

DISEÑO CON ESTRUCTURA FACTORIAL 3² PARA EVALUAR LOS EFECTOS EN LA VARIABILIDAD DE COLOR EN UN POLVO COMPACTO

**MÓNICA ALEXANDRA BALLEEN BENAVIDES
QUÍMICA**

**KAREN LORENA MORENO MORA
INGENIERA QUIMICA**



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
ESPECIALIZACION EN ESTADÍSTICA APLICADA
BOGOTÁ D.C.
2017**

DISEÑO CON ESTRUCTURA FACTORIAL 3^2 PARA EVALUAR LOS EFECTOS EN LA VARIABILIDAD DE COLOR EN UN POLVO COMPACTO

**MÓNICA ALEXANDRA BALLEEN BENAVIDES
QUÍMICA**

**KAREN LORENA MORENO MORA
INGENIERA QUIMICA**

ASESOR: MSc. MARTHA TATIANA PAMELA JIMENEZ VALDERRAMA

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS BASICAS
ESPECIALIZACION EN ESTADÍSTICA APLICADA
BOGOTÁ D.C.
2017**

Nota de Aceptación



Firma del presidente del jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá, D.C., 27 Mayo de 2017

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Dios por permitirnos vivir y brindarnos la oportunidad de llevar a cabo nuestros proyectos y sueños día a día.

La Fundación Universitaria Los Libertadores por abrir las puertas de sus aulas permitiendo el estudio de esta especialización, así como a los diferentes docentes que brindaron sus conocimientos y su apoyo durante el desarrollo de la misma.

La profesora Martha Tatiana Jiménez y al profesor Jorge Nisperuza por su buena disposición, dirección y colaboración durante la realización de éste proyecto.

La Compañía cosmética donde se llevó a cabo este proyecto, en especial al personal operativo de la planta y al personal de calidad por el tiempo y dedicación para la elaboración de las pruebas desarrolladas durante la ejecución del proyecto.

Nuestras familias por su paciencia y apoyo incondicional brindados día a día desde el inicio hasta la culminación de este gran reto,

Y para finalizar a nuestros compañeros de la especialización por su compañerismo, amistad y apoyo moral durante todo el proceso

Tabla de contenido

Resumen.....	8
Capítulo 1. Introducción.....	9
Objetivo General	11
Objetivos Específicos	11
Capítulo 2. Marco de Referencia.....	12
Capítulo 3. Marco Teórico	14
Diseño de experimentos.....	14
3.1 Función de un diseño experimental.....	15
3.2 Diseños factoriales	16
3.3 Diseño factorial de dos factores	17
3.4 Validación del modelo	19
3.5 Comparaciones múltiples	19
Capítulo 4. Marco Metodológico.....	20
4.1 Unidades experimentales:.....	20
4.2 Factores y niveles:	21
4.3 Variable Respuesta:	22
4.4 Tratamientos:	22
4.5 Procedimiento	22
Capítulo 5. Análisis y Resultados.....	25
5.1 Diagramas exploratorios	25
5.2 Análisis de varianza	26
5.3 Validación de supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas ..	28
5.4 Comparaciones Múltiples	30
5.5 Prueba de independencia	31
Capítulo 6. Conclusiones y Recomendaciones.....	34
6.1 Conclusiones.....	34
6.2 Recomendaciones.....	34
Capítulo 7. Referencias	35

Listado de Tablas

Tabla 1. Arreglo general de un diseño factorial de dos factores	17
Tabla 2. Tabla de Análisis de varianza multifactorial	18
Tabla 3. Tabla de escala de calificación en análisis de color.....	20
Tabla 4. Tabla de clasificación de los tratamientos.....	21
Tabla 5. Descripción del diseño experimental	22
Tabla 6. Análisis de varianza	26
Tabla 7. Prueba Kruskal- Wallis.....	32
Tabla 8. Resultados de la prueba de Levene para homogeneidad de varianza	29
Tabla 9. Resultados de la prueba de Tukey para comparaciones múltiples	31



Listado de Figuras

Figura 1. Unidades experimentales, polvo compacto larga duración.....	21
Figura 2. Gráfico de medias Tratamiento - color.....	25
Figura 3. Gráfico de efectos principales para la media del resultado de color ..	27
Figura 4. Gráfico de interacción para la media del resultado de color	28
Figura 5. Gráfico de normalidad para los residuales.....	29
Figura 6. Gráfico homogeneidad de varianzas para los residuales.	30
Figura 7. Gráfico prueba de independencia.....	32



DISEÑO FACTORIAL 3² PARA EVALUAR LOS EFECTOS EN LA VARIABILIDAD DE COLOR EN UN POLVO COMPACTO

Mónica Alexandra Ballén, Karen Lorena Moreno

Resumen

El análisis multifactorial se emplea a menudo como estrategia experimental en la que varios factores de un proceso se varían en conjunto con el fin de evaluar su efecto en la variable respuesta. En este estudio se diseñó y ejecutó un experimento factorial 3² para evaluar la posible existencia de efectos cuando hay variación de la presión y los equipos de trabajo utilizados en el proceso de manufactura de un polvo compacto, sobre la variable respuesta correspondiente a la medida de color. Para ello se obtuvieron y analizaron muestras a tres niveles de presión de trabajo (25 bar, 50 bar y 70 bar) y tres niveles de equipo de compactación (manual, análogo y automático). En el análisis de los resultados se encontró que en el proceso de fabricación del polvo compacto la presión es un factor influyente en la medida de color, mientras que el equipo empleado no muestra un efecto estadísticamente significativo.

Palabras Clave:

Diseño experimentos, variabilidad, diseño factorial, ANOVA

Abstract

Multivariate analysis is often used as an experimental strategy in which several factors of a process are modified at the same time in order to study their effect on the response variable. In this study, a factorial experiment 3² was designed and executed to evaluate the possible effects when there is variation of the pressure and the equipment used in the manufacturing process of a compact powder, on the response variable which is the color measurement. For this, samples at three working pressure levels (25 bar, 50 bar and 70 bar) and three levels of compaction equipment (manual, analog and automatic) were obtained and analyzed. In the analysis of the results it was found that in the manufacturing process of the compact powder the pressure is an influent factor in the color measurement, while the equipment used does not show a statistically significant effect.

Key words:

Experiment design, variability, factorial design analysis, ANOVA

Capítulo 1. Introducción

El diseño de experimentos es una herramienta estadística que permite optimizar los procesos de comprobación y ensayo en la industria. En este análisis se realizan variaciones voluntarias a los parámetros que afectan el proceso con el fin de observar los cambios generados en la variable de salida o respuesta y de esta forma tomar decisiones de optimización del proceso (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

En todo proceso productivo se maneja un control de calidad donde se avalúa y se verifica que los factores que intervienen en el proceso estén dentro de los límites de aceptación para obtener y garantizar que el producto este dentro de los estándares apropiados para su uso final. En el control de calidad desarrollado en los cosméticos se realizan pruebas fisicoquímicas, microbiológicas y de estabilidad tanto a las materias primas, el empaque y el producto terminado. (Amaya, sin información de año)

A nivel industrial, los resultados de producción se ven afectados por factores de proceso tanto controlables como no controlables o que no se tienen en cuenta en la fabricación de un producto, estos factores son las condiciones ambientales, equipos, instalaciones, operarios, materias primas y condiciones operativas (Aguilar, 2011).

Dentro de la rama del diseño de experimentos se encuentra el método de análisis factorial, donde se evalúa el efecto que se presenta en cada uno de los factores y sus interacciones que componen el modelo y que afectan a su vez la variable de salida o respuesta.

En la industria cosmética, el color es parte fundamental en el proceso de fabricación de los productos, especialmente de los maquillajes, pues en la medida en que se logren formulaciones estables y acordes a las tendencias actuales, las empresas pueden o no innovar y ampliar su portafolio en el mercado. Sin embargo, dentro de las formulaciones de los maquillajes es común

el uso de pigmentos naturales, los cuales pueden presentar una alta variabilidad entre ellos, debido a que son obtenidos de plantas y sus características no siempre son reproducibles, como si ocurre cuando se utilizan colorantes sintéticos, en cuyo caso sus parámetros de calidad son controlados y por tanto son homogéneos lote a lote.

Para reducir la posible variación que pueda presentarse en los procesos de fabricación de maquillajes por el uso de pigmentos naturales, las industrias procuran estandarizar sus procesos, definiendo las condiciones de operación en cada etapa productiva y reducir al máximo la variabilidad que pueda existir por otro tipo de factores como lo son los equipos, las condiciones operativas, entre otras. Teniendo en cuenta la situación descrita ¿Existe variabilidad en el color de un polvo compacto por efecto de la presión de trabajo y el tipo de equipo empleado?

Este estudio pretende realizar una comparación de la variabilidad de proceso de envasado (compactación) del polvo compacto larga duración basada en la percepción del color del mismo, teniendo en cuenta los principales factores que pueden controlarse durante su manufactura, principalmente presión y equipos de compactación.

Objetivo General

Evaluar los efectos de la presión y los equipos de compactación sobre la medición del color para un polvo compacto, utilizando un modelo de diseño factorial.

Objetivos Específicos

Realizar un experimento para la evaluación de los efectos que inciden en la variación de color en los polvos compactos fabricados en una industria cosmética.

Determinar si existe una variación de color en la fábrica de compactos en función de los equipos empleados en el proceso de manufactura y de la presión de trabajo.

Identificar si existe una interacción entre las variables Equipo y Presión de trabajo que pueda considerarse como factor de riesgo en la confiabilidad de la medición de color.

Comprobar el modelo factorial a través de técnicas estadísticas adecuadas para la validación de los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas.

Capítulo 2. Marco de Referencia

La industria cosmética es la segunda gran rama industrial surgida del desarrollo del conocimiento bioquímico durante el último siglo. (Amaya, sin información de año). En el sector cosmético, la categoría de maquillaje facial proyectó tener crecimientos del 36,9% entre 2011 y 2016, y específicamente para los polvos compactos faciales se estimó un crecimiento del 46,4%, el cual representa el segundo mayor crecimiento entre los productos cosméticos (Euromonitor International, 2012). En la actualidad, es una industria que gasta grandes cantidades de dinero en el desarrollo, lanzamiento y promoción de nuevos productos, así como el mejoramiento y renovación de los atributos más destacados de las distintas formulaciones. (Diez y Salazar, 2014)

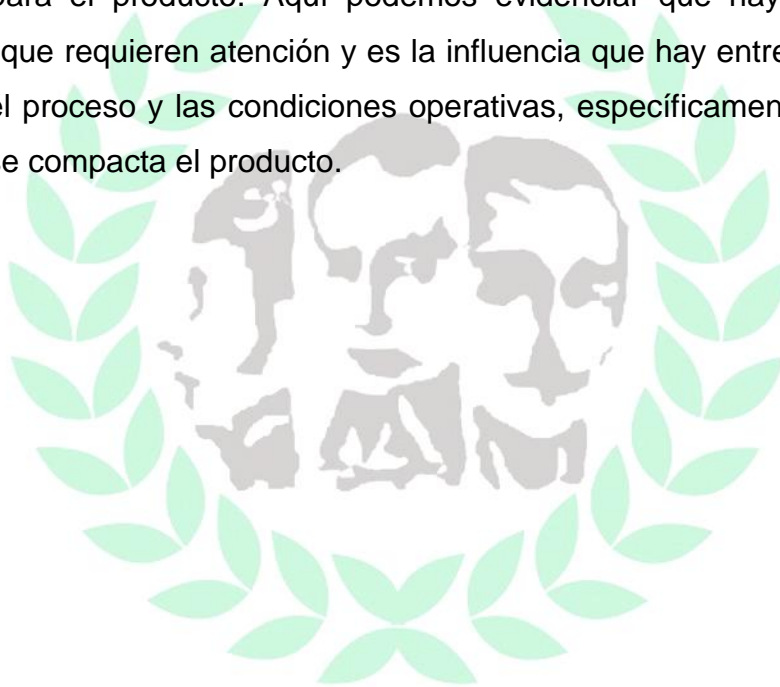
Una empresa dedicada a la fabricación y comercialización de cosméticos, encaminada al cumplimiento de las regulaciones de los países en los que opera, busca el establecimiento de procedimientos y procesos de alta calidad que satisfagan las expectativas del consumidor.

La calidad de los productos hace de la empresa una compañía competitiva en el mercado, además el mantenimiento de la calidad es un reto corporativo. La competitividad de una empresa y la satisfacción del cliente están determinadas por la calidad del producto, el precio y la calidad del servicio, de modo que se es más competitivo si se puede ofrecer mejor calidad, a bajo precio y en menor tiempo. Para garantizar la calidad, las empresas invierten recursos importantes con el fin de mejorar y reducir la variabilidad de sus procesos productivos. (Gutiérrez y de la Vara, 2005)

En la literatura consultada, no se encuentran documentados estudios relacionados con el mejoramiento de parámetros de calidad asociados a la industria cosmética, específicamente a las variables que inciden en el color de los productos. En este tipo de industrias, es común el uso de pigmentos naturales y también de colorantes sintéticos, de modo que existe una alta variabilidad en el

producto final. Para reducir esta variabilidad, es útil la aplicación del diseño de experimentos como una herramienta que permita conocer el factor y/o los factores en el proceso de manufactura que pueden presentar incidencia en la calidad final de un polvo compacto basada en la percepción de color del mismo.

En el proceso productivo de fabricación del polvo compacto, se han identificado diferencias en el color del producto final respecto al producto recién fabricado, de modo que la variabilidad puede ser atribuida a algún cambio realizado durante el proceso que no está siendo controlado y que puede llegar a ser crítico para el producto. Aquí podemos evidenciar que hay dos puntos importantes que requieren atención y es la influencia que hay entre los equipos usados en el proceso y las condiciones operativas, específicamente la presión con la cual se compacta el producto.



Capítulo 3. Marco Teórico

Diseño de experimentos

Quien dio inicio a los primeros conceptos de diseño de experimentos (DOE) fue Ronald A. Fisher quien desarrollo el análisis de varianza como una necesidad para evaluar los datos obtenidos en la agricultura (Kuehl, 2001). A continuación, Box y Wilson (Box y Wilson, 1951) incursionaron en experimentos industriales caracterizados por la inmediatez y secuencialidad de los tratamientos realizados en función de la respuesta obtenida, lo cual permitía el uso de la herramienta en la industria por las ventajas que ofrecía en tiempo, las cuales no se observaban en su uso en la agricultura. Box y Wilson fueron precursores para el desarrollo de nuevas técnicas en la industria química y en los procesos industriales enfocados al área de investigación y desarrollo. (Taguchi, 1987). Ya a finales de los años 70, Taguchi inicia el uso del DOE en la industria electrónica y aeroespacial, sus análisis llevaron a desarrollar el concepto de robustez y a extender el uso de la herramienta en otras áreas (Box y Wilson, 1951). Finalmente en la década de los noventa se inicia el desarrollo de software especializados en el análisis de DOE. (Izquierdo, Tanco, Viles y Sánchez-Arjona, 2007)

Un experimento puede definirse como una prueba o serie de pruebas en las que se hacen cambios en las variables de entrada de un proceso o sistema para observar e identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida (Montgomery, 2004).

Esta metodología está basada en la experimentación. Al momento de realizar estos experimentos se debe de obtener réplicas y aleatorizar los tratamientos. Mediante las réplicas se obtiene una estimación del error experimental, por lo que entre mayor sea el número de réplicas, menor será este error experimental, siempre y cuando los experimentos se den en las mismas condiciones. La aleatorización durante la realización del experimento es esencial

para evitar la dependencia entre las muestras y asegurar que los resultados sean realmente causados por las variables dependientes y no por el experimentador.

En Kuehl se definen los siguientes conceptos: Inicialmente, el *experimento* debe estar limitado a las investigaciones que se definen en un sistema particular bajo un esquema específico para estudiar y evaluar las observaciones resultantes. Los *tratamientos* son el conjunto de condiciones experimentales propuestas para una unidad experimental. La *unidad experimental* es la unidad física, característica, elemento o sujeto que está expuesto al tratamiento propuesto de análisis. El *error experimental* define la variabilidad entre las unidades experimentales tratadas, este puede generarse por la variación natural de las unidades experimentales, la variación en la medición de la respuesta, la baja probabilidad de reproducir el tratamiento, la interacción de los tratamientos con las unidades experimentales y cualquier otro factor que influye en las características de medición. Por último, la *hipótesis* es la implementación de un supuesto que se quiere probar mediante un análisis estadístico.

El diseño de experimentos tiene una función específica y se aplica de acuerdo a las necesidades requeridas por el investigador. A continuación, se definen algunas características que interfieren en este enfoque, los modelos que proporciona y como se utilizan en un contexto general.

3.1 Función de un diseño experimental

En el diseño de experimentos se lleva a cabo una combinación de métodos, personas y recursos que generan cambios a una variable de entrada donde se genera una variable de salida que tiene una o más respuestas observables. (Montgomery, 2004). De esta forma se ha de observar que algunas variables del proceso son controlables, mientras que otras son no controlables, esta última depende de la finalidad del análisis. A continuación se presenta cuatro objetivos que debe cumplir un experimento:

- Determinar que variables tienen mayor influencia sobre la respuesta y.

- Siendo x una variable controlable, determinar cuál es el ajuste de las x que tiene mayor influencia para que este cerca del valor nominal deseado.
- Determinar cuál es el ajuste de las x que tiene mayor influencia para que la variabilidad sea reducida.
- Determinar cuál es el ajuste de las x que tiene mayor influencia para que los efectos de las variables no controlables sean mínimos.

Los experimentos se componen de varios factores, por lo que el experimentador deseará determinar la influencia que estos tienen sobre la respuesta de salida del sistema.

3.2 Diseños factoriales

Dentro del Diseño experimental se puede encontrar la estructura factorial, ésta consiste en realizar todas las combinaciones posibles de los niveles de varios factores, los cuales pueden ser de dos tipos: cuantitativos (pH, temperatura, velocidad de agitación, tiempo, etc) y cualitativos, el primero hace referencia a valores métricos y los segundos a categorías de los factores.

A nivel industrial el DOE es una herramienta ampliamente utilizada en el área de calidad, por su utilidad en investigaciones exploratorias en las que no se tiene completamente conocimiento de varios factores que afectan un análisis o un proceso (Sandoval, 2011).

Por otra parte, Montgomery (2004) explica que trabajar con varios factores es una estrategia experimental en la que los factores hacen variar en conjunto, en lugar de uno a la vez, esto permite ver el efecto de diferentes variables al tiempo sobre la variable respuesta.

Se pueden encontrar tres tipos de efectos en un experimento factorial (Kuelh, 2001), definidos a continuación:

- Efectos simples: que hacen referencia a las comparaciones entre los niveles de un factor a un solo nivel funcionando como contraste.
- Efectos principales: son las comparaciones entre los niveles de un factor donde se obtiene el promedio para todos los niveles de otro, por lo tanto se denotan como los efectos promedio de un factor.
- Efectos de interacción: Es el efecto que resulta cuando la diferencia en la respuesta entre los niveles de un factor no es la misma para todos los niveles de los otros factores.

3.3 Diseño factorial de dos factores

Es este el más simple de los diseños factoriales, está constituido por dos factores, donde hay a niveles para el factor A y b niveles para el factor B , así como los tratamientos para las posibles combinaciones entre los niveles. En la Tabla 1, se presenta un ejemplo con estructura factorial de dos factores (Montgomery, 2004).

Tabla 1. Arreglo general de un diseño factorial de dos factores

		FACTOR B			
		1	2	...	b
FACTOR A	1	$y_{111}, y_{112}, \dots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12n}$	$y_{1b1}, y_{1b2}, \dots, y_{1bn}$	
	2	$y_{211}, y_{212}, \dots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \dots, y_{22n}$	$y_{2b1}, y_{2b2}, \dots, y_{2bn}$	
	...				
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \dots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \dots, y_{a2n}$	$y_{ab1}, y_{ab2}, \dots, y_{abn}$	

Fuente: Montgomery Douglas (2004), Diseño de experimentos. Pág. 176

Por otra parte, de la Tabla 1 se puede deducir el modelo de medias con respecto a un diseño factorial:

$$Y = \mu + A + B + AB + \varepsilon$$

Ecuación 1. Diseño Factorial - Modelo de las medias

Donde,

Y : Variable respuesta

μ : Hace referencia a la media de la combinación de los tratamientos

A y B : Hace referencia a los efectos principales

AB : Efecto de interacción

ε : Error experimental

El efecto de los tratamientos se analiza mediante el proceso de análisis de varianza (ANOVA). Este es un procedimiento estadístico donde se descomponen la variación total en fuentes y causas de variación, donde la variación total es la variación entre las unidades experimentales (González y López, 2014). Por medio del análisis de ANOVA multifactorial (Tabla 2) se facilita probar la significancia de los dos efectos y sus respectivas interacciones, (Montgomery, 2004).

Tabla 2. Tabla de Análisis de varianza multifactorial

Fuente de Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F _o
Tratamientos A	$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a - 1}$	$F_o = \frac{MS_A}{MS_E}$
Tratamientos B	$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$b - 1$	$MS_B = \frac{SS_B}{b - 1}$	$F_o = \frac{MS_B}{MS_E}$
Interacción	$SS_{AB} = SS_{Subtotales} - SS_A - SS_B$	$(a - 1)(b - 1)$	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a - 1)(b - 1)}$	$F_o = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Error	$SS_E = SS_T - SS_{AB} - SS_A - SS_B$	$ab(n - 1)$		
Total	SS_T	$abn - 1$		

Fuente: Montgomery Douglas (2004), Diseño de experimentos. Pág. 180

En la tabla 2 la suma de cuadrados de los subtotales:

$$SS_{subtotales} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

Ecuación 2. Suma de cuadrados de subtotales

3.4 Validación del modelo

Para evaluar de manera adecuada que no hay diferencias entre las medias de los tratamientos, es necesario cumplir con unos supuestos, donde se evalúa la normalidad de los residuales y se evalúa la homogeneidad de las varianzas del error. (Montgomery, 2004).

3.5 Comparaciones múltiples

Cuando el análisis de varianza indica que las medias de los niveles difieren, se realizan comparaciones entre las medias individuales para determinar diferencias específicas entre los pares de medias. La diferencia principal entre los métodos usados para determinar las desigualdades de las medias radica en la intensidad de cada proceso para identificar éstas, es decir un método es más potente si tiene la capacidad de detectar las diferencias más pequeñas. (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

Capítulo 4. Marco Metodológico

Los datos bajo estudio pertenecen al análisis de color de un polvo compacto fabricado en una industria cosmética. El análisis de color es efectuado por análisis comparativo respecto a un patrón de referencia y es llevado a cabo por personal calificado, de acuerdo a su cumplimiento se asigna una calificación de 1 a 8 como se muestra en la tabla 3:

Tabla 3. Tabla de escala de calificación en análisis de color

Calificación	Concepto
1,0	Muy diferente al patrón
2,0	Muy clara vs. Patrón
3,0	Clara vs. Patrón
4,0	Ligeramente clara vs. Patrón
5,0	Igual al patrón
6,0	Ligeramente oscura vs. Patrón
7,0	Oscura vs patrón
8,0	Muy oscura vs. Patrón

Fuente: Escala construida con el equipo de trabajo

4.1 Unidades experimentales:

Las unidades experimentales del presente trabajo son las muestras de un polvo compacto tipo larga duración. Para este caso específico las unidades experimentales son las mismas unidades observacionales. En la figura 1 se muestran las unidades experimentales.



Figura 1. Unidades experimentales, polvo compacto larga duración

4.2 Factores y niveles:

Se cuenta con dos factores: Presión (denotado factor A) y Equipo de compactación (denotado factor B). Ambos factores constan de tres niveles, en A: 25 bar, 50 bar y 75 bar, y en B: equipo manual, equipo de tecnología nueva (automático) y equipo de tecnología antigua (análogo).

Para el desarrollo del diseño de experimentos se construyó el modelo descrito en la tabla 4, donde se identifican los 9 tratamientos de trabajo.

Tabla 4. Tabla de clasificación de los tratamientos.

FACTOR A	FACTOR B	TRATAMIENTO
25 bar	Manual	TTO1
25 bar	Análogo	TTO2
25 bar	Automático	TTO3
50 bar	Manual	TTO4
50 bar	Análogo	TTO5
50 bar	Automático	TTO6
70 bar	Manual	TTO7
70 bar	Análogo	TTO8
70 bar	Automático	TTO9

Fuente: Modelo construido con el grupo de trabajo

4.3 Variable Respuesta:

La variable respuesta se refiere al resultado del análisis de color, medida como cumplimiento del mismo en una escala definida y corresponde a los resultados de los análisis realizados a las unidades experimentales.

4.4 Tratamientos:

Los tratamientos representan las combinaciones de los niveles entre los equipos y las presiones de trabajo.

Como se precisa relacionar si los equipos y la presión de trabajo influyen de manera significativa sobre la percepción de color, se requiere un modelo de diseño de experimento para determinar dicha influencia sobre la variable respuesta, por lo tanto, se identifican algunos ítems experimentales (Tabla 5) a tener en cuenta para la ejecución adecuada de las pruebas correspondientes.

Tabla 5. Descripción del diseño experimental

ITEM	DESCRIPCIÓN
Tipo de Diseño	3 ²
Tratamientos	9
Replicas:	10
Total de Mediciones	90
Nivel de Significancia	$\alpha = 0,05$
Modelo General Experimento	$Y = \mu + A + B + AB + \varepsilon$

4.5 Procedimiento

Para llevar a cabo el tratamiento estadístico sobre las unidades experimentales se hace uso del software Minitab versión 17 (www.minitab.com). Una vez ingresados los datos al sistema, se realizan los pasos que se nombran a continuación:

4.5.1 Diagramas exploratorios (Gráfico de medias y/o box-plot)

4.5.2 Análisis de Varianza (Anova) con estructura factorial

Para identificar la significancia de los equipos, las presiones de trabajo y su posible interacción. Teniendo en cuenta las siguientes hipótesis:

$$H_0: A = 0$$

$$H_0: B = 0$$

$$H_0: AB = 0$$

$$H_a: A \neq 0$$

$$H_a: B \neq 0$$

$$H_a: AB \neq 0$$

Ecuación 3. Hipótesis efecto de los factores

4.5.3 Validación de supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas

Para validar el supuesto de normalidad, la prueba de Shapiro – Wilk resulta útil cuando las muestras son pequeñas (Shapiro – Wilk, 1965). Para esto se tienen las siguientes hipótesis

$$H_0: \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

Ecuación 4. Hipótesis Evaluación normalidad de residuales

De acuerdo al resultado obtenido, se evalúa que el p- valor sea mayor al valor α , lo que implica el no rechazo de la Hipótesis nula (H_0), donde los residuales se ajustan a una distribución normal.

En cuanto al supuesto de homogeneidad de las varianzas se aplica la prueba de Levene (Quinn y Keough, 2003), en consecuencia se recurre a las hipótesis que se nombran a continuación:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \dots = \sigma_9^2$$

$$H_a: \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$$

Ecuación 5. Hipótesis Evaluación homogeneidad de varianzas

4.5.4 Pruebas de comparación múltiple:

Cuando el análisis de varianza indica que las medias de los niveles de los factores difieren, resulta interesante realizar comparaciones entre las medias individuales para determinar diferencias específicas, incluidos los efectos de la interacción.

Se realiza la prueba de Tukey (Montgomery, 2004) aun cuando las varianzas sugieran que las medias de los niveles de los factores son diferentes, se sugiere hacer comparaciones entre las medias individuales de los niveles para así encontrar diferencias puntuales, ésta consiste en dejar un factor fijo a cierto nivel y ver cómo se comportan las interacciones dada dicha comparación.

Además, las comparaciones múltiples determinan los contrastes entre las medias que se requieren para profundizar en los efectos simples, por lo tanto éstas ayudan en la interpretación de los efectos significativos de la interacción (Kuelh, 2001).

4.5.5 Prueba de Independencia:

La independencia se puede evaluar por medio de la gráfica residuos versus orden (Gutiérrez y de la Vara, 2008), verificando que la dispersión de los residuos no tenga ninguna tendencia, puesto que si son independientes no debe existir una correlación de entre los valores. Si el comportamiento de los valores es aleatorio el supuesto de independencia se cumple. Cuando el supuesto de independencia no se cumple es un indicador de que el modelo no se definió de manera correcta o presenta deficiencias.

Capítulo 5. Análisis y Resultados

Una vez desarrollado el experimento propuesto en la tabla 4 se obtienen los siguientes resultados en Minitab 17 con su respectivo análisis.

5.1 Diagramas exploratorios

Con el fin de identificar y analizar de manera visual el comportamiento de los 3 equipos operados a las tres presiones de compactación, se emplea la gráfica de intervalos de respuesta versus tratamiento (Figura 2)

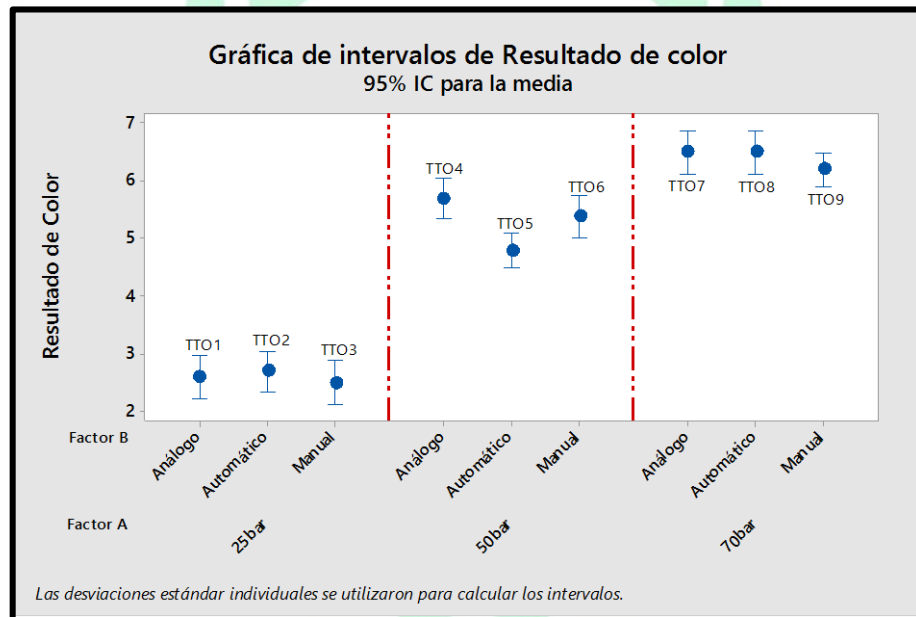


Figura 2. Gráfico de medias Tratamiento - color

De la gráfica anterior se puede observar que la respuesta de color en el proceso de compactación se ve afectada de manera significativa por el factor A (presión) ya que con el uso de diferentes equipos de compactación (Factor B) no se visualiza una diferencia representativa, el tratamiento 1, 2 y 3 es el tratamiento cambiando de equipo pero a presión de 25 bar, el tratamiento del 4 al 6

trabajando a 50 bar y finalmente los tratamientos comprendidos entre el 7 al 9 se trabajaron a una presión constante de 70 bar.

5.2 Análisis de varianza

Por medio del análisis de varianzas se construye el modelo de acuerdo a los efectos que ejercen los equipos y la presión frente a la medida de color en el polvo compacto, los resultados obtenidos para este análisis se muestra en la tabla 6.

Tabla 6. Análisis de varianza

FUENTE	GRADOS DE LIBERTAD	SUMA DE CUADRADOS AJUSTADOS	CUADRADO MEDIO AJUSTADO	VALOR F	P VALOR
Modelo	8	234,400	29,300	120,47	0,000
Lineal	4	230,667	57,667	237,11	0,000
Factor A	2	229,400	114,700	471,61	0,000
Factor B	2	1,267	0,633	2,6	0,080
Interacciones	4	3,733	0,933	3,84	0,070
Factor A* Factor B	4	3,733	0,933	3,84	0,070
Error	81	19,700	0,243		
Total	89	254,100			

Del anova, a partir del resultado del p-valor, podemos afirmar que el factor A tiene un efecto estadísticamente significativo, mientras que el factor B no está mostrando efecto a un nivel de significancia del 0.05. También observamos que no hay interacción entre los factores. A continuación se presenta el resumen del modelo en la tabla 7.

Tabla 6. Resumen del modelo

PARÁMETRO	VALOR
S	0,4932
R	92,3%

En la tabla 6, el valor de R mide la proporción de la variabilidad total explicada por el modelo, en este caso un R de 92,3% es un buen indicador del modelo pero no de modelo predictivo.

De otro lado, se realizaron las gráficas factoriales que nos permiten evaluar y analizar de manera visual la influencia de los factores y su interacción en la respuesta de la medida del color en el polvo compacto, figura 3 y 4.

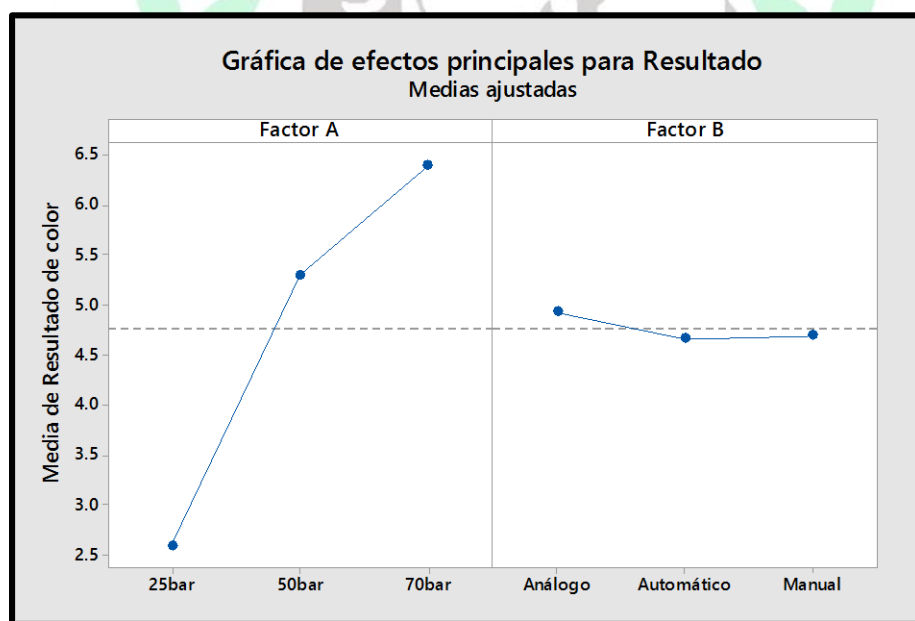


Figura 3. Gráfico de efectos principales para la media del resultado de color

En la figura 4, se observa claramente que el factor A es el que tiene un mayor influencia en la respuesta, mientras que el factor B no está teniendo influencia significativa debido a que la respuesta es aparentemente constante independientemente del equipo empleado.

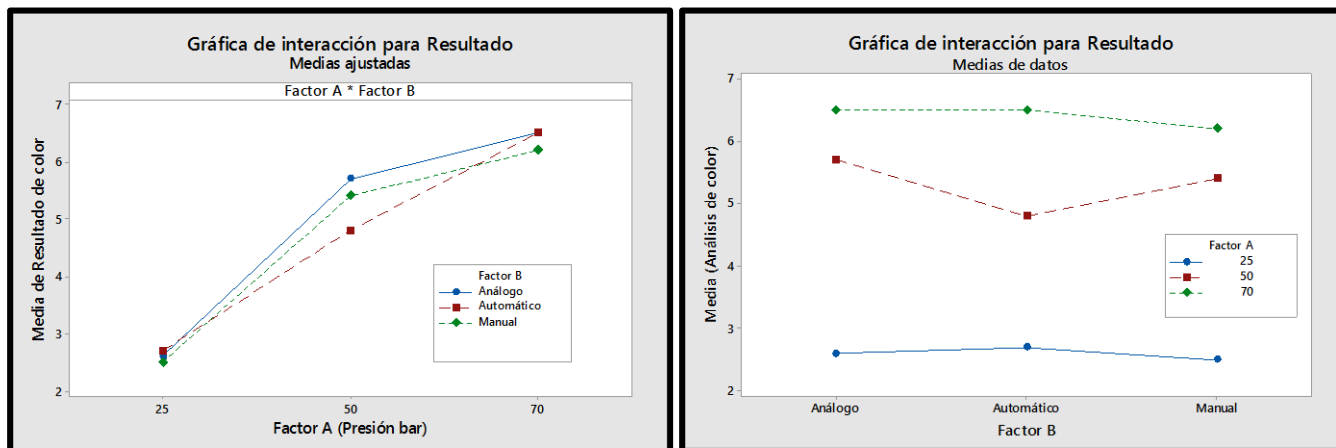


Figura 4. Gráfico de interacción para la media del resultado de color

En la figura 4 de interacciones observamos que el efecto del factor B correspondiente al equipo de compactación es muy pequeño y poco significativo a las diferentes presiones de trabajo, obteniéndose los mejores resultados a presión de 50 bar teniendo en cuenta que la respuesta optima es una medida de color en la escala de calificación entre 4 y 6.

5.3 Validación de supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas

A continuación se muestra los resultados obtenidos de la validación del supuesto de normalidad y homogeneidad de varianza obtenido por medio del software Minitab 17.

5.3.1 Normalidad

Realizamos la prueba de normalidad de los residuales, por medio de la prueba de Shapiro – Wilk (Figura 5).

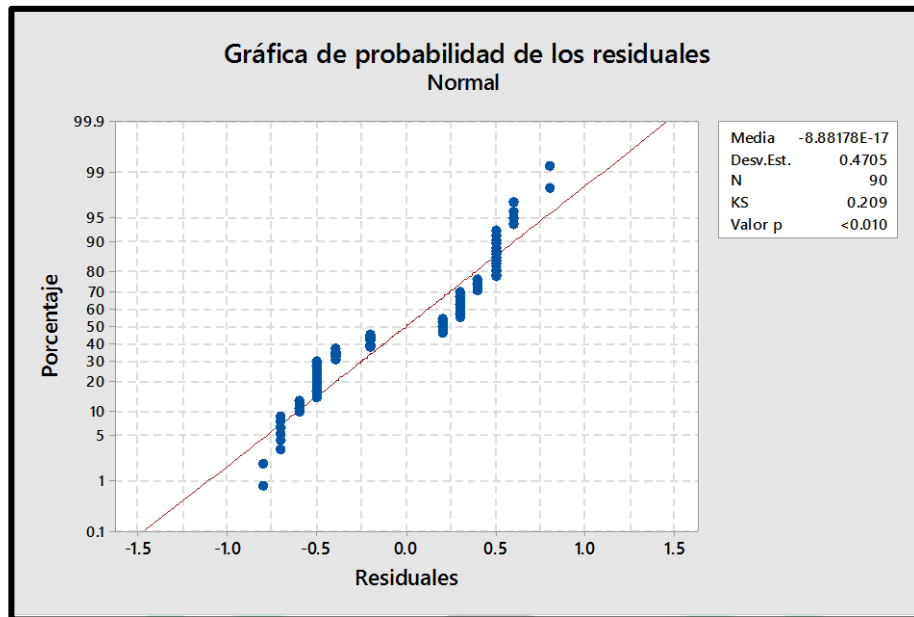


Figura 5. Gráfico de normalidad para los residuales.

Como el p- valor es menor al valor α (0.05), implica el rechazo de la Hipótesis nula (H_0), donde los residuales no se ajustan a una distribución normal, probablemente debido a que la respuesta está dada por medidas discretas.

5.3.2 Homogeneidad de varianzas

La prueba de homogeneidad se realizó mediante la prueba de Levene, en la Tabla 7 se muestran los resultados obtenidos para la prueba y la Figura 6 los intervalos de confianza para cada tratamiento

Tabla 7. Resultados de la prueba de Levene para homogeneidad de varianza

MÉTODO	ESTADÍSTICA DE PRUEBA	P VALOR
Comparaciones múltiples		1,000
Levene	1,00	0,446

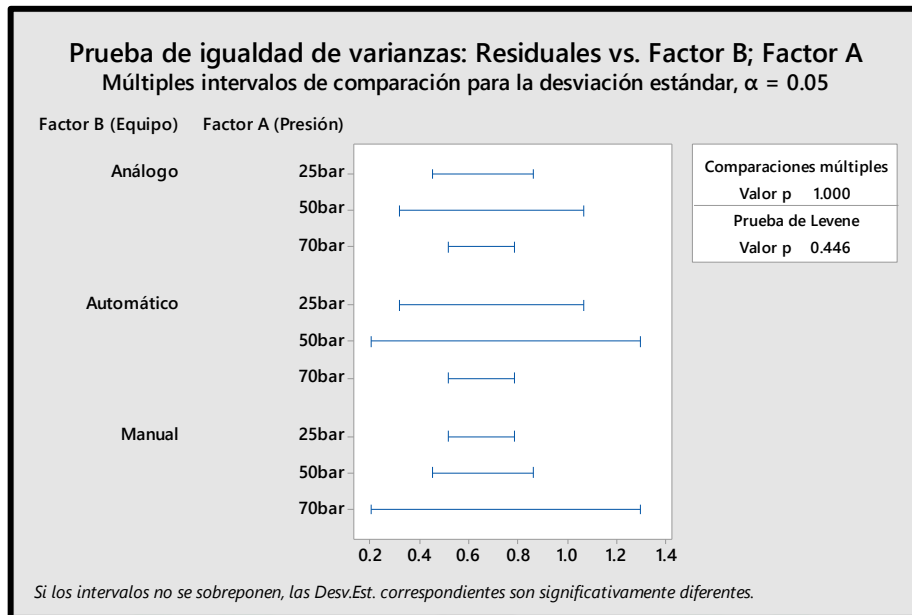


Figura 6. Gráfico homogeneidad de varianzas para los residuales.

La prueba de homogeneidad de varianzas nos muestra que en el experimento las varianzas son homogéneas, lo cual se justifica con el resultado del p-valor que supera el nivel de significancia del 0.05, de esta forma no se rechaza la H_0 que refiere a que las varianzas de los residuales son iguales.

5.4 Comparaciones Múltiples

El objetivo de esta prueba es determinar cuáles son los tratamientos con efectos diferentes (Tabla 8), aquellos que comparten la misma letra son iguales, para ello se emplea la prueba de Tukey

Tabla 8. Resultados de la prueba de Tukey para comparaciones múltiples

TRATAMIENTO	TRATAMIENTO	N	MEDIA	AGRUPACIÓN TUKEY
Tratamiento 9	Automático - 70 bar	10	6,5	A
Tratamiento 8	Análogo - 70 bar	10	6,5	A
Tratamiento 7	Manual - 70 bar	10	6,2	A B
Tratamiento 6	Automática - 50 bar	10	5,7	B C
Tratamiento 5	Análogo - 50 bar	10	5,4	C D
Tratamiento 4	Manual - 50 bar	10	4,8	D
Tratamiento 3	Automática - 25 bar	10	2,7	E
Tratamiento 2	Análogo - 25 bar	10	2,6	E
Tratamiento 1	Manual - 25 bar	10	2,5	E

Al realizar la comparación de los tratamientos por el método de Tukey, observamos que los tratamientos 1, 2 y 3 son iguales ya que se identifican con la misma letra (E), el tratamiento 7, 8 y 9 también son iguales (Identificados con la letra A); los tratamientos 5 y 6 son iguales ya que comparten la letra C y el tratamiento 4 pareciera ser diferente a todos, sin embargo por su media podríamos agruparlo con el 5 y 6.

5.5 Prueba de independencia

La independencia se evalúa de manera gráfica a través de la dispersión de los residuos en función de las observaciones realizadas (orden) y se muestran en la Figura 7.

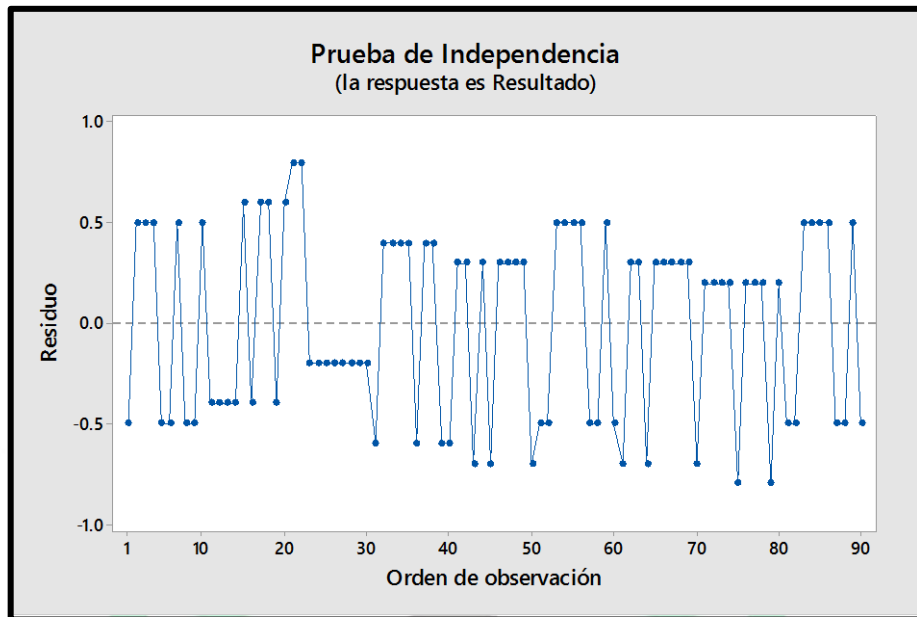


Figura 7. Gráfico prueba de independencia

Con base en la gráfica de independencia, podemos decir que la dispersión de los residuos no tiene tendencia alguna, indicando que no existe una correlación entre los valores y que su comportamiento es aleatorio.

Dado que en la validación del modelo encontramos que no se cumple el supuesto de normalidad, es decir, que los residuales no se ajustan a una distribución normal, se realizó la prueba de Kruskal – Wallis la cual es una alternativa no paramétrica al ANOVA de un solo factor, cuyo fin es determinar si las medianas de dos o más grupos difieren entre sí, en este caso determinar si las medianas de los tratamientos son iguales, para lo cual se plantean las siguientes hipótesis:

$$H_0: \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 \dots = \tilde{x}_9$$

$$H_a: \tilde{x}_1 \neq \tilde{x}_j$$

Ecuación 6. Hipótesis Evaluación prueba Kruskal - Wallis

Los resultados se muestran en la tabla 9. Como se observa el p-valor es menor al nivel de significancia del 0.05, lo que implica el rechazo de la Hipótesis nula (H_0), donde las medianas de los tratamientos son iguales, este resultado muestra que si hay diferencias entre los tratamientos y que los resultados no provienen de una misma población ó de poblaciones idénticas con la misma mediana.

Tabla 9. Prueba Kruskal- Wallis

TRATAMIENTO	N	MEDIANA	CLASIFICACIÓN DEL PROMEDIO	Z
Manual - 25 bar (TTO1)	10	2,5	14,0	-4,04
Análogo - 25 bar (TTO2)	10	3,0	15,5	-3,85
Automático - 25 bar (TTO3)	10	3,0	17,0	-3,66
Manual - 50 bar (TTO4)	10	5,0	50,2	0,60
Análogo - 50 bar (TTO5)	10	6,0	57,1	1,49
Automático - 50 bar (TTO6)	10	5,0	39,1	-0,82
Manual - 70 bar (TTO7)	10	6,0	68,1	2,90
Análogo - 70 bar (TTO 8)	10	6,5	74,3	3,69
Automático - 70 bar (TTO9)	10	6,5	74,5	3,69
General	90		45,5	

H	GL	P VALOR
74,23	8	0,000
78,37	8	0,000

Capítulo 6. Conclusiones y Recomendaciones

6.1 Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos en el diseño factorial 3^2 para evaluar los efectos en la variabilidad de color en un polvo compacto se concluye que:

- La presión de trabajo empleada en el proceso de manufactura del polvo compacto es un factor influyente en la medida del color, de acuerdo a los resultados obtenidos en el análisis de varianza.
- Los equipos de compactación no muestran un efecto estadísticamente representativo en la respuesta de la medición de color.
- No se evidencia interacción entre la presión y los equipos de compactación, por lo que se puede inferir que no hay combinaciones de riesgo sobre la confiabilidad de la medición de color.
- Al validar el modelo, se observa que se cumple con el supuesto de homogeneidad de varianzas, no se cumple con la prueba de normalidad de los residuales y se cumple con la prueba de independencia lo que indica que el modelo es apropiado para evaluar los factores que afectan la variabilidad de color de un polvo compacto

6.2 Recomendaciones

Los autores recomiendan:

- Con base en los resultados obtenidos, es determinante para el proceso productivo de polvos compactos establecer y definir la presión de trabajo en las diferentes etapas de manufactura.
- Aplicar este tipo de diseños y análisis estadísticos para otras familias de polvos compactos dado que las condiciones óptimas de presión dependen de su formulación.

Capítulo 7. Referencias

- 1 Aguilar Orozco C. (2011). *Optimización del proceso de fabricación de productos de tocador y limpieza en una industria cosmética de ventas por catálogo*. Universidad de San Carlos de Guatemala., Guatemala
- 2 ANDI. (2013). *Industria de Cosmética y de Aseo en Colombia*. Bogotá. Recuperado el 08/05/2017 de: https://issuu.com/agencia_central/docs/informe_andi.
- 3 ANDI. (2015). *Informe de comercio exterior*. Bogotá. Recuperado el 08/05/2017 de: <http://www.andi.com.co/cica/Documents/Informe%20Comercio%20Exterior%20ENE%20-%20ABR%202014%20-%202015.pdf>
- 4 Amaya, R (sin información de año), *Calidad en cosméticos*. Recuperado el 05/05/2017 de: <http://www.innovacion.gob.sv/inventa/attachments/article/4288/Calidad%20en%20Cosmeticos.pdf>.
- 5 Box, G. E. P and Wilson, K. B. (1951). "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions". *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* (13).
- 6 Diez Vargas S, Salazar Palacio J, (2014). *Análisis de atributos valorados por mujeres de estrato medio en el mercado de polvos compactos*, Universidad Eafit, Medellín, Colombia.
- 7 Evans James R, L. W. M. (2005). *Administración Y control de la Calidad (Sexta ed.)*. Editorial Thomson, D.F., México.
- 8 Euromonitor International. (2012). *Beauty and Personal Care in Colombia*. Recuperado el 09/05/2017 de: <http://www.euromonitor.com/beauty-and-personal-care-in-colombia/report>
- 9 González Ramírez B, y López Bautista E. (2014). *Diseño y análisis de experimentos (Segunda ed.)*. Universidad de San Carlos de Guatemala., Guatemala.

- 10 Gutiérrez Pulido H. y de la Vara Salazar R. (2005). *Control Estadístico de la Calidad y Seis Sigma*. McGraw-Hill. Guanajuato, México.
- 11 Gutiérrez Pulido H. y de la Vara Salazar R. (2005). *Diseño de experimentos*. McGraw-Hill. Guanajuato, México.
- 12 Izquierdo, L. I., Tanco, M., Viles, E., & Sánchez-Arjona, M. J. Á. (2007). *El diseño de experimentos como herramienta para la mejora de los procesos. Aplicación de la metodología al caso de una catapulta*. *Revista Tecnura*, 10(20), 127-138.
- 13 Kuehl, R. O. R. O. (2001). *Diseño de Experimentos: Principios estadísticos para el diseño y análisis de Investigaciones*. Thomson Learning, México.
- 14 Montgomery, C. (2001). *Introductions of Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons, New York.
- 15 Montgomery, D. C. (2004). *Diseño y análisis de experimentos (segunda ed.)* Limusa Wiley.
- 16 Quinn, G. P., & Keough, M. J. (2002). *Experimental design and data analysis for biologists*. Cambridge University Press.
- 17 Taguchi, G. (1987). *System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Cost*. Quality Resources, White Plains, New York.