y López y Misas (2006) para Colombia.

En su trabajo, **Brüggeman (2006)** utiliza un modelo VEC estructural para encontrar las fuentes de variación del desempleo en Alemania. El autor encuentra que existe una relación de largo plazo entre los salarios reales, la productividad (medida como la diferencia entre los logaritmos de PIB y número de empleados) y el desempleo. Posteriormente, emplea análisis impulso respuesta, descomposición de varianza en el error de predicción y descomposiciones históricas para analizar los efectos y la importancia de los choques estructurales en las variables usadas sobre el desempleo en Alemania. Su trabajo concluye que no hay un solo factor en particular que influya sobre el desempleo, sino que es una mezcla de choques en la productividad, demanda laboral y oferta laboral, lo que determina su comportamiento.

Para Finlandia y Nueva Zelanda, Mayes y Vilmunen (1999) utilizan la relación de largo plazo existente entre salarios, desempleo, stock de capital y términos de intercambio para construir modelos VEC, con los cuales analizan las respuestas de tales variables ante choques aleatorios en ellas. Adicionalmente, extraen información sobre la velocidad con que convergen las variables examinadas al equilibrio de largo plazo.

Kitov, Kitov y Dolinskaya (2007) encuentran la existencia de una relación de cointegración entre la inflación, el desempleo y la tasa de cambio en la fuerza laboral para Francia entre 1973 y 2004, concentrándose en los aspectos estadísticos que permiten llegar a tal conclusión, sin entrar a utilizar análisis impulso respuesta para evaluar los efectos de choques aleatorios sobre las variables.

López y Misas (2006) emplean una metodología similar a la utilizada en Alemania para indagar las fuentes de desempleo en Colombia. En su trabajo, utilizan un modelo VEC estructural que describe una relación de cointegración entre productividad, desempleo, salarios reales e índice de tasa de cambio real. Mediante análisis impulso respuesta y descomposición de varianza, encuentran que los choques tecnológicos y de oferta laboral son importantes en el corto plazo, mientras que en el largo plazo el desempleo es afectado por una mezcla de choques tecnológicos, de demanda y oferta.

Bonilla (2011) utiliza las series de tiempo: salario mínimo real de consumo (W/P), producto interno bruto real (PIB), participación del sector manufacturero en el PIB (S2), número de desempleados (DES) y población económicamente activa (PEA) en las 7 principales ciudades de Colombia y mediante el análisis de las funciones impulso respuesta y de descomposición de varianza, concluye que aumentar el grado de desarrollo estructural de la economía es una política que puede ayudar a reducir el desempleo en Colombia.

MARCO TEORICO

A través de la historia los economistas más relevantes han presentado múltiples definiciones y puntos de vista sobre la importancia de la econometría en la construcción de modelos económicos teóricos y matemáticos. Algunos de ellos son:

Ragnar Frisch (1930): 'La experiencia ha mostrado que cada uno de estos tres puntos de vista, el de la estadística, la teoría económica y las matemáticas, es necesario, pero por sí mismo no suficiente para una comprensión real de las relaciones cuantitativas de la vida económica moderna. Es la unión de los tres aspectos lo que constituye una herramienta de análisis potente. Es la unión lo que constituye la econometría'.

Valavanis (1959): 'El objetivo de la econometría es expresar las teorías económicas bajo una forma matemática a fin de verificarlas por métodos estadísticos y medir el impacto de una variable sobre otra, así como predecir acontecimientos futuros y dar consejos de política económica ante resultados deseables'.

Christ (1966): 'Producción de declaraciones de economía cuantitativa que explican el comportamiento de variables ya observadas, o predicen la conducta de variables aún no observadas'.

Carlos Sabino (1991): 'Nombre con el que se designa la aplicación de las técnicas matemáticas y estadísticas a la resolución de problemas de economía. La econometría, por lo general, se basa en la construcción de modelos formales con los cuales es posible verificar hipótesis, medir variables estadísticas y realizar pruebas de simulación'.

De las anteriores definiciones y la importancia que ha tomado el estudio y pronóstico de las series de tiempo, sin embargo dichos pronósticos pueden presentar errores que por lo general, se originan en series no estacionales, la presencia de raíz unitaria y cuando es significativa la autocorrelación muestral (PAC) en la información.

Se define una serie de tiempo como un conjunto de observaciones que se registran en intervalos de tiempo regulares ya sean segundos, minutos horas, días, semanas, meses, años, entre otros (LOZANO 2017).

Las series de tiempo cuentan con los siguientes componentes:

- a) Tendencia
- b) Cíclico
- c) Estacionalidad
- d) Aleatoriedad

De estos cuatro se resalta la estacionalidad ya que como se nombró anteriormente al asumir estacionalidad en una serie que no lo sea se pueden estar originando errores en los pronósticos, por lo cual es importante en primera instancia hacer un análisis de estacionalidad en la serie o series que se estén trabajando. si la serie no es estacionaria (como la gran mayoría en las variables macroeconómicas) es necesario efectuar la diferenciación ($Y_t - Y_{t-1}$) de dicha serie las veces sea necesario para que sea una serie estacionaria.

Para realizar los ajustes de estacionalidad Eviews ofrece Seasonal Adjustment, esta opción crea una serie de ajuste estacional. Usa cuatro métodos que son: La razón con el promedio móvil y diferencia del promedio móvil, el método multiplicativo X-11, el método aditivo X-11 y el Census X-12. (Antunez 2011).

MODELOS ARIMA

Es un modelo autorregresivo integrado de promedio móvil, es decir un modelo estadístico cuyo objetivo es utilizar variaciones y regresiones en sus datos con el fin de encontrar los patrones necesarios para llegar a hacer predicciones que se ajusten a lo que ha venido siendo su comportamiento. Un modelo ARIMA (p,d,q) se compone de tres partes, **p** el cual es el orden auto-regresivo, **d** es el orden de integración, **q** el orden de media móvil. El punto importante se encuentra en encontrar el modelo que mejor se ajuste y que logre generar el mejor pronóstico, para esta tarea los estadísticos George E. P Box y Gwilym Jenkins desarrollaron una metodología para encontrar estos modelos donde antes de iniciar su desarrollo hay que garantizar que la serie sea estacionaria (Parámetros como la media y la varianza no varían a lo largo del tiempo).

La metodología Box Jenkins se divide en 4 etapas:

1. Identificación. El objetivo es determinar los órdenes p,d,q que parecen apropiados para reproducir las características de la serie bajo estudio y si se incluye o no la constante δ .
2. Estimación. Usando los datos se realiza inferencia sobre los parámetros condicionada a que el modelo investigado sea apropiado.
3. Validación. Se hacen discrepancias de diagnóstico para comprobar si el modelo se ajusta a los datos.
4. Predicción. Pronosticar valores futuros de la variable y evaluar la precisión con la cual los está pronosticando.

La expresión algebraica de un modelo Arima seria:

$$X_t^d = C + \phi_1 X_{t-1}^d + \dots + \phi_p X_{t-p}^d + \theta_1 \varepsilon_{t-1}^d + \theta_2 \varepsilon_{t-2}^d + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}^d + \varepsilon_t^d$$

CRITERIO DE INFORMACIÓN AKAIKE (AIC)

Es una medida de la bondad de ajuste de un modelo estadístico. Se puede decir que describe la relación entre el sesgo y varianza en la construcción del modelo, o hablando de manera general acerca de la exactitud y complejidad del modelo. La teoría dice que se deben escoger los modelos con el mínimo AIC.

En general, el AIC se define como:

$$AIC = 2K - 2 \times \ln(L)$$

k es el número de parámetros del modelo.

$\ln(L)$ es la función de log-verosimilitud para el modelo estadístico.

Para los conjuntos de datos más pequeños, la AICc se aplica la corrección de segundo orden:

$$AIC_c = \frac{2k(k+1)}{N-k-1} = \frac{2 \times N \times k}{N-k-1} - 2 \times \ln(L)$$

Donde:

N es el tamaño de la muestra de datos.

k es el número de parámetros del modelo.

MODELOS VEC (Vector de corrección de error)

Emplean un conjunto de series que no son estacionarias, pero que tienen el mismo orden de integración; esto permite realizar pruebas de cointegración para determinar si existen relaciones de largo plazo entre tales variables, caso en el cual se puede construir el modelo VEC y llevar a cabo ciertos análisis que permiten extraer información muy valiosa de las series de tiempo. (BONILLA 2011).

El paso a paso para trabajar los modelos VEC es la siguiente:

1. Análisis de la serie a trabajar: si la serie llegase a no ser estacionaria se deben realizar transformaciones (Eliminar el componente estacional), se aplica las pruebas duckey Fuller o Phillips Perron.
2. Prueba de cointegración: La cual justifica utilizar un modelo VER y no una VAR. En este paso se aplicara el test de cointegración de Soren Johanssen(1988-1996), el cual aplica la Prueba de la Traza (Trace test) y la prueba del Máximo Valor Propio (Maximum Eigenvalue test) para determinar el número vectores de cointegración.
3. Estimación de los parámetros del modelo: Para dicha estimación se debe elegir entre el criterio bayesiano (BIC) o el criterio de información Akaike (AIC). Al ser modelos de memoria corta se recomienda para el VEC(p), p no sea en lo posible mayor a 6.

La ecuación del modelo VEC estará dada por:

$$Y_t - Y_{t-1} = \alpha_{10} + \alpha_{11}e_{t-1} + v_t^y$$

$$X_t - X_{t-1} = \alpha_{20} + \alpha_{21}e_{t-1} + v_t^x$$

es decir

$$Y_t - Y_{t-1} = \alpha_{10} + \alpha_{11}(Y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 X_{t-1}) + v_t^y$$

$$X_t - X_{t-1} = \alpha_{20} + \alpha_{21}(Y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 X_{t-1}) + v_t^x$$

expandiendo y reordenando términos

$$Y_t = \alpha_{10} + (\alpha_{11} + 1)Y_{t-1} - \alpha_{11}\beta_0 - \alpha_{11}\beta_1 X_{t-1} + v_t^y$$

$$X_t = \alpha_{20} + \alpha_{21}Y_{t-1} - \alpha_{21}\beta_0 - (\alpha_{21}\beta_1 - 1)X_{t-1} + v_t^x$$

donde la variable Y_t , que es I(1), está relacionada con las otras variables rezagadas (Y_{t-1} y X_{t-1}) y donde la variable X_t , que es I(1), está también relacionada con las otras variables rezagadas (Y_{t-1} y X_{t-1}). Notar, sin embargo, que las dos ecuaciones contienen la relación

común de cointegración. Los coeficientes α_{11} , α_{21} son conocidos como coeficientes de corrección de error nombrados así porque ellos muestran qué tanto Δy_t y Δx_t responden al error de cointegración

$$y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 x_{t-1} = e_{t-1}.$$

FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA (FIR)

Una de las principales utilidades de los modelos VEC, además de la realización de predicciones hacia el futuro, es el estudio de la respuesta dinámica de una serie cuando se produce un shock inesperado en la otra serie, esta respuesta dinámica viene dada por la *función de respuesta al impulso*, la cual muestra el efecto contemporáneo y en los instantes posteriores del shock de una variable con respecto a la otra.



MARCO METODOLÓGICO

A través de este estudio se busca construir modelos estadísticos univariados que permitan estimar el comportamiento de las variables macroeconómicas más influyentes y comunes a la hora de analizar el estado de la economía del país, como lo son la morosidad, el desempleo e IPC y a su vez construir modelos multivariados que permitan medir la influencia del desempleo e IPC en el comportamiento de la morosidad.

Para poder realizar el estudio se consultaron y se consolidaron los datos con periodicidad mensual desde el mes de enero 2008 y febrero 2019, logrando 134 observaciones para la construcción de las series de cada variable. Para el caso del desempleo y el IPC se tomaron los datos puntuales reportados por el DANE para estos indicadores y para la morosidad se tomará la información que en la Superfinanciera se denomina indicador de calidad por calificación, la cual corresponde a tomar los saldos de los créditos calificados en B,C,D y E (Tabla1. Categorías de la Morosidad por tipo de Crédito) sobre el saldo total de créditos.

A partir de la literatura se determinó que los mejores tipos de modelos para series univariadas, son los modelos ARIMA y a través de la metodología Box-Jenkins se implementarán en las variables de estudio.

En el desarrollo de esta metodología y con ayuda del software Eviews 10 se busca determinar si existe estacionariedad en dichas series, por lo cual se aplicó la prueba de Dickey Fuller, la cual busca rechazar la hipótesis nula (El nivel de significancia utilizado es $\alpha=0.05$) que propone que la serie tiene raíz unitaria, al encontrar series que no son estacionarias se aplica la primera diferencia y de nuevo la prueba de Dickey Fuller para asegurar la estacionariedad de la serie diferenciada.

Luego se procede a identificar el modelo adecuado, para ello se hace la observación en los gráficos de la autocorrelación y la autocorrelación parcial. Al observar estos gráficos se determinan los posibles valores que debe tomar p y q cuyas combinaciones se presentan en las tablas para cada una de las series.

Para hacer la estimación de los parámetros del modelo se utiliza el criterio AIC el cual es una medida de la bondad de ajuste de un modelo estadístico y según la teoría se debe escoger el modelo con el menor AIC, al tener los modelos con el menor AIC la metodología Box-Jenkins propone hacer una evaluación y diagnóstico del modelo a través de las pruebas de normalidad e independencia de los residuales. En la prueba de normalidad se busca aceptar H_0 que propone que los residuales siguen una distribución normal y esto garantiza que el modelo tiene más fuerza, pero no aceptarla, no implicaría un cambio de modelo, Por el contrario, en las pruebas de independencia se busca rechazar H_0 que propone que los residuales son dependientes en el tiempo, ya que se busca que los mismos sean independientes, de aceptar esta hipótesis se debe buscar otro modelo.

En segunda instancia para trabajar las series multivariadas e identificar el efecto que tiene el IPC y el desempleo sobre la morosidad se implementarán los modelos VEC (Vector corrección de error). Para el desarrollo estos modelos contamos con un conjunto de series no estacionarias (morosidad, desempleo e IPC) pero que tiene el mismo orden de integración lo cual permite realizar las pruebas de cointegración propuestas por Sore Johansen, donde a través de la prueba traza y el máximo valor propio se determina que el IPC y el desempleo tienen una relación de largo plazo con la morosidad. Dada esta relación se estiman los valores VEC(p), los cuales por ser modelos de memoria corta no superan el $p=6$, se construye el vector de corrección de error para cada modelo y se realizan las pruebas de normalidad e

independencia para cada modelo, donde se recuerda el concepto de Corugedo (2003), quien afirma que en los modelos vectoriales es más importante la prueba de la independencia que la de normalidad.

Para finalizar se utiliza la potente función de impulso respuesta (FIR) que permite observar la respuesta dinámica de la morosidad serie cuando se produce un shock inesperado en el IPC y el desempleo.



ANÁLISIS Y RESULTADOS

LOS DATOS

Las series utilizadas fueron obtenidas de dos fuentes, por una parte, la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), donde se consultó el indicador de calidad por calificación y que durante este documento se denominara indicador de morosidad y por el otro el Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE) de donde se obtuvo la serie de la tasa de desempleo e IPC en Colombia. El periodo de la información usada para la construcción de los modelos ARIMA y VEC corresponde al intervalo entre enero 2008 y febrero de 2019, logrando 134 observaciones para cada una de las series y que a continuación se presentarán de forma descriptiva.

Serie Indicador de Morosidad

Corresponde al cálculo mensual del indicador de calidad por calificación realizado por la SFC, donde toma los saldos de los créditos calificados en B,C,D y E de todas las modalidades y lo divide en el saldo total de créditos.

Grafica 1. Serie Indicador de Morosidad



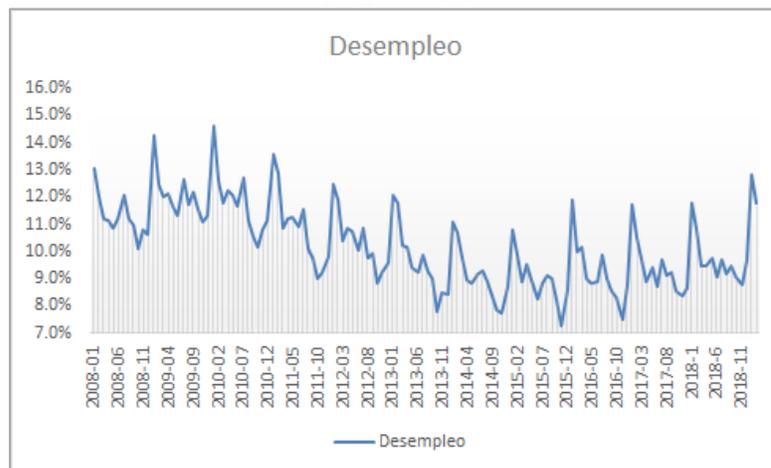
Fuente: Elaboración Propia.

El índice de morosidad durante este periodo mantuvo un promedio mensual del 7.99%, siendo el 6.47% de la observación 2012-11 y 2015-03 donde presento su mejor resultado y el 10.43% del 2018-8 su peor desempeño. Se observa con preocupación la tendencia al alza que se viene presentando desde el 2018-1, lo que evidencia el deterioro en la capacidad de pago de las personas impactado por la incertidumbre que vivió el país con el cambio de gobierno y la desaceleración económica que se presenta en la actualidad. Es preocupante ver como Colombia se encuentra dentro del top cinco de las naciones más ‘mala paga’ de América Latina y las posibles causas del alto índice de morosidad se relacionan con la gestión del riesgo de cada banco o caja. La desviación estándar del 1,38% durante este periodo nos permite interpretar que la mayoría de las observaciones oscilan entre el 6,60% y el 9,37%.

Tasa de Desempleo

Basado en la gran encuesta integrada de hogares GEIH el DANE mensualmente realiza la publicación de la tasa de desempleo, observaciones que se pueden visualizar en la siguiente gráfica:

Grafica 2. Serie Indicador Desempleo



Fuente: Elaboración Propia.

La tasa de desempleo durante este periodo mantuvo un promedio mensual del 10.24%, siendo el 7.27% de la observación 2015-11 donde presento su mejor resultado y el 14.62% del 2010-1 su peor desempeño. La serie presenta ciclos de cada 6 meses, donde el desempleo tiende a cambiar de dirección dadas las épocas de prima y navidad. Al igual que el indicador de morosidad a partir del año 2018 se observa un aumento en la tasa de desempleo en Colombia alcanzando niveles del 2013, cifras que son preocupantes y que según analistas se debe a la poca capacidad de generar empleo de las empresas y la llegada de venezolanos al país ofreciendo la mano de obra a un menor costo.

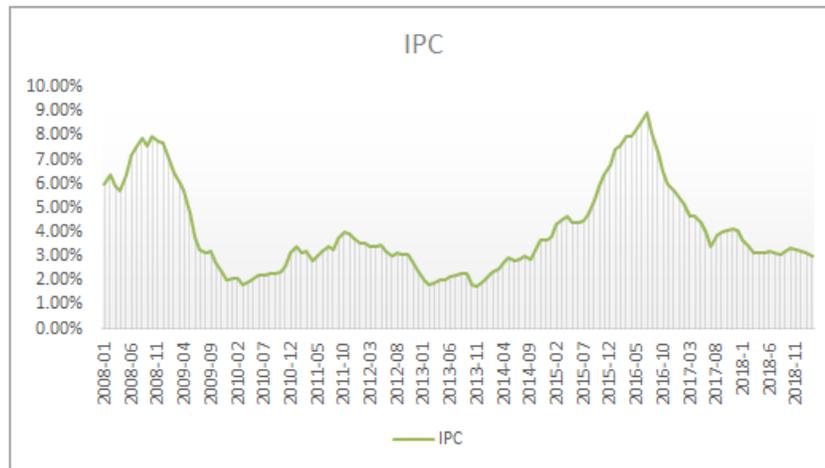
Otro punto de vista desde el cual se ve observado el Desempleo corresponde a explicaciones dadas por las políticas de medición del desempleo que se estén implementando en el momento, ya que cada gobierno implementa políticas distintas tanto para medir el desempleo como para mitigar sus efectos sobre la economía del país. siendo una de ellas la migración de colombianos, lo cual nos lleva a estimar un motivo más por el cual las economías de países vecinos también afectan nuestra economía. Algunas conclusiones dadas por estudios previos han sido. El primero es, que la tasa de desempleo de largo plazo en Colombia es variable. El segundo, es que la política monetaria no tiene posibilidades de reducir el desempleo de largo plazo.

La desviación estándar del 1,48% durante este periodo nos permite interpretar que la mayoría de las observaciones oscilan entre el 8,76% y el 11,72%.

Indicador IPC

Corresponde a la publicación mensual realizada por el DANE y que tiene en cuenta la variación de precios de la canasta. Este precio se logra a través de encuestas realizadas por los funcionarios del DANE en distintos locales comerciales, desde las ferias y locales de barrio, hasta supermercados y multitiendas.

Grafica 3. Serie Indicador IPC



Fuente: Elaboración Propia.

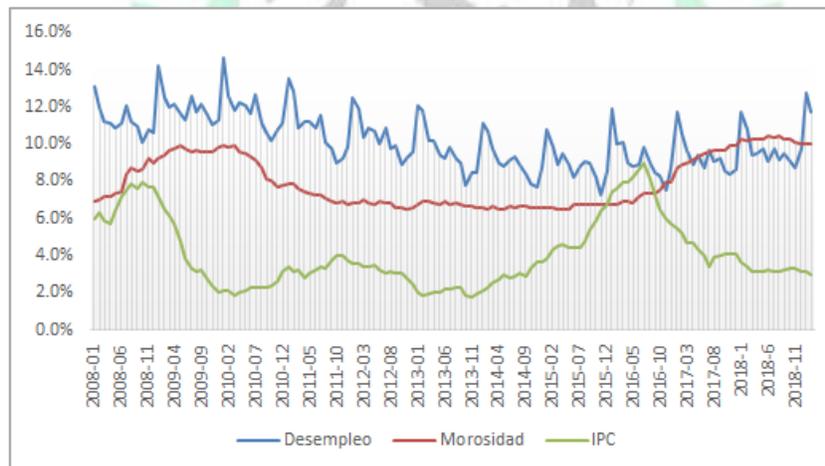
El IPC durante este periodo mantuvo un promedio mensual del 4.08%, siendo el 1.76% de la observación 2013-11 donde presento su peor resultado y el 8.97% del 2016-7 su mejor desempeño. El crecimiento del IPC de la actualidad presenta comportamientos similares al 2011 con una leve tendencia a la baja que apoyados en el aumento de la morosidad y el aumento del desempleo confirman que la economía de nuestro país no pasa por su mejor momento. La desviación estándar del 1,86% durante este periodo nos permite interpretar que la mayoría de las observaciones oscilan entre el 2,22% y el 5,94%.

Revisando la teoría y los acontecimientos que se han presentado en Colombia se ha llegado a observar que aumentos en la inflación como los ocurridos en el año 2015 se explican inicialmente por la transmisión parcial de la depreciación nominal a los precios al

consumidor y a los costos de las materias primas, y por el fuerte incremento en los precios de los alimentos debido al fenómeno de El Niño según lo informa el Banco de la Republica. Aunque en nuestro país la depreciación del peso no se ha visto altamente reflejada en los precios al consumidor el nivel de la tasa de cambio es inusualmente alto y persistente, y puede seguir impactando con rezago las cotizaciones de bienes y servicios importados según la asociación colombiana de ingenieros petroleros.

Dado el análisis descriptivo y visual de las series, se confirma la lógica económica dado que un aumento en el desempleo aumentaría la morosidad y un aumento en el IPC representaría un crecimiento de la economía impactando directamente la mejor capacidad de los deudores y la disminución de la tasa de morosidad.

Grafica 4. Comparativo Series Analizadas

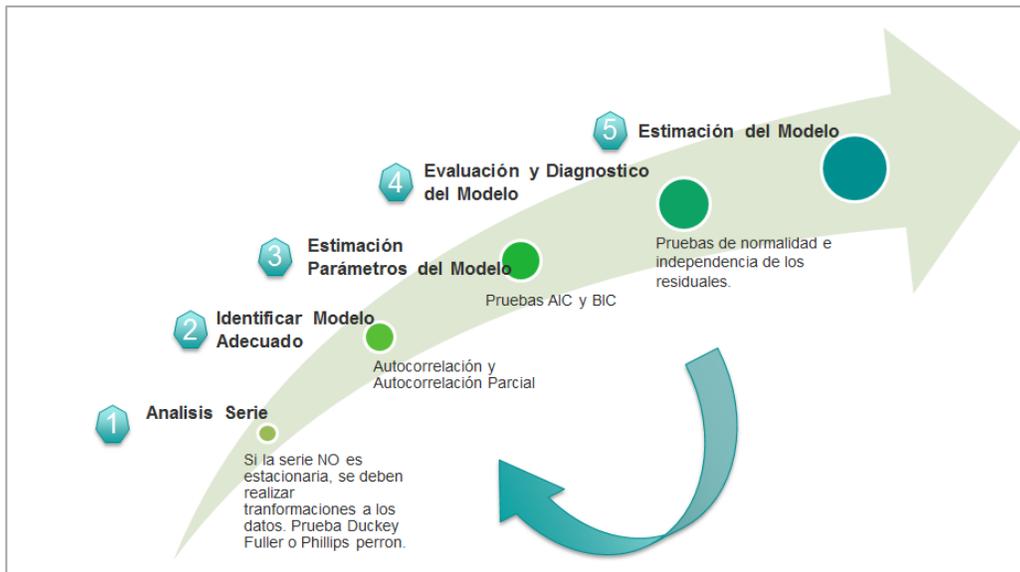


Fuente: Elaboración Propia.

Es claro que los 3 indicadores muestran que los resultados de la economía en los últimos periodos no son los mejores, por eso poder identificar los patrones propios de cada variable permitirá predecir qué pasará en los siguientes meses en cada una de las series y en su defecto en la economía del país, es aquí donde a través de la metodología box Jenkins se desarrollará

el paso a paso para poder identificar el modelo ARIMA que más se ajuste al comportamiento de las variables.

Grafica 5. Metodología Box Jenkins



Fuente: Elaboración Propia.

MODELO ARIMA MOROSIDAD

Utilizando el software Eviews 10 y Siguiendo el orden de la metodología Box Jenkins (Grafica 5), se realiza la prueba de Duckey Fuller a la serie original de la morosidad. Este test permite verificar si la serie es estacionaria o no, lo cual depende de la ausencia de raíz unitaria dentro de la misma. Para la interpretación de la prueba se maneja la siguiente hipótesis:

H₀: La serie Morosidad tiene raíz unitaria

H₁: La serie Morosidad NO tiene raíz unitaria

Para la evaluación de todas las pruebas y determinar la aceptación o rechazo de las hipótesis, se determina un $\alpha=0.05$.

Tabla 2. Test Dickey Fuller Morosidad

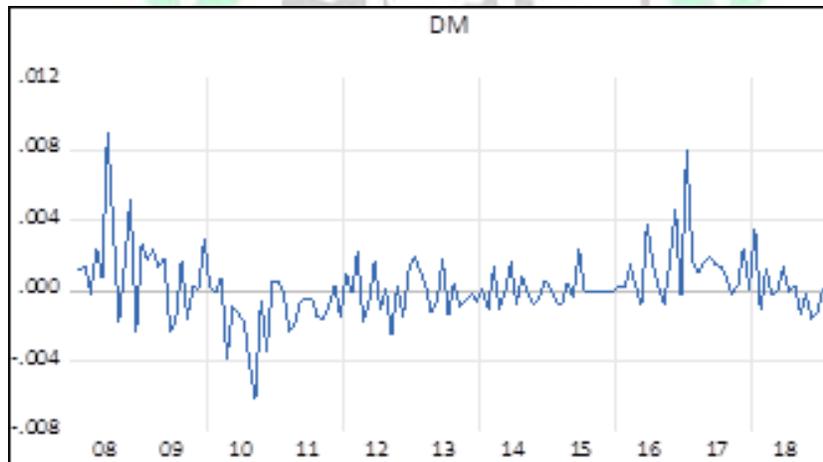
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.881712	0.7914
Test critical values: 1% level	-3.480818	
5% level	-2.883579	
10% level	-2.578601	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : la serie morosidad tiene raíz unitaria

Dada el P-valor obtenido de 0,7914 y comparada con el $\alpha=0.05$ se acepta H_0 , por lo tanto, la serie de morosidad tiene raíz unitaria y NO es estacionaria, razón por la cual se aplica la primera diferencia y se realiza nuevamente la prueba para buscar que la serie sea estacionaria.

Grafica 6. Serie DM - Morosidad (1Dif)



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Tabla 3. Test Dickey Fuller DM -Morosidad (1Dif)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.667298	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.480818	
5% level	-2.883579	
10% level	-2.578601	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : la serie DM tiene raíz unitaria

Dada la probabilidad obtenida de 0,000 y comparada con un $\alpha=0.05$ se rechaza H_0 , por lo tanto, la serie de DM NO tiene raíz unitaria y es estacionaria. Este resultado permite avanzar a la identificación de los posibles modelos para esta serie.

Tabla 4. Correlograma de ACF y FAP DM- Morosidad (1Dif)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.179	0.179	4.3804	0.036
		2	0.269	0.245	14.322	0.001
		3	0.249	0.185	22.854	0.000
		4	0.216	0.115	29.324	0.000
		5	0.179	0.055	33.810	0.000
		6	0.156	0.028	37.240	0.000
		7	0.260	0.160	46.867	0.000
		8	0.035	-0.106	47.041	0.000
		9	0.147	0.021	50.175	0.000
		10	0.166	0.082	54.191	0.000
		11	0.014	-0.100	54.221	0.000
		12	0.196	0.135	59.935	0.000
		13	0.075	-0.006	60.785	0.000
		14	0.083	-0.034	61.837	0.000
		15	-0.015	-0.075	61.873	0.000
		16	-0.033	-0.141	62.042	0.000
		17	0.082	0.076	63.086	0.000
		18	-0.112	-0.099	65.042	0.000
		19	0.032	-0.017	65.200	0.000
		20	-0.094	-0.048	66.596	0.000
		21	-0.141	-0.149	69.783	0.000
		22	-0.118	-0.061	72.027	0.000
		23	-0.116	-0.007	74.231	0.000
		24	0.013	0.092	74.258	0.000
		25	-0.159	-0.022	78.482	0.000
		26	-0.148	-0.154	82.158	0.000
		27	-0.057	0.082	82.705	0.000

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Se observa en el correlograma que los posibles valores para P(Autocorrelación Parcial) y Q(Autocorrelación) son:

p (1,2,3,7) y q (1,2,3,4,5,6,7).

Se realizan todas las combinaciones posibles, logrando identificar 42 modelos, de donde por criterio AIC se escoge el modelo **ARIMA (5,1,5)** al cual se le realizará la evaluación y diagnóstico para determinar la veracidad y fuerza del modelo.

Tabla 5. Tabla de Modelos DM – Morosidad (1Dif)

AR	I	MA	AIC	Observaciones
5	1	5	-9,7874	Se elimina coeficiente ar(1,3,4) ma(1,2,3)
2	1	3	-9,7694	Se elimina coeficiente ar(1) ma(1)
1	1	1	-9,7685	
7	1	4	-9,7665	Se elimina coeficiente ar(1,3,4,5,6)
7	1	0	-9,7664	Se elimina coeficiente ar(1,3,4,5,6)
3	1	4	-9,7592	Se elimina coeficiente ar(1,2) ma(1,2)
2	1	7	-9,7546	Se elimina coeficiente ar(1) ma(1,2,3,5,6)
3	1	0	-9,7471	Se elimina coeficiente ar(1)
0	1	7	-9,7401	Se elimina coeficiente ma(1,3,5,6)
0	1	7	-9,7401	
4	1	0	-9,7251	Se elimina coeficiente ar(1,3)
2	1	0	-9,7201	
0	1	4	-9,7107	Se elimina coeficiente ma(1,3)

Fuente: Elaboración Propia.

En el modelo **ARIMA (5,1,5)** los coeficientes ar (1,3,4) y ma (1,2,3) son poco significativos, por lo tanto, se eliminan de la ecuación final.

Tabla 6. Modelo Arima (5,1,5) DM –Morosidad (1Dif)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(2)	0.215356	0.047917	4.494388	0.0000
AR(5)	0.640150	0.113308	5.649653	0.0000
MA(4)	0.213490	0.069075	3.090705	0.0025
MA(5)	-0.698480	0.132293	-5.279804	0.0000
SIGMASQ	3.01E-06	2.44E-07	12.31082	0.0000
R-squared	0.181068	Mean dependent var		0.000231
Adjusted R-squared	0.155476	S.D. dependent var		0.001923
S.E. of regression	0.001767	Akaike info criterion		-9.787468
Sum squared resid	0.000400	Schwarz criterion		-9.678808
Log likelihood	655.8666	Hannan-Quinn criter.		-9.743312
Durbin-Watson stat	1.737640			

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

$$DM_t = 0,2153DM_{t-2} + 0,6401DM_{t-5} + 0,2134Z_{t-4} - 0,6984Z_{t-5} + Z_t$$

Evaluación y Diagnostico Modelo ARIMA (5,1,5) DM

Siguiendo el punto 4 (Grafica 5) de la metodología Box Jenkins, se realizan las pruebas de normalidad e independencia para determinar la eficiencia del modelo **ARIMA (5,1,5)** para la serie diferenciada de la morosidad (DM)

Prueba de Normalidad Modelo ARIMA (5,1,5)

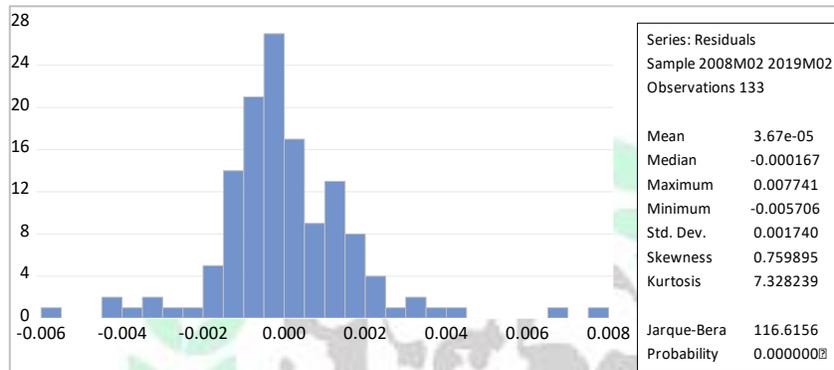
En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H₀: Los residuales siguen una distribución normal.

H₁: Los residuales NO siguen una distribución normal.

$\alpha=0.05$

Grafica 7. Prueba de Normalidad - Modelo ARIMA (5,1,5) DM



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H₀: Los residuales siguen una distribución normal

Dada la probabilidad obtenida de 0,000 y comparada con un $\alpha=0.05$ se rechaza H₀, por lo tanto, los residuales siguen una distribución $Z_t \sim RB(0,00367, 0,00174^2)$.

Autocorrelación de Residuales Modelo ARIMA (5,1,5)

Tabla 7. Autocorrelación de Residuales – Modelo Arima (5,1,5) DM

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.129	0.129	2.2805	
		2 -0.019	-0.036	2.3297	
		3 0.131	0.141	4.6947	
		4 -0.005	-0.044	4.6981	
		5 0.049	0.068	5.0282	0.025
		6 0.145	0.113	8.0007	0.018
		7 0.072	0.051	8.7460	0.033
		8 -0.057	-0.080	9.2055	0.056
		9 -0.020	-0.029	9.2629	0.099
		10 0.070	0.063	9.9748	0.126
		11 -0.002	-0.014	9.9752	0.190
		12 0.091	0.085	11.199	0.191
		13 0.105	0.058	12.858	0.169
		14 -0.024	-0.017	12.942	0.227
		15 -0.084	-0.093	14.018	0.232
		16 -0.039	-0.053	14.249	0.285
		17 0.013	0.013	14.276	0.355
		18 -0.045	-0.055	14.590	0.407
		19 0.003	0.001	14.592	0.481
		20 -0.088	-0.096	15.810	0.466
		21 -0.154	-0.081	19.621	0.294
		22 -0.170	-0.159	24.284	0.146
		23 -0.037	-0.000	24.510	0.177
		24 0.054	0.074	24.992	0.202

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Gráficamente se observa que los residuales se encuentran dentro de las bandas de confianza, por lo tanto, NO hay autocorrelación de los residuales, hay independencia. Este resultado garantiza un buen modelo de predicción.

Prueba de Heterocedasticidad Modelo ARIMA (5,1,5)

En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H₀: Los residuales son Homocedasticos

H₁: Los residuales son Heterocedasticos

$\alpha=0.05$

Tabla 8. Prueba Heterocedasticidad – Modelo Arima (5,1,5) DM

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.982302	Prob. F(1,130)	0.3235
Obs*R-squared	0.989934	Prob. Chi-Square(1)	0.3198

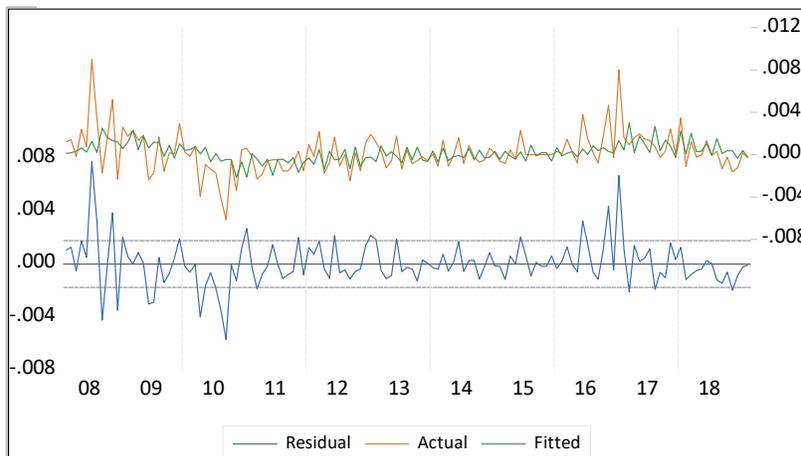
Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H₀: los residuales son Homocedasticos

Con un $\alpha=0.05$ y dadas las probabilidades obtenidas se acepta H₀, por lo tanto los residuales son Homocedasticos y se puede hacer predicción con este modelo.

Predicción Modelo ARIMA (5,1,5) DM

Grafica 8. Predicción Modelo Arima (5,1,5) DM



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Ecuación 1. Modelo Arima (5,1,5) DM

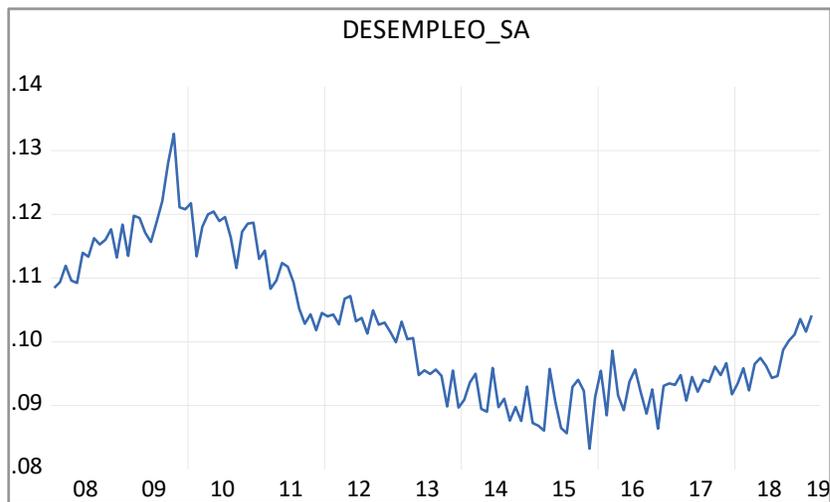
$$DM_t = 0,2153DM_{t-2} + 0,6401DM_{t-5} + 0,2134Z_{t-4} - 0,6984Z_{t-5} + Z_t$$

Donde, $Z_t \sim RB(0,00367, 0,00174^2)$

MODELO ARIMA DESEMPLEO

Dada la estacionalidad que presenta el desempleo (Grafico. 2), se procede a desestacionalizar la serie por el método X-cesus 12, dando como resultado la siguiente serie,

Grafica 9. Serie Desempleo Desestacionalizada



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

A través del proceso de desestacionalización, se quitan los picos semestrales de la serie y se procede con el test de dickey fuller para determinar si la nueva serie es estacionaria.

Tabla 9. Prueba Dickey Fuller Desempleo SA

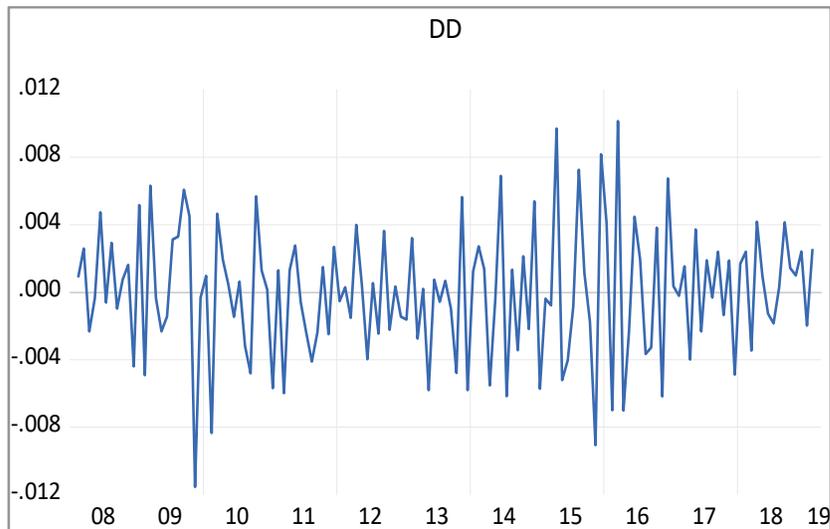
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.213785	0.6673
Test critical values:		
1% level	-3.480818	
5% level	-2.883579	
10% level	-2.578601	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : la serie Desempleo SA tiene raíz unitaria

Dada la probabilidad obtenida de 0,6673 y comparada con el $\alpha=0.05$ se acepta H_0 , por lo tanto, la serie Desempleo SA tiene raíz unitaria y NO es estacionaria, razón por la cual se aplica la primera diferencia y se realiza nuevamente la prueba para buscar que la serie sea estacionaria.

Tabla 10. Serie DD (1 Dif Desempleo SA)



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Tabla 11. Prueba Dickey Fuller DD (1 Dif Desempleo SA)

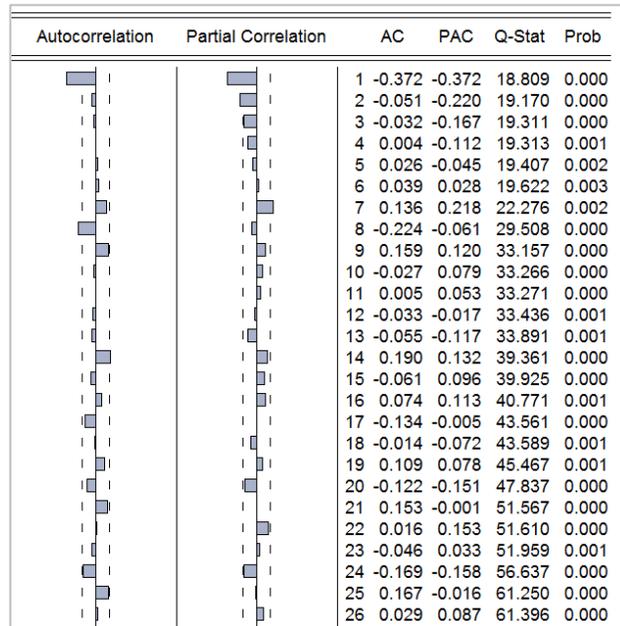
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.76818	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.480818	
5% level	-2.883579	
10% level	-2.578601	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : la serie DD tiene raíz unitaria

Dada la probabilidad obtenida de 0,0000 y comparada con el $\alpha=0.05$ se rechaza H_0 , por lo tanto, la serie diferenciada (1) del Desempleo SA NO tiene raíz unitaria y es estacionaria, Este resultado permite avanzar a la identificación de los posibles modelos para esta serie.

Tabla 12. Correlograma ACF y FAP – DD (1Dif Desempleo SA)



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Se observa en el correlograma que los posibles valores para P(Autocorrelación Parcial) y Q(Autocorrelación) son p (1,2,3,7) y q (1,8).

Se realizan todas las combinaciones posibles, logrando identificar 14 modelos, de donde por criterio AIC se escoge el modelo **ARIMA (1,1,8)**.

Tabla 13. Tabla de Modelos DD – Desempleo (1Dif)

AR	I	MA	AIC	Observaciones
1	1	8	-8,4921	Se elimina coeficiente ma(1,3,4,5,7)
0	1	1	-8,4865	
7	1	0	-8,4740	Se elimina coeficiente ar(4,5,6)
3	1	4	-8,4609	
3	1	0	-8,4559	
2	1	0	-8,4229	
1	1	0	-8,4086	
0	1	8	NO	se convierte en modelo (0,1,1)
1	1	1	NO	se convierte en modelo (0,1,1)
2	1	1	NO	se convierte en modelo (0,1,1)
3	1	1	NO	se convierte en modelo (0,1,1)
7	1	1	NO	se convierte en modelo (7,1,0)
7	1	6	NO	se convierte en modelo (7,1,0)

Fuente: Elaboración Propia.

En el modelo **ARIMA (1,1,8)** los coeficientes $ma(1,3,4,5,7)$ son poco significativos, por lo tanto se eliminan de la ecuación final.

Tabla 14. Modelo Arima (1,1,8) DD –(Desempleo 1Dif)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.477339	0.077323	-6.173318	0.0000
MA(2)	-0.253665	0.088609	-2.862747	0.0049
MA(6)	0.219856	0.092852	2.367811	0.0194
MA(8)	-0.265711	0.091395	-2.907288	0.0043
SIGMASQ	1.11E-05	1.31E-06	8.441135	0.0000
R-squared	0.247319	Mean dependent var	-3.26E-05	
Adjusted R-squared	0.223798	S.D. dependent var	0.003847	
S.E. of regression	0.003389	Akaike info criterion	-8.492172	
Sum squared resid	0.001470	Schwarz criterion	-8.383512	
Log likelihood	569.7294	Hannan-Quinn criter.	-8.448016	
Durbin-Watson stat	2.011973			

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

$$DD_t = -0,4773DD_{t-1} - 0,2536Z_{t-2} + 0,2198Z_{t-6} - 0,2657Z_{t-8} + Z_t$$

Evaluación y Diagnostico Modelo ARIMA (1,1,8) DD

Siguiendo el punto 4 (Grafica 5) de la metodología Box Jenkins, se realizan las pruebas de normalidad e independencia para determinar la eficiencia del modelo escogido para el desempleo.

Prueba de Normalidad Modelo ARIMA (1,1,8) DD

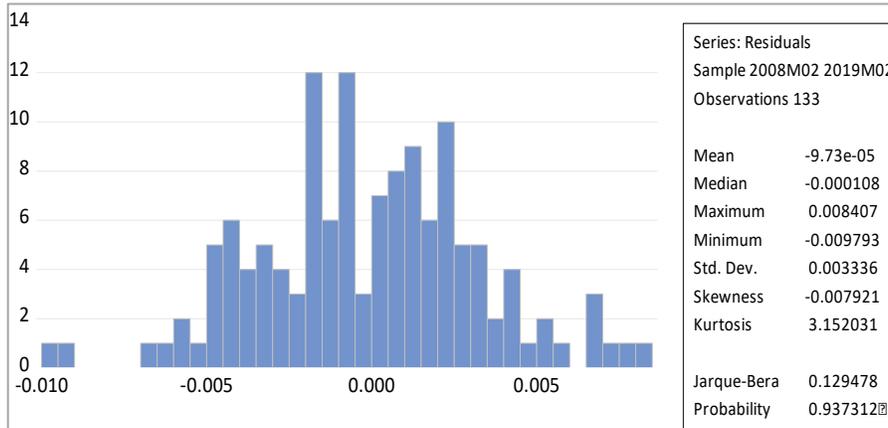
En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H_0 : Los residuales siguen una distribución normal.

H_1 : Los residuales NO siguen una distribución normal.

$\alpha=0.05$

Grafica 10. Pruebas de Normalidad - Modelo Arima (1,1,8) DD



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : Los residuales siguen una distribución normal

Dada la probabilidad obtenida de 0,9373 y comparada con $\alpha=0.05$ se acepta H_0 , por lo tanto, los residuales siguen una distribución $Z_t \sim \text{RBG}(0,00973, 0,003336^2)$.

Autocorrelación de Residuales Modelo ARIMA (1,1,8) DD

Grafica 11. Autocorrelación Residuales - Modelo ARIMA (1,1,8) DD

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.011	-0.011	0.0167	
		2 -0.031	-0.031	0.1500	
		3 -0.045	-0.046	0.4335	
		4 0.032	0.030	0.5736	
		5 0.078	0.076	1.4288	0.232
		6 -0.044	-0.042	1.6977	0.428
		7 0.128	0.136	4.0461	0.257
		8 0.028	0.035	4.1580	0.385
		9 0.121	0.125	6.2689	0.281
		10 0.051	0.069	6.6541	0.354
		11 0.015	0.030	6.6863	0.462
		12 -0.003	-0.009	6.6876	0.571
		13 0.027	0.035	6.7946	0.658
		14 0.216	0.191	13.818	0.181
		15 -0.010	-0.007	13.834	0.242
		16 -0.005	-0.014	13.839	0.311
		17 -0.073	-0.082	14.672	0.328
		18 0.015	-0.031	14.708	0.398
		19 0.042	-0.006	14.989	0.452
		20 -0.053	-0.066	15.441	0.493
		21 0.187	0.146	21.058	0.224
		22 0.067	0.066	21.794	0.241
		23 -0.048	-0.098	22.173	0.276
		24 -0.168	-0.178	26.831	0.140

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Gráficamente se observa que los residuales se encuentran dentro de las bandas de confianza, por lo tanto, NO hay autocorrelación de los residuales, hay independencia. Este resultado garantiza un buen modelo.

Prueba de Heterocedasticidad Modelo ARIMA (1,1,8) DD

En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H₀: Los residuales son Homocedasticos

H₁: Los residuales son Heterocedasticos

$\alpha=0.05$

Tabla 15. Prueba Heterocedasticidad - Modelo ARIMA (1,1,8) DD

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	2.853913	Prob. F(1,130)	0.0935
Obs*R-squared	2.835570	Prob. Chi-Square(1)	0.0922

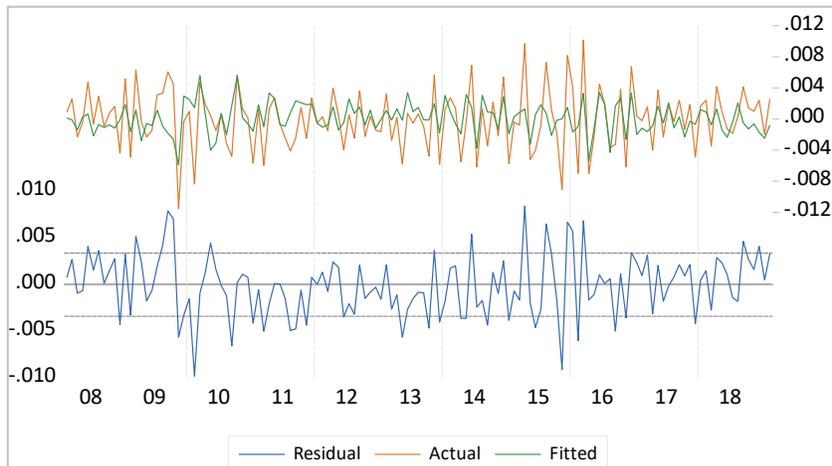
Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H₀: los residuales son Homocedasticos

Con un $\alpha=0.05$ y dadas las probabilidades obtenidas se acepta H₀, por lo tanto, los residuales son Homocedasticos y se puede hacer predicción con este modelo.

Predicción Modelo ARIMA (1,1,8) DD

Grafica 12. Predicción Modelo ARIMA (1,1,8) DD



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Ecuación 2. Modelo Arima (1,1,8) DD

$$DD_t = -0,4773DD_{t-1} - 0,2536Z_{t-2} + 0,2198Z_{t-6} - 0,2657Z_{t-8} + Z_t$$

Donde, $Z_t \sim \text{RBG}(-0,00973, 0,003336^2)$.

MODELO ARIMA IPC

Se realiza la prueba de Dickey Fuller a la serie original del IPC (Grafica 3), para determinar si la serie es estacionaria.

Tabla 16. Prueba Dickey Fuller IPC

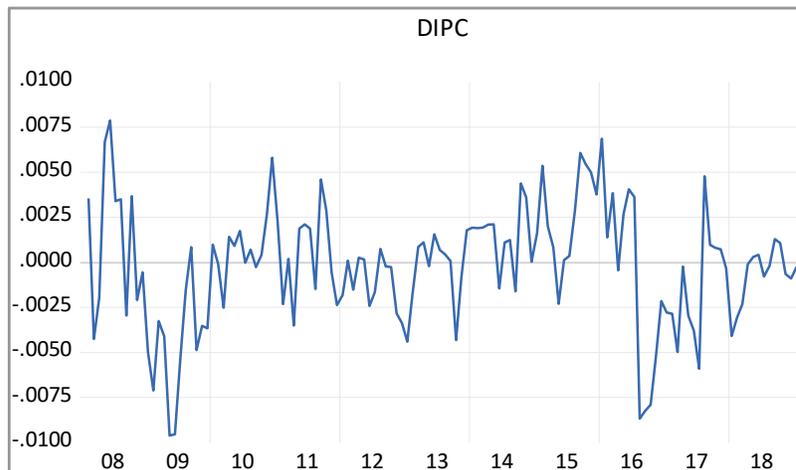
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.164020	0.2205
Test critical values:		
1% level	-3.480425	
5% level	-2.883408	
10% level	-2.578510	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : la serie IPC tiene raíz unitaria

Dada la probabilidad obtenida de 0,2205 y comparada con el $\alpha=0.05$ se acepta H_0 , por lo tanto, la serie de IPC tiene raíz unitaria y NO es estacionaria, razón por la cual se aplica la primera diferencia y se realiza nuevamente la prueba para buscar que la serie sea estacionaria.

Grafica 13. Serie DIPC (1 Dif IPC)



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Tabla 17. Prueba Dickey Fuller DIPC (1 Dif IPC)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.169092	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.480425	
5% level	-2.883408	
10% level	-2.578510	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : la serie DIPC tiene raíz unitaria

Dada la probabilidad obtenida de 0,0000 y comparada con el $\alpha=0.05$ se rechaza H_0 , por lo tanto, la serie de DIPC NO tiene raíz unitaria y es estacionaria, Este resultado permite avanzar a la identificación de los posibles modelos para esta serie.

Tabla 18. Correlograma de ACF y FAP - DIPC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.551	0.551	41.294	0.000
		2	0.335	0.045	56.685	0.000
		3	0.207	0.009	62.620	0.000
		4	0.251	0.178	71.382	0.000
		5	0.185	-0.034	76.193	0.000
		6	0.151	0.023	79.412	0.000
		7	0.031	-0.106	79.546	0.000
		8	0.014	-0.000	79.574	0.000
		9	0.027	0.035	79.679	0.000
		10	0.008	-0.054	79.687	0.000
		11	-0.094	-0.111	80.998	0.000
		12	-0.328	-0.340	96.944	0.000
		13	-0.166	0.261	101.06	0.000
		14	-0.111	-0.048	102.91	0.000
		15	-0.037	0.055	103.11	0.000
		16	-0.069	0.057	103.85	0.000
		17	-0.077	-0.080	104.77	0.000
		18	-0.180	-0.114	109.85	0.000
		19	-0.115	-0.029	111.94	0.000
		20	-0.049	0.117	112.33	0.000
		21	-0.060	-0.084	112.91	0.000
		22	-0.096	0.007	114.41	0.000
		23	-0.093	-0.054	115.81	0.000
		24	-0.113	-0.271	117.91	0.000
		25	-0.144	0.072	121.34	0.000
		26	-0.060	0.096	121.95	0.000

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Se observa en el correlograma que los posibles valores para P (Autocorrelación Parcial) y Q (Autocorrelación) son p (1,4,12,13) y q (1,2,3,4,5).

Se realizan todas las combinaciones posibles, logrando identificar 30 modelos, de donde por criterio AIC se escoge el modelo **ARIMA (13,1,0)**.

Tabla 19. Tabla de Modelos DIPC (1 Dif IPC)

AR	I	MA	AIC	Observaciones
13	1	0	-9,1114	Se elimina coeficiente ar(2,3,5....11)
12	1	2	-9,1048	Se elimina coeficiente ar(1,2,3,5,7....11)
12	1	1	-9,0985	Se elimina coeficiente ar(1,3,5....11)
12	1	0	-9,0458	Se elimina coeficiente ar(2,3,5....11)
4	1	0	-8,9209	Se elimina coeficiente ar(2,3)
1	1	4	-8,9156	Se elimina coeficiente ma(1,2,3)
0	1	2	-8,8842	
1	1	0	-8,8588	
0	1	1	-8,7972	
0	1	3	NO	se convierte en modelo (0,1,2)
0	1	4	NO	se convierte en modelo (0,1,2)
0	1	5	NO	se convierte en modelo (0,1,2)
1	1	1	NO	se convierte en modelo (1,1,0)
1	1	2	NO	se convierte en modelo (1,1,0)

Fuente: Elaboración Propia.

En el modelo **ARIMA (13,1,0)** los coeficientes ar (2,3,5,6,7,8,9,10,11) son poco significativos, por lo tanto se eliminan de la ecuación final.

Tabla 20. Modelo Arima (13,1,0) DIPC

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.584422	0.077843	7.507672	0.0000
AR(4)	0.138268	0.062508	2.212019	0.0287
AR(12)	-0.469242	0.071358	-6.575853	0.0000
AR(13)	0.296889	0.091774	3.235020	0.0015
SIGMASQ	5.83E-06	6.54E-07	8.924991	0.0000
R-squared	0.474854	Mean dependent var		-0.000225
Adjusted R-squared	0.458443	S.D. dependent var		0.003346
S.E. of regression	0.002462	Akaike info criterion		-9.111421
Sum squared resid	0.000776	Schwarz criterion		-9.002761
Log likelihood	610.9095	Hannan-Quinn criter.		-9.067265
Durbin-Watson stat	1.966492			

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

$$DIPC_t = 0,5844DIPC_{t-1} + 0,1382DIPC_{t-4} - 0,4692DIPC_{t-12} - 0,2968Z_{t-13} + Z_t$$

Evaluación y Diagnostico Modelo Arima (13,1,0) DIPC

Siguiendo el punto 4 (Grafica 5) de la metodología Box Jenkins, se realizan las pruebas de normalidad e independencia para determinar la eficiencia del modelo escogido para el IPC.

Prueba de Normalidad Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC

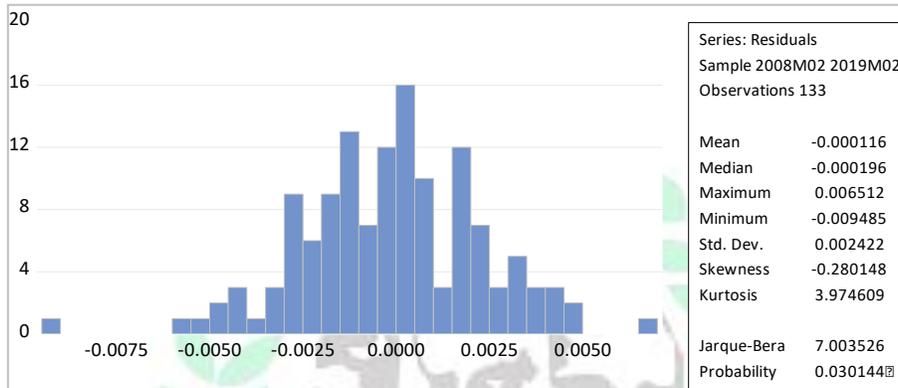
En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H₀: Los residuales siguen una distribución normal.

H₁: Los residuales NO siguen una distribución normal.

$\alpha=0.05$

Grafica 14. Prueba de Normalidad - Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H₀: Los residuales siguen una distribución normal

Dada la probabilidad obtenida de 0,030 y comparada con $\alpha=0.05$ se rechaza H₀, por lo tanto, los residuales siguen una distribución,

$$Z_t \sim RB (-0,000116, 0,002422^2)$$

Autocorrelación de Residuales Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC

Tabla 21. Autocorrelación de Residuales – Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.009	0.009	0.0103	
		2 0.000	0.000	0.0104	
		3 -0.064	-0.064	0.5754	
		4 0.033	0.034	0.7254	
		5 -0.063	-0.064	1.2873	0.257
		6 0.052	0.050	1.6700	0.434
		7 -0.136	-0.135	4.3221	0.229
		8 0.051	0.049	4.7031	0.319
		9 -0.025	-0.020	4.7906	0.442
		10 0.053	0.033	5.2032	0.518
		11 0.122	0.144	7.3847	0.390
		12 -0.064	-0.100	7.9834	0.435
		13 -0.069	-0.034	8.6895	0.466
		14 -0.014	-0.030	8.7185	0.559
		15 0.056	0.064	9.1924	0.604
		16 0.022	0.024	9.2670	0.680
		17 0.114	0.110	11.266	0.589
		18 -0.106	-0.079	13.028	0.524
		19 -0.052	-0.085	13.457	0.567
		20 0.059	0.089	14.016	0.598
		21 0.021	-0.023	14.086	0.661
		22 -0.021	0.004	14.159	0.719
		23 0.063	0.081	14.810	0.735
		24 -0.245	-0.243	24.693	0.213

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Gráficamente se observa que los residuales se encuentran dentro de las bandas de confianza, por lo tanto, NO hay autocorrelación de los residuales, hay independencia. Este resultado garantiza un buen modelo de predicción.

Prueba de Heterocedasticidad Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC

En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H₀: Los residuales son Homecedasticos

H₁: Los residuales son Heterocedasticos

$\alpha=0.05$

Tabla 22. Prueba Heterocedasticidad –Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.494899	Prob. F(1,130)	0.4830
Obs*R-squared	0.500607	Prob. Chi-Square(1)	0.4792

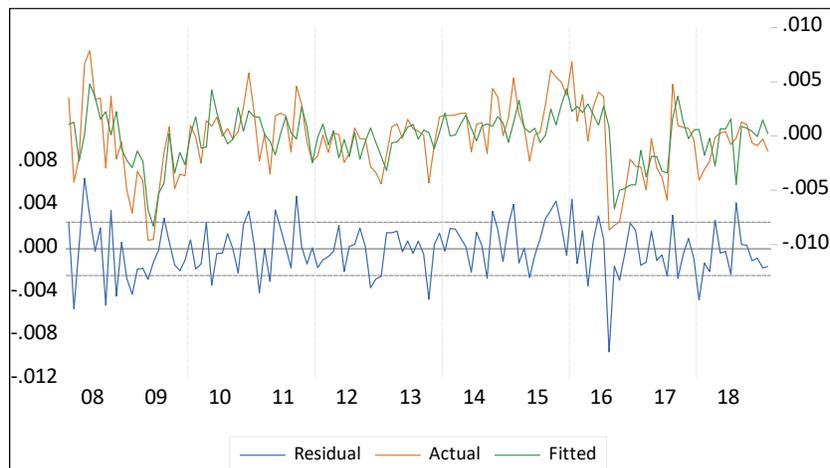
Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H₀: los residuales son Homocedasticos

Con un $\alpha=0.05$ y dadas las probabilidades obtenidas se acepta H₀, por lo tanto, los residuales son Homocedasticos y se puede hacer predicción con este modelo.

Predicción Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC

Grafica 15. Predicción Modelo ARIMA (13,1,0) DIPC



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Ecuación 3. Modelo Arima (13,1;0) DIPC

$$DM_t = 0,2153DM_{t-2} + 0,6401DM_{t-5} + 0,2134Z_{t-4} - 0,6984Z_{t-5} + Z_t$$

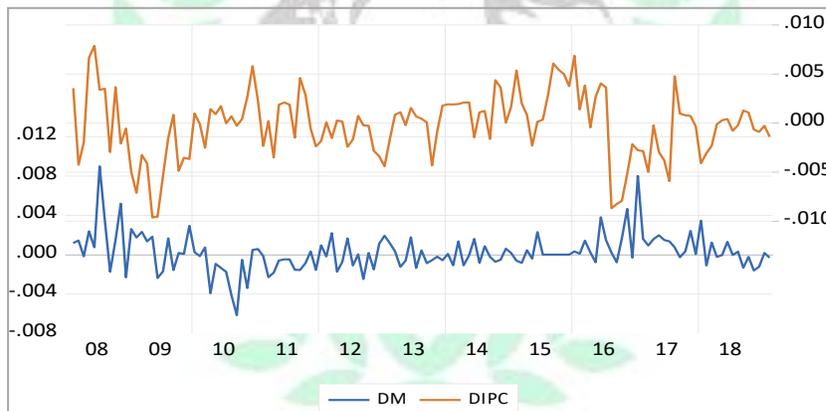
Donde, $Z_t \sim RB(-0,000116, 0,002422^2)$

MODELO VEC PARA LA MOROSIDAD y DESEMPLEO

Continuando con los objetivos propuestos se procede a la construcción de un modelo VEC que permita determinar la relación de largo plazo entre el desempleo y la morosidad.

Como se puede evidenciar en la construcción de los ARIMA, a las series morosidad y desempleo se les aplicó (1) diferencia para volverlas estacionarias, series que se pueden observar de forma comparativa en la siguiente gráfica:

Grafica 16. Comparativo Series DM - DD



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Según lo expresa Bonilla (2011) “Uno de los hallazgos más importantes en el área de la econometría de series de tiempo es el hecho de que pueden existir variables que se mueven alrededor de una relación de equilibrio de largo plazo para tal caso, se dice que las variables en cuestión están cointegradas ”.

Para verificar lo anterior se aplican la prueba TRACE y la prueba MAX EIG que genera el test de cointegración de Johansen y donde se deben identificar vectores de cointegración que sustenten el uso del modelo.

En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H₀: No hay ecuaciones cointegradas

H₁: Hay ecuaciones cointegradas

$\alpha=0.05$

Tabla 23. Prueba de Cointegración DM-DD

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.144012	29.07968	15.49471	0.0003
At most 1 *	0.072527	9.486776	3.841466	0.0021

Trace test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.144012	19.59290	14.26460	0.0065
At most 1 *	0.072527	9.486776	3.841466	0.0021

Max-eigenvalue test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H₀: No hay ecuaciones cointegradas

De acuerdo al resultado de la prueba TRACE y la prueba MAX EIG se rechaza la hipótesis nula de no cointegración en favor de una relación de cointegración al nivel de significancia del 5% .

Parámetros del Modelo VEC Morosidad – Desempleo

Con la seguridad de que la implementación de un modelo VEC permite estimar como el desempleo afecta la morosidad, se genera una serie de modelos posibles y a través del criterio de información AKAIKE (AIC) se escoge el modelo que más explique esta relación.

Tabla 24. Tabla Modelos VEC Morosidad - Desempleo

VEC (P)	1	2	3	4	5	6
AIC	-17.88613	-17.97955	-18.00461	-17.95500	-18.09327	-18.12245

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Según el AIC, el mejor modelo es el que considera 6 rezagos. No se toman a consideración mas datos ya que son modelos de memoria corta.

Tabla 25. Modelo VEC - Morosidad - Desempleo

Cointegrating Eq:		CointEq1	
DM(-1)		1.000000	
DD(-1)		-3.005014 (0.62867) [-4.77998]	
C		-0.000411	
Error Correction:		D(DM)	D(DD)
CointEq1		-0.085196 (0.08472) [-1.00563]	0.675446 (0.16613) [4.06584]
D(DM(-1))		-0.854878 (0.11402) [-7.49760]	-0.764386 (0.22359) [-3.41877]
D(DM(-2))		-0.680424 (0.12792) [-5.31895]	-0.750342 (0.25085) [-2.99119]
D(DM(-3))		-0.489166 (0.13310) [-3.67512]	-0.860373 (0.26100) [-3.29640]
D(DM(-4))		-0.369904 (0.13060) [-2.83227]	-0.596787 (0.25610) [-2.33026]
D(DM(-5))		-0.303405 (0.11750) [-2.58214]	-0.412681 (0.23041) [-1.79106]
D(DM(-6))		-0.224067 (0.08734) [-2.56532]	-0.073616 (0.17128) [-0.42981]
D(DD(-1))		-0.252023 (0.23410) [-1.07658]	0.478738 (0.45905) [1.04290]
D(DD(-2))		-0.213212	0.096443

	(0.20501)	(0.40201)
	[-1.04000]	[0.23990]
D(DD(-3))	-0.166222	-0.140897
	(0.16949)	(0.33235)
	[-0.98073]	[-0.42394]
D(DD(-4))	-0.118678	-0.259251
	(0.13034)	(0.25559)
	[-0.91053]	[-1.01434]
D(DD(-5))	-0.073603	-0.266057
	(0.08927)	(0.17505)
	[-0.82450]	[-1.51987]
D(DD(-6))	-0.028970	-0.183601
	(0.04758)	(0.09329)
	[-0.60892]	[-1.96801]
C	-0.000125	-8.68E-05
	(0.00016)	(0.00031)
	[-0.79366]	[-0.28120]

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Ecuación 4. Vector de Corrección del error para Morosidad-Desempleo

$$B' = (1, -3,005014, -0, 000411)$$

$$DM_t - 3,005014 DD_t = 0$$

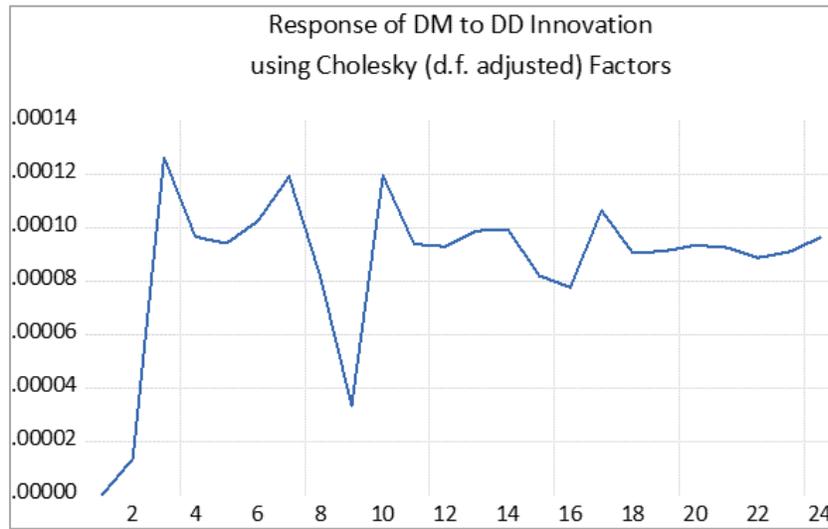
$$DM_t = 3,005014 DD_t$$

El vector de corrección B' , es un vector normalizado cuyos coeficientes son significativos al 0,05. El factor obtenido es positivo, por lo tanto hay una relación directa en el largo plazo entre las variables morosidad y desempleo.

Función Impulso Respuesta del Modelo VEC Morosidad- Desempleo

Como se encuentra en la literatura las funciones de impulso respuesta sirven para visualizar de mejor manera las relaciones entre las variables.

Grafica 17. FIR Morosidad - Desempleo



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

La FIR evidencia como la morosidad cambia en respuesta a la tasa de desempleo. Todas las respuestas son positivas lo que confirma la relación directa entre las variables. El impulso inmediato se da en el periodo 3 con un rebote en el periodo 9, donde parece absorber el efecto del aumento del desempleo.

Según Lütkepohl (2005), Vale la pena recordar que en procesos estacionarios las respuestas de las variables ante choques aleatorios deben decaer a lo largo del tiempo, de modo que tienden a cero cuando $\infty \rightarrow t$.

Pruebas Residuales del Modelo VEC Morosidad – Desempleo

Test Normalidad

En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H_0 : Los residuales siguen una distribución normal multivariada

H_1 : Los residuales NO siguen una distribución normal multivariada

$\alpha=0.05$

Tabla 26. Prueba Normalidad - VEC Morosidad-Desempleo

Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.*
1	0.154805	0.503254	1	0.4781
2	0.073047	0.112052	1	0.7378
Joint		0.615306	2	0.7352
Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	5.169721	24.71537	1	0.0000
2	3.893879	4.194850	1	0.0405
Joint		28.91022	2	0.0000
Component	Jarque-Bera	df	Prob.	
1	25.21862	2	0.0000	
2	4.306902	2	0.1161	
Joint	29.52552	4	0.0000	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : Los residuales siguen una distribución normal multivariada

Como se observa en la anterior tabla la prueba de asimetría es aceptada mientras que las pruebas de curtosis y Jarque Bera rechazan H_0 , por lo tanto, los residuales no siguen una distribución normal multivariada. Fernandez- Corugedo (2003) indicó que en los modelos vectoriales es más importante las pruebas de independencia que las de normalidad, teniendo en cuenta que el propósito primero de los modelos no está asociado a la realización de pronósticos sino al establecimiento de relaciones entre las variables.

Test de Correlación

Para este test se aplican 2 pruebas que son el correlograma sobre el cual al menos el 90% de los rezagos deben estar dentro de las bandas de confianza y por el otro el test de Portmanteau donde se establecen las siguientes hipótesis:

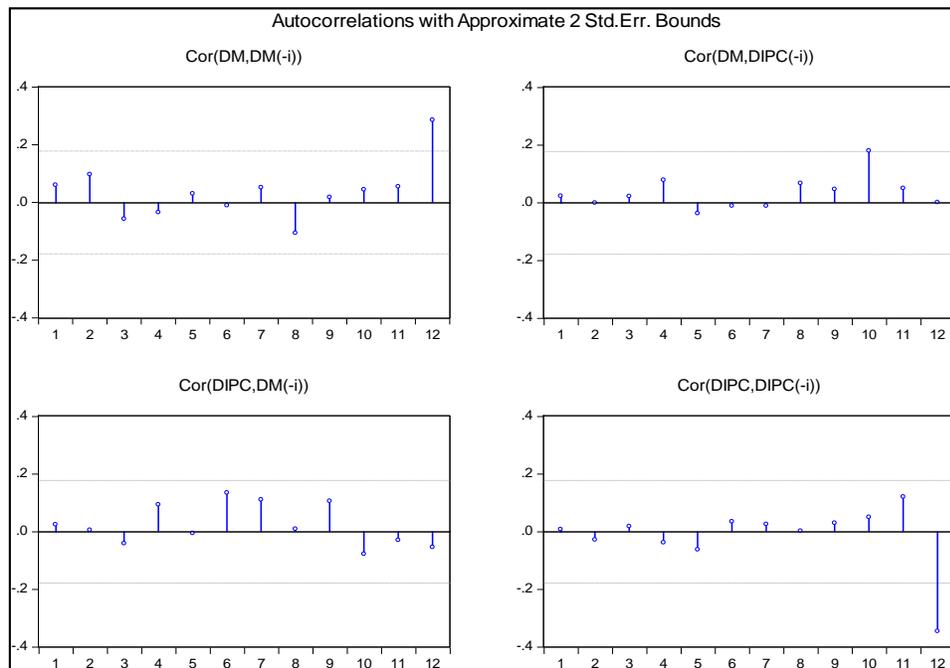
H_0 : Los residuales NO están autocorrelacionados

H_1 : Los residuales están autocorrelacionados

$\alpha=0.05$

A continuación se presentan las dos pruebas de autocorrelación donde se confirmará la independencia de los residuales y la veracidad del modelo.

Grafica 18. Prueba Independencia VEC Morosidad-Desempleo



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Tabla 27. Test de Correlación Portmanteau VEC Morosidad-Desempleo

Lags	Q-Stat	Prob.*	Adj Q-Stat	Prob.*	df
1	0.629619	---	0.634656	---	---
2	3.095835	---	3.140650	---	---
3	3.987911	---	4.054484	---	---
4	4.697195	---	4.787023	---	---
5	5.140026	---	5.248153	---	---
6	6.481476	---	6.656675	---	---
7	7.851889	0.2492	8.107701	0.2303	6
8	12.95684	0.2261	13.55875	0.1941	10
9	13.74173	0.4691	14.40402	0.4201	14
10	17.49767	0.4892	18.48374	0.4242	18
11	19.56539	0.6102	20.74924	0.5363	22

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

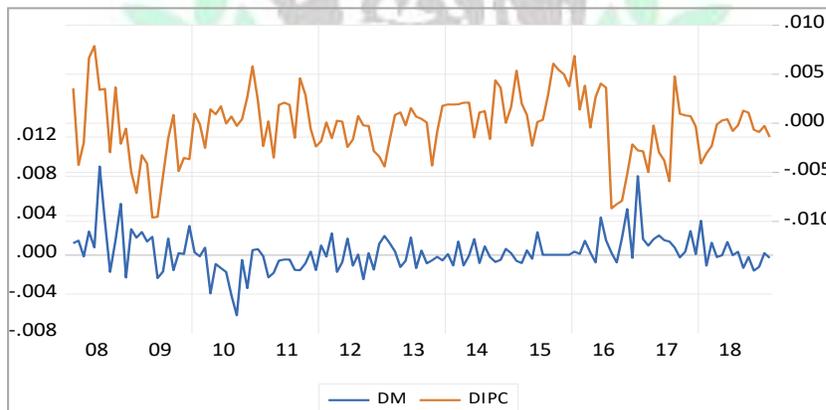
En el correlograma se observa que más del 90% de los resultados se encuentran dentro de las bandas de confianza por lo que NO se rechaza H_0 y en el test de correlacion de Potmanteau se evidencia como la probabilidad de los rezagos evaluados son superiores al $\alpha=0.05$ con lo que se puede inferir que los residuales NO están autocorrelacionados.

MODELO VEC PARA LA MOROSIDAD E IPC

Luego de la estimación del modelo VEC y confirmar la relación existente entre las variables desempleo y morosidad se procede a la construcción de otro modelo VEC que permita determinar la relación de largo plazo entre el IPC y la morosidad.

Como se puede evidenciar en la construcción de los ARIMA, a las series morosidad e IPC se les aplicó (1) diferencia para volverlas estacionarias, series que se pueden observar de forma comparativa en la siguiente gráfica:

Grafica 19.Comparativo Series DM - DIPC



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Se aplican la prueba TRACE y la prueba MAX EIG que genera el test de cointegración de Johansen para identificar vectores de cointegración que sustenten el uso del modelo.

En los dos test se evalúan las siguientes hipótesis:

H_0 : No hay ecuaciones cointegradas

H_1 : Hay ecuaciones cointegradas

$\alpha=0.05$

Donde se debe rechazar H_0 para poder avanzar en la construcción del modelo VEC

Tabla 28. Prueba de Cointegración Morosidad-IPC

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.145652	28.64413	15.49471	0.0003
At most 1 *	0.067529	8.809608	3.841466	0.0030

Trace test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level
 * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
 **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.145652	19.83452	14.26460	0.0059
At most 1 *	0.067529	8.809608	3.841466	0.0030

Max-eigenvalue test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level
 * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
 **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H_0 : No hay ecuaciones cointegradas

De acuerdo con la prueba de la traza se rechaza la hipótesis nula de no cointegración en favor de una relación de cointegración al nivel de significancia del 5%.

Parámetros del Modelo VEC Morosidad – IPC

Con la seguridad de que la implementación de un modelo VEC permite estimar como el IPC afecta la morosidad, se genera una serie de modelos posibles y a través del criterio de información AKAIKE (AIC) se escoge el modelo que más explique esta relación.

Tabla 29. Tabla Modelos VEC Morosidad - IPC

VEC (P)	1	2	3	4	5	6
AIC	-18,50500	-18,5289	-18,6202	-18,5892	-18,7075	-18,7632

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Según la anterior tabla se tomará VEC (6) que corresponde al AIC menor, no se toman a consideración más datos ya que son modelos de memoria corta.

Siguiendo con la metodología propuesta para los modelos VEC se construye un vector de correlación del error para Morosidad-IPC

Tabla 30. Modelo VEC - Morosidad - IPC

Cointegrating Eq:	CointEq1	
DM(-1)	1.000000	
DIPC(-1)	0.531788 (0.13707) [3.87980]	
C	5.41E-05	
Error Correction:	D(DM)	D(DIPC)
CointEq1	-0.170574 (0.11469) [-1.48730]	-0.698309 (0.18046) [-3.86967]
D(DM(-1))	-0.766905 (0.13156) [-5.82911]	0.535242 (0.20701) [2.58555]
D(DM(-2))	-0.555018 (0.14158) [-3.92030]	0.276316 (0.22276) [1.24039]
D(DM(-3))	-0.353716 (0.13999) [-2.52670]	0.250562 (0.22027) [1.13751]
D(DM(-4))	-0.304135 (0.13162) [-2.31066]	0.161319 (0.20710) [0.77893]

D(DM(-5))	-0.302961 (0.11490) [-2.63679]	0.325837 (0.18079) [1.80231]
D(DM(-6))	-0.260084 (0.08575) [-3.03315]	0.070680 (0.13492) [0.52386]
D(DIPC(-1))	0.160654 (0.06947) [2.31273]	-0.102190 (0.10930) [-0.93494]
D(DIPC(-2))	0.001233 (0.06912) [0.01784]	-0.059303 (0.10875) [-0.54530]
D(DIPC(-3))	-0.031829 (0.06612) [-0.48135]	-0.141872 (0.10404) [-1.36358]
D(DIPC(-4))	-0.038723 (0.06201) [-0.62442]	0.012182 (0.09758) [0.12484]
D(DIPC(-5))	0.001113 (0.05823) [0.01911]	-0.002349 (0.09163) [-0.02564]
D(DIPC(-6))	0.072143 (0.05365) [1.34482]	0.020939 (0.08441) [0.24806]
C	-0.000106 (0.00015) [-0.70482]	3.80E-06 (0.00024) [0.01603]

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Ecuación 5. Vector de Corrección del error para Morosidad-IPC

$$B' = (1, 0,531788, 0,0000541)$$

$$DM_t - 0,531788 DIPC_t = 0$$

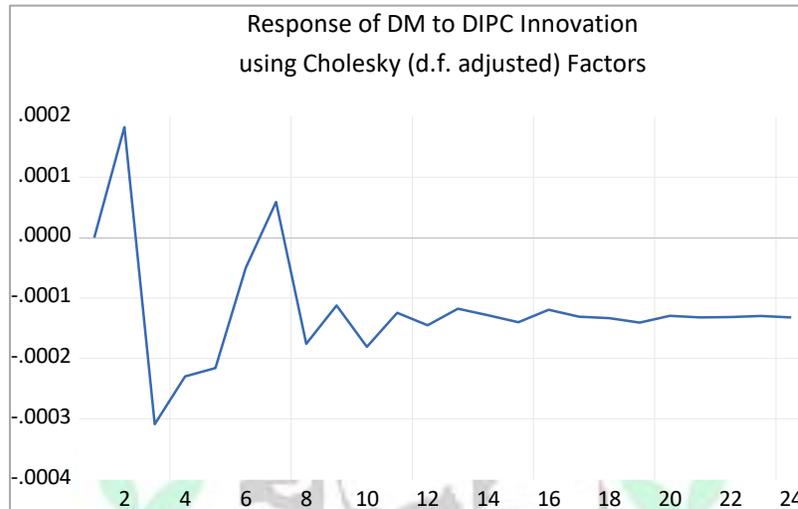
$$DM_t = -0,531788 DIPC_t$$

El vector de corrección B' , es un vector normalizado cuyos coeficientes son significativos al 0,05. El factor obtenido es negativo, por lo tanto hay una relación inversa en el largo plazo entre las variables morosidad e IPC.

Función Impulso Respuesta del Modelo VEC Morosidad- IPC

A través de la FIR se podrá visualizar de mejor manera la relación entre las variables y confirmar la dirección de esta relación.

Grafica 20. FIR Morosidad-IPC



Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

La FIR evidencia como la morosidad cambia en respuesta al IPC. La mayoría de las respuestas son negativas lo que confirma la relación inversa entre las variables. En el muy corto plazo un choque en el IPC tiene un aumento en la morosidad como se observa en el periodo 2, pero el impulso inmediato se da en el periodo 3 con un rebote en el periodo 7, donde parece absorber el efecto del aumento del IPC y disminuir los índices de morosidad en Colombia.

Pruebas Residuales del Modelo VEC Morosidad – IPC

Test Normalidad

En este test se evalúan las siguientes hipótesis:

H_0 : Los residuales siguen una distribución normal multivariada

H_1 : Los residuales NO siguen una distribución normal multivariada

$\alpha=0.05$

Tabla 30. Prueba Normalidad - VEC Morosidad-IPC

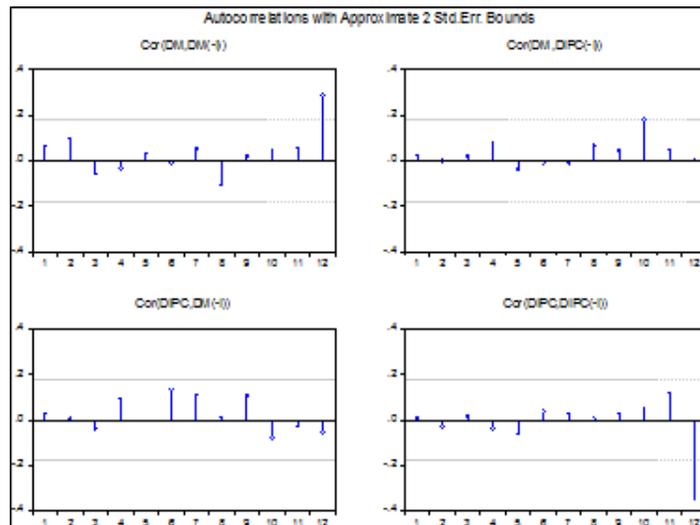
Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.*
1	0.005692	0.000680	1	0.9792
2	0.011906	0.002977	1	0.9565
Joint		0.003657	2	0.9982
Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	4.090083	6.238472	1	0.0125
2	4.534684	12.36510	1	0.0004
Joint		18.60357	2	0.0001
Component	Jarque-Bera	df	Prob.	
1	6.239153	2	0.0442	
2	12.36807	2	0.0021	
Joint	18.60722	4	0.0009	

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

H₀: Los residuales siguen una distribución normal multivariada

Como se observa en la anterior tabla la prueba de asimetría es aceptada mientras que las pruebas de curtosis y Jarque Bera rechazan H₀, por lo tanto, los residuales siguen una distribución normal multivariada. Para este resultado Fernandez- Corugedo (2003) indicó que en los modelos vectoriales es más importante las pruebas de independencia que las de normalidad.

Grafica 21. Prueba Independencia VEC Morosidad-IPC



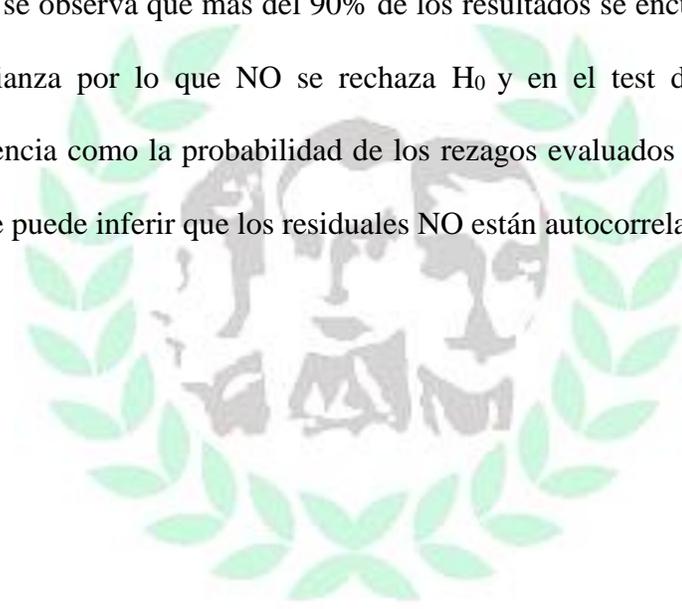
Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

Tabla 31. Test de Correlación Portmanteau VEC Morosidad-IPC

Lags	Q-Stat	Prob.*	Adj Q-Stat	Prob.*	df
1	0.743333	---	0.749280	---	---
2	2.083365	---	2.110925	---	---
3	2.856819	---	2.903244	---	---
4	4.726513	---	4.834239	---	---
5	5.618335	---	5.762913	---	---
6	8.238924	---	8.514532	---	---
7	10.53563	0.1038	10.94634	0.0900	6
8	12.31601	0.2645	12.84742	0.2323	10
9	14.46796	0.4155	15.16490	0.3670	14
10	20.35557	0.3132	21.56007	0.2521	18
11	23.21648	0.3896	24.69463	0.3119	22

Fuente: Elaboración Propia. Software Eviews 10

En el correlograma se observa que más del 90% de los resultados se encuentran dentro de las bandas de confianza por lo que NO se rechaza H_0 y en el test de correlación de Portmanteau se evidencia como la probabilidad de los rezagos evaluados son superiores al $\alpha=0.05$ con lo que se puede inferir que los residuales NO están autocorrelacionados.



CONCLUSIONES

- Se logró construir la serie de las variables morosidad, desempleo e IPC para el periodo 2008-1 y 2019-2 donde visualmente se logró evidenciar la relación inversa que tiene un el IPC en la morosidad y la relación directa que tiene el desempleo en la morosidad.
- La morosidad en Colombia viene aumentando en los últimos años, alcanzando niveles del año 2009 y muy por encima del periodo evaluado algo que genera alertas con respecto a la probabilidad de impago que tienen los deudores. Se comprobó la lógica económica, donde este resultado viene acompañado de aumento en la tasa de desempleo y disminución del IPC.
- Para las variables en estudio se implementaron modelos ARIMA encontrando una relación directa entre las observaciones actuales y las presentadas en los periodos anteriores, esto permitió la construcción de un modelo de estimación para las series que se ajustó favorablemente al comportamiento de las observaciones reales.
- Existe una relación de mediano y largo plazo de las variables desempleo e IPC frente a la morosidad, con lo cual se puede explicar la misma a través del tiempo.
- La FIR evidencia como la morosidad cambia positivamente en respuesta a la tasa de desempleo, donde un choque en el desempleo impacta de manera evidente el periodo 3 con un rebote en el periodo 9, donde parece absorber el efecto del aumento del desempleo se mantiene a lo largo del tiempo.
- La FIR evidencia como la morosidad cambia en respuesta al IPC. La mayoría de las respuestas son negativas lo que confirma la relación inversa entre las variables. En el muy

corto plazo un choque en el IPC tiene un aumento en la morosidad como se observa en el periodo 2, pero el impulso inverso inmediato se da en el periodo 3 con un rebote en el periodo 7, donde parece absorber el efecto del aumento del IPC y disminuir los índices de morosidad en Colombia.



REFERENCIAS

Bonilla, S. (2011). Estructura económica y desempleo en Colombia: un análisis VEC. Facultad de Ciencias Sociales y Economía, Universidad del Valle.

Brüggeman, R. (2006). “Sources of German Unemployment: A Structural Vector Error Correction Analysis”, en: *Empirical Economics*, No. 31, Springer-Verlag, pp. 409-431.

Cavaliere, G. (2004). Testing stationarity under a permanent variance shift. *Economics Letters*, 82(3), 403-408.

Fernandez-Corugedo, E. (2003). Exercise on unit roots (including structural breaks), estimating a VECM and the implications of the VECM.

Freixas, X., Hevia, J., & Inurrieta, A. (1994). Determinantes macroeconómicos de la morosidad bancaria: un modelo empírico para el caso español. *Moneda y Crédito* (199), 24-36

Irgoin, C. H. A. (2011). Análisis de series de tiempo. *Contribuciones a la Economía*, (2011-02).

Kitov, I; Kitov, O; Dolinskaya, S. (2007). “Relationship Between Inflation, Unemployment and Labor Force Change Rate in France: Cointegration Test”, documento MPRA No. 2736, disponible en: http://mpra.ub.uni-muenchen.de/2736/1/MPRA_paper_2736.pdf
[http://mpra.ub.uni-muenchen.de/2736/.](http://mpra.ub.uni-muenchen.de/2736/)

López, Enrique; Misas, Martha (2006). “Las fuentes del desempleo en Colombia: un examen a partir de un modelo SVEC”, Borradores de Economía 411, Banco de la República de Colombia.

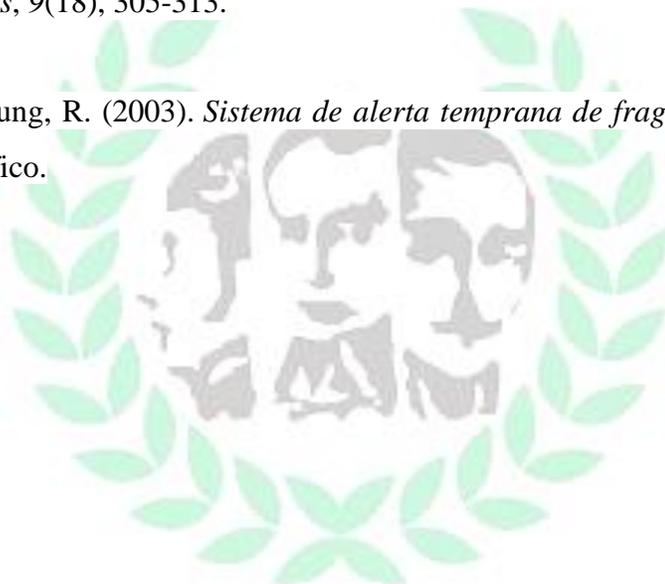
Lozano, S. (2017). *Series de Tiempo*. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá, Colombia.

Mata (2004). *Nociones Elementales de Cointegración Enfoque Soren Johansen* [diapositivas de power point]. Recuperado de: <http://Webdelprofesor.ula.ve/economia>.

Mayes, D. G., & Vilmunen, J. (1999). Unemployment in a small open economy: Finland and New Zealand.

Morales, R. O. (2006). Principales causas de la morosidad en la jurisdicción laboral. *Prolegómenos*, 9(18), 305-313.

Morón, E., & Loo-Kung, R. (2003). *Sistema de alerta temprana de fragilidad financiera*. Universidad del Pacífico.



ANEXOS

Anexo1 – Datos Serie Morosidad

Morosidad	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
2008	6.90%	7.02%	7.16%	7.15%	7.39%	7.46%	8.36%	8.70%	8.53%	8.68%	9.20%	8.97%
2009	9.23%	9.40%	9.63%	9.77%	9.95%	9.71%	9.54%	9.71%	9.55%	9.57%	9.58%	9.87%
2010	9.90%	9.88%	9.95%	9.56%	9.47%	9.33%	9.16%	8.74%	8.13%	8.08%	7.74%	7.78%
2011	7.84%	7.83%	7.60%	7.41%	7.35%	7.30%	7.26%	7.10%	6.95%	6.86%	6.89%	6.74%
2012	6.83%	6.82%	7.04%	6.86%	6.79%	6.95%	6.84%	6.85%	6.60%	6.62%	6.47%	6.58%
2013	6.77%	6.89%	6.92%	6.80%	6.74%	6.92%	6.78%	6.82%	6.74%	6.68%	6.66%	6.60%
2014	6.61%	6.50%	6.64%	6.53%	6.52%	6.68%	6.60%	6.68%	6.66%	6.59%	6.54%	6.60%
2015	6.62%	6.55%	6.47%	6.52%	6.48%	6.71%	6.71%	6.71%	6.71%	6.71%	6.71%	6.71%
2016	6.74%	6.75%	6.89%	6.91%	6.84%	7.22%	7.36%	7.39%	7.31%	7.48%	7.95%	7.92%
2017	8.72%	8.88%	8.97%	9.13%	9.33%	9.48%	9.61%	9.68%	9.66%	9.69%	9.93%	9.94%
2018	10.29%	10.18%	10.30%	10.28%	10.27%	10.40%	10.40%	10.43%	10.29%	10.27%	10.11%	9.99%
2019	10.00%	9.97%										

Anexo2 – Datos Serie Desempleo

Desempleo	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
2008	13.08%	11.99%	11.22%	11.13%	10.84%	11.17%	12.06%	11.22%	10.95%	10.12%	10.80%	10.61%
2009	14.25%	12.49%	11.99%	12.14%	11.66%	11.34%	12.63%	11.74%	12.16%	11.55%	11.08%	11.31%
2010	14.62%	12.59%	11.81%	12.24%	12.04%	11.64%	12.68%	11.16%	10.57%	10.15%	10.79%	11.12%
2011	13.56%	12.86%	10.87%	11.19%	11.24%	10.91%	11.54%	10.08%	9.74%	9.00%	9.22%	9.82%
2012	12.48%	11.87%	10.36%	10.86%	10.71%	10.03%	10.86%	9.75%	9.94%	8.85%	9.25%	9.55%
2013	12.07%	11.79%	10.21%	10.17%	9.42%	9.24%	9.88%	9.27%	8.98%	7.79%	8.48%	8.44%
2014	11.10%	10.68%	9.73%	8.97%	8.80%	9.19%	9.29%	8.90%	8.35%	7.86%	7.71%	8.72%
2015	10.79%	9.86%	8.86%	9.50%	8.93%	8.25%	8.84%	9.09%	8.98%	8.19%	7.27%	8.59%
2016	11.91%	10.00%	10.14%	9.02%	8.85%	8.88%	9.85%	8.99%	8.51%	8.29%	7.51%	8.74%
2017	11.73%	10.50%	9.70%	8.91%	9.42%	8.72%	9.68%	9.10%	9.22%	8.56%	8.37%	8.63%
2018	11.76%	10.80%	9.44%	9.46%	9.73%	9.08%	9.72%	9.16%	9.48%	9.06%	8.76%	9.72%
2019	12.80%	11.77%										

Anexo3 – Datos Serie IPC

IPC	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
2008	6.00%	6.35%	5.93%	5.73%	6.39%	7.18%	7.52%	7.87%	7.57%	7.94%	7.73%	7.67%
2009	7.18%	6.47%	6.14%	5.73%	4.77%	3.81%	3.28%	3.13%	3.21%	2.72%	2.37%	2.00%
2010	2.10%	2.09%	1.84%	1.98%	2.07%	2.25%	2.24%	2.31%	2.28%	2.33%	2.59%	3.17%
2011	3.40%	3.17%	3.19%	2.84%	3.02%	3.23%	3.42%	3.27%	3.73%	4.02%	3.96%	3.73%
2012	3.54%	3.55%	3.40%	3.43%	3.44%	3.20%	3.03%	3.11%	3.08%	3.06%	2.77%	2.44%
2013	2.00%	1.83%	1.91%	2.02%	2.00%	2.16%	2.22%	2.27%	2.27%	1.84%	1.76%	1.94%
2014	2.13%	2.32%	2.51%	2.72%	2.93%	2.79%	2.89%	3.02%	2.86%	3.29%	3.65%	3.66%
2015	3.82%	4.36%	4.56%	4.64%	4.41%	4.42%	4.46%	4.74%	5.35%	5.89%	6.39%	6.77%
2016	7.45%	7.59%	7.98%	7.93%	8.20%	8.60%	8.97%	8.10%	7.27%	6.48%	5.96%	5.75%
2017	5.47%	5.18%	4.69%	4.66%	4.37%	3.99%	3.40%	3.87%	3.97%	4.05%	4.12%	4.09%
2018	3.68%	3.37%	3.14%	3.13%	3.16%	3.20%	3.12%	3.10%	3.23%	3.33%	3.27%	3.18%
2019	3.15%	3.01%										