

**UN MODELO VEC PARA LAS ELASTICIDADES DEL ÍNDICE DE TASA
DE CAMBIO REAL DE BIENES TRANSABLES, DEUDA TOTAL, E
ÍNDICE DE TÉRMINOS DE INTERCAMBIO EN COLOMBIA DURANTE EL
PERIODO 2008-2016.**



NATALIA IBONE GALVIS BUENAVENTURA

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
PROGRAMA DE ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA
BOGOTÁ, D. C.
AÑO 2016**

**UN MODELO VEC PARA LAS ELASTICIDADES DEL ÍNDICE DE TASA
DE CAMBIO REAL DE BIENES TRANSABLES, DEUDA TOTAL, E
ÍNDICE DE TÉRMINOS DE INTERCAMBIO EN COLOMBIA DURANTE EL
PERIODO 2008-2016.**

NATALIA IBONE GALVIS BUENAVENTURA

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE ESPECIALISTA EN
ESTADÍSTICA APLICADA**

DIRECTOR

HEIVAR YESID RODRÍGUEZ PINZÓN

Mg. Ciencias Económicas

**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
PROGRAMA DE ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA
BOGOTÁ, D. C.
AÑO 2016**

Nota de aceptación



Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Bogotá D.C. y fecha (26, 11, 2016)



Las directivas de la Fundación Universitaria los libertadores, los jurados calificadores y el cuerpo docente no son responsables por los criterios e ideas expuestas en el presente documento.

Estos corresponden únicamente al autor.

CONTENIDO

	Pág.
1. INTRODUCCIÓN.....	7
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:	7
1.2. PREGUNTA DE INVESTIGACION:	7
1.3. JUSTIFICACIÓN	8
1.4. OBJETIVOS	8
2. MARCO DE REFERENCIA	9
3. MARCO TEORICO	15
3.1. Contrastes para la cointegracion.....	17
3.1.1. Prueba de significancia en la traza:	18
3.1.2. Prueba de significancia en el máximo auto valor:.....	18
3.2. Elección del modelo	19
3.3. Las variables:	19
3.3.1. Elasticidad del índice de tipo de cambio real evaluado a través del Índice de Precios del Productor bienes transables:	20
3.3.2. Elasticidad del índice de términos de intercambio:	21
3.3.3. Elasticidad del índice de la deuda total colombiana en USD:	21
4. MARCO METODOLÓGICO	22
5. ANALISIS Y RESULTADOS	23
5.1. Representación gráfica de las variables:.....	23
5.2. Prueba de Raíz unitaria:.....	24
5.2.1. Primera diferencia	26
5.3. Prueba de Johansen: Análisis de Causalidad (VAR) o Cointegracion (VEC) según corresponda.....	28
5.4. Elección del Modelo	29
5.5. Elaboración de la función de impulso y respuesta para las variables a analizar.	31
5.6. Pruebas de los residuales	33
5.6.1. Normalidad multivariada	33
5.6.2. Prueba de auto correlación: Correlograma	34
5.6.3. Prueba de Portmanteau.....	35
5.7. Prueba de Estabilidad	36

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	37
7. REFERENCIAS	38

LISTADO DE GRAFICAS

Grafica 1 Elasticidad ITCR_IPP y Elasticidad I_TDI.....	23
Grafica 4 Series estacionalizadas	28
Grafica 5 Función impulso y respuesta DITDI - DITDYPY	32
Grafica 6 Función impulso y respuesta DITDI - DTCRIPP	33
Grafica 7 Prueba de auto correlación	35
Grafica 8 Prueba de estabilidad raíces inversas de polinomios AR	37

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1 Prueba de Raíz Unitaria Elasticidad del Índice términos de intercambio..	25
Tabla 2 Prueba de Raíz unitaria Elasticidad del Índice deuda total.....	25
Tabla 3 Prueba de Raíz unitaria Elasticidad Índice de tasa de cambio real IPP ...	25
Tabla 4 Prueba de Raíz Unitaria Primera diferencia de la Elasticidad del Índice términos de intercambio	26
Tabla 5 Prueba de Raíz unitaria Primera diferencia de la Elasticidad del Índice deuda total.....	26
Tabla 6 Prueba de Raíz unitaria Primera diferencia de la Elasticidad Índice de tasa de cambio real IPP	27
Tabla 7 Prueba de Johansen	29
Tabla 8 Criterios para la elección del modelo.....	29
Tabla 9 Ajuste del modelo VEC (3) para las variables DITDI, DITDYPY, DTCRIPP	30
Tabla 10 Prueba de normalidad residual VEC	33
Tabla 11 Prueba de Auto correlación residual Portmanteau	36

1. INTRODUCCIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:

El presente trabajo busca conocer cuál es la relación que tienen tres principales variables macroeconómicas como lo son Elasticidad del índice de términos de intercambio, en relación a la Elasticidad del índice de tipo de cambio real como estimador el índice de precios del productor (bienes transables) y la Elasticidad del índice de la deuda total colombiana en USD, como variables susceptibles a choques externos e internos de política monetaria, cambiaria y fiscal; valoradas en un contexto de modelos robustos de estadística de series de tiempo multivariadas, las pruebas serán evaluadas al 5% para los periodos mensuales comprendidos entre Enero del 2008 a Junio del 2016, en los cuales serán estimadas como elasticidades para analizar la variación que tienen una respecto a la otra, de esta forma encontrar la sensibilidad entre las variables y una posible dependencia por lo tanto ¿Existe una relación más allá de la teoría económica que sea posible evaluar las elasticidades del índice de términos de intercambio, en relación al índice de tipo de cambio real como estimador el índice de precios del productor (bienes transables) y el índice de la deuda total colombiana en USD a través de sus datos en las series macroeconómicas?

1.2. PREGUNTA DE INVESTIGACION:

¿Existe una relación más allá de la teoría económica que sea posible evaluar las elasticidades del índice de términos de intercambio, en relación al índice de tipo de cambio real como estimador el índice de precios del productor (bienes transables) y el índice de la deuda total colombiana en USD a través de sus datos en las series macroeconómicas?

1.3. JUSTIFICACIÓN

La sustentación del presente trabajo radica en investigar los efectos y las relaciones de las variables de la economía internacional (sector externo). A través del índice de términos de intercambio que es la relación de los precios de las exportaciones vs las importaciones en relación al índice de tasa de cambio real como estimador el índice de precios del productor que es la comparación de canasta de bienes transables de la economía local con respecto a los principales socios comerciales, y el índice de deuda total es la deuda pública y privada actual representada en préstamos bancarios, créditos comerciales o de proveedor, títulos de deuda (bonos) y arrendamiento financiero; son indicadores altamente utilizados para medir términos de competitividad, y como evaluar la relación entre ellas para una posible reestructuración de política, a través de un modelo VEC que se explicara más adelante.

1.4. OBJETIVOS

Objetivo General:

Determinar la relación macroeconómica de las variables analizadas a través de modelos de series de tiempo multivariada como lo es el modelo VEC de corrección de errores.

Objetivos Específicos

- Analizar el comportamiento de la variable Elasticidad del índice de términos de intercambio respecto a las variables, Elasticidad del índice de tipo de cambio real para IPP bienes transables y Elasticidad del índice de la deuda total colombiana.
- Evaluar la relación entre las variables

- Identificar el mejor modelo VEC para el análisis de las variables estudiadas.
- Mencionar las principales características encontradas del análisis de variables macroeconómicas.

2. MARCO DE REFERENCIA

Este tipo de modelos son comúnmente utilizados para analizar variables temporales económicas como (Larrosa, 1990) para el caso argentino en el cual se evalúan la balanza comercial, tipo de cambio real, y las variaciones en los términos de intercambio para el periodo de 1970 – 1990, analizan las relaciones instantáneas de las series, a través de un modelo VAR con corrección de errores también (VEC), además presentan el correspondiente análisis de impulso y respuesta y la descomposición unitaria, encuentran una fuerte presencia de choques permanentes, para destacar el hallazgo de que un choque positivo en los términos de intercambio lleva consigo un efecto negativo en el tiempo en la balanza comercial, y una depreciación real en el tipo de cambio muestra una mejora en la balanza comercial, además enfatizan que el análisis de las series y los resultados tienden hacer simples y no se analiza los impactos generales que implican para la economía argentina.

Así mismo (Misas & Posada, 2000) para analizar los términos de intercambio, el producto real, el gasto público real, y la base monetaria nominal para el caso colombiano, integraron el análisis de los ciclos económicos con el comportamiento del crecimiento económico para Colombia de los años 20's al 1997, y el análisis de los choques sean positivos o negativos a partir de cambios en la oferta con el inicio y difusión en el tiempo de las fluctuaciones causadas por estos. En este trabajo los autores lograron una extensión de la serie del producto indicada como

la principal fuente de información respecto al crecimiento de la economía, concluyendo consigo que las principales coyunturas fuesen explicadas y soportadas por el conocimiento previo al análisis siendo la magnitud de las brechas sensibles al tamaño de la muestra, lo que claramente indica que los problemas de medición que se han presentado a través del tiempo de las variables económicas del país como principal limitante en análisis.

Igualmente (Echavarría, López, & Misas, 2009) a través de un modelo VAR estructural (SVAR) en el corto plazo evalúan el impacto de las intervenciones cambiarias y de la política monetaria sobre la tasa de cambio, al estimar dicho modelo encuentran que la metodología empleada no cumple con lo propuesto inicialmente que es analizar en su conjunto los dos tipos de política, para ello indican que no tuvieron en cuenta una variable que recogiera las expectativas de inflación o la expectativa de una tasa de cambio futura, y concluyen que es necesario nuevas investigaciones en el campo. A su vez analizan lo encontrado con las variables estudiadas para la tasa de cambio nominal encuentran que se devalúa cuando se interviene el mercado cambiario, cuando se presenta aumentos en la inflación y se reducen los términos de intercambio, pero el impacto suele variar, adicional a esto se perciben incrementos en la tasa de cambio los primeros meses dada la inflación y compras de divisas, en cambio la tasa de cambio se ve afectada por los términos de intercambio para un mes 11, el impacto sobre la tasa de cambio nominal y de los choques nominales en políticas de intervención, política monetaria y la demanda de dinero de acuerdo a lo indicado por la descomposición de la varianza se comporta de manera similar a los choques reales que se ven en cambios de nivel de producto y términos de intercambio estos últimos siendo más rápidos que los anteriormente descritos. A pesar que el modelo no funciona para pronosticar o realizar análisis más profundos ayuda al análisis del comportamiento de variables importantes en el sentido macroeconómico.

Con respecto a los términos de intercambio (Clavijo, Regules, & Bogliaccini, 2005) generan dos modelos teóricos en el contexto uruguayo que demuestran que el

salario real depende positivamente de la evolución de los términos de intercambio teniendo una relación positiva en el largo plazo, esta relación es sustentada por los modelos tradicionales de comercio a través de la intensidad relativa de factores, en especial intensivos en mano de obra lo que se asegura que es una economía en vías de desarrollo ya que se ajusta a los choques exógenos de los precios relativos de las commodities; el modelo de corte microeconómico no hace supuestos sobre la especialización de los factores de producción, ni sobre la dotación inicial de factores, los principales resultados indican que la evolución del salario real depende de los términos de intercambio de los productos que se comercializan con otros países, esto conlleva a que las políticas que están dirigidas a los consumidores (asalariados) para aumentar el poder adquisitivo (compra) son restringidas dado que depende de los factores externos.

Por otra parte (Bigio & Salas, 2006) en la política monetaria y el tipo de cambio real para la economía peruana, enfocaron su trabajo en explorar las variaciones que tienen las posiciones de la política monetaria y el tipo de cambio real para una economía parcialmente dolarizada en temas como la inflación, y el producto teniendo como resultado que la política monetaria tiene efectos fuertes en el producto en épocas de recesión o crecimiento lento en las economías, y en épocas de prosperidad o auge la relación es positiva para la inflación, en el caso de la relación que tiene la tasa de cambio real sugiere depreciaciones que contraen la economía en el corto plazo lo que equivaldría a lo conocido como efecto hoja de balance es decir que existe efecto de tipo patrimonio (negativo) y/o de competitividad (positivo) que llegan a ser nocivos para épocas de recesión, mencionan parcialmente las implicaciones de un posible análisis de la curva de Philips pero no se realiza lo cual hubiese sido de gran ayuda para el análisis de forma más concreta los efectos de la política monetaria e incluso un análisis más profundo del efecto hoja de balance.

Por su parte (Calderón, 2004) quien analiza el tipo de cambio real (TCR) para la economía Chilena, utiliza la cointegración de Johansen y un análisis de robustez para la TCR con una canasta ampliada, entre los principales hallazgos de este

estudio se encuentra a largo plazo una relación entre la tasa de cambio real y los términos de intercambio y el gasto del gobierno, así mismo los términos de intercambio tiene una relación significativa sobre la tasa de cambio real, también encuentran que la depreciación del peso chileno se ve reflejada en un mayor endeudamiento externo y una caída en los términos de intercambio, así mismo busca un modelo para evaluar el tipo de cambio de tendencia de la TCR y el modelo cambia de acuerdo a la muestra empleada, el análisis es muy enriquecedor en cuanto al análisis histórico de la tendencia de la variable evaluada, pero el estudio no va más allá de ser un análisis descriptivo.

Las ideas expuestas por (Rodríguez Pinzón, 2011) analiza para el caso colombiano el precio promedio mensual del petróleo WTI de referencia e IPC de Colombia, variables a las que se les debió transformar para cumplir con las especificaciones del modelo VAR, se llega a la conclusión que en Colombia el precio del petróleo (WTI) ha sido la principal causa de la importación de la inflación, adicional a esto al ser un país exportador de petróleo el precio del mismo afecta gravemente a la economía, que se ve reflejado a través del costo de vida evaluado como IPC o “inflación”, este fenómeno va ligado a países exportadores ya que incita al alza, en cambio para los países importadores este se puede controlar a través del control de precios, el análisis se puede complementar con la inclusión de otras variables económicas que pueda influenciar en el comportamiento del precio del petróleo.

De acuerdo con (Arteaga, Granados, & Ojeda Joya, 2012) analizan la tasa de cambio real (TCR) a través del análisis Bassala – Samuelson la cual permite determinar la temporalidad donde la serie se encuentre alejada de la relación de cointegración, este análisis se centra en los movimientos de los activos a corto plazo y el consumo a mediano plazo analizado por los fundamentales, y se complementa el análisis de largo plazo con la metodología VEC para evaluar la TCR respecto a las variables denominadas como fundamentales en la literatura económica como lo son TRM, gasto, productividad, términos de intercambio, consumo público, tasa de interés de los bonos del tesoro, entre otras, dando

consigo apreciaciones y depreciaciones entre las interacciones de las variables, una de las más importantes es la tendencia entre las variables de TCR y los términos de intercambio que desde 2003 siguen la misma tendencia hasta la fecha y que las variaciones del consumo del gobierno influye en la dinámica de dicha variable, los autores introducen la posibilidad de ampliar el análisis a un modelo panel de contraste entre países lo cual sería muy interesante de evaluar.

Al comparar estas evidencias con (Otero, 1997) , se encuentra que él analiza la tasa de cambio real (TCR) junto con el precio externo del café, el saldo de la deuda externa (privada), el gasto corriente del gobierno central para lo cual incrementos de estas variables se ve reflejado en una apreciación de la variable principal analizada y se deprecia ante respuestas e intervenciones de política monetaria como lo es las medidas proteccionistas, adicional a esto encontró que no depende de desequilibrios del mercado monetario, el periodo analizado por el autor es muy corto pero hace un importante análisis de las relaciones de algunas variables macroeconómicas importantes de análisis.

A estos elementos se le suman el análisis realizado por (Licandro & Masoller, 2000) donde se evalúa la composición optima de las divisas que conforman la deuda pública uruguaya, a través del análisis entre el sesgo de la deuda en moneda extranjera y el riesgo presupuestal que está implícito en los instrumentos en dólares. La deuda no está compuesta solo de un valor que cuantifica la responsabilidad de pago también implícitamente esta evaluada en términos de la tasa de inflación, la tasa de depreciación real, la tasa de interés internacional, la tasa de variación del salario real y la tasa de crecimiento del producto para lo cual utilizan los modelos VAR para el análisis correspondiente; uno de los principales hallazgos es el que involucra a la TCR con una alta variabilidad causada por el abandono de la “Tablita” un sistema de paridad cambiaria lo que produjo una variabilidad excesiva en el presupuesto público, adicional a esto encontraron que el portafolio de la deuda provoca que el costo de la misma sea pro-cíclico y es catalogado como perverso porque cuando a la economía nacional está en un mal momento, este se comporta peor.

Para Colombia (Vásquez & Basto, 2004) analizaron la deuda a través de un VAR estructural (SVAR) encontrando consigo una desviación del nivel de deuda de su nivel de equilibrio, esto puede verse justificado en gran parte por la relación que existe con las variaciones en la inflación, tasa de cambio, tasa de interés interna, y la tasa de interés externa (algo anteriormente justificado por Licando & Masoller) y congruente con un análisis estructural, por ende estas variables y su volatilidad corresponden a variables de “riesgo” como lo indican los autores para la deuda, ante esto el análisis de dichas variables se convirtió en algo imperante encontrando que las volatilidades de la inflación y tasa de cambio son las que más afectan la deuda total representado con una mayor volatilidad. En cuanto a la composición de la deuda total se evidencio que el desequilibrio de la deuda externa (59%) fue la que más aportó en la distancia entre el equilibrio y los datos reales, en comparación con la deuda interna (41%), a lo que los autores hacen un llamado a un ajuste para revertir la tendencia imperante, adicional a esto se hace necesario ampliar el análisis a el costo por el servicio de la deuda.

Las variables como la elasticidad del índice de la tasa de cambio real, estimada a través de los datos calculados por el Banco de la república a través del ITCR_IPP (Índice de tasa de cambio real para el índice de precios del productor) como lo indica (Fernández Pinto, 2013) tiene la posibilidad de ayudar a las economías en épocas de crisis no directamente sino a través de los efectos que tiene en la cuenta corriente en donde se encuentra la balanza comercial, la balanza de pagos y en las reservas internacionales, es decir que esta variable ayuda a mitigar los efectos de los choques externos negativos tanto en el sector real como en el financiero disminuyendo la fluctuación e incentivando la producción e incluso la inversión.

3. MARCO TEORICO

La metodología de los modelos de vector auto regresivos (VAR) por (Sims, 1980); son utilizados cuando se requiere caracterizar las relaciones simultaneas de una serie de variables, adicional a esto tienen la ventaja que no incurrir en problemas de especificación (Novales, 2011).

Dentro de este marco (Pindyck, Rubinfeld, & Arellano, 2001) afirman que las auto regresiones vectoriales (VAR) proporcionan el medio para especificar una estructura más dinámica en un modelo económico. Para este tipo de modelos se debe especificar dos cosas: 1) las variables (endógenas y exógenas) que se cree que interactúan y que, por lo tanto, deberían incluirse como parte del sistema económico que se está tratando de modelar, y 2) el mayor número de rezagos necesarios para capturar la mayor parte de los efectos que tienen las variables entre sí, las ecuaciones del modelo están limitadas a ser lineales, así que no hay necesidad de preocuparse por formas funcionales.

En efecto (Andrade, Martínez, da Conceição Rebuge, & González, 2007) Indican que podrán ser utilizados este tipo de modelos en la estimación de parámetros de interés útiles a la formulación de políticas, pues permiten obtener la descomposición de la varianza y las funciones impulso respuesta, con estos modelos se pueden explicar:

1. El tiempo de reacción de las respuestas a los choques
2. La dirección, el patrón y la duración de estas respuestas
3. La intensidad de interacción entre las diversas variables contenidas en el VAR

Los modelos VEC, están dentro de los modelos VAR anteriormente descritos, incluyen la corrección de errores (MCE), el termino de corrección de errores corresponde a combinaciones lineales (estacionarias), que podrían emplearse para predecir como un VAR pero a través de la función impulso y respuesta para conocer el comportamiento de las series, este modelo tiene otras implicaciones

como es el contraste de cointegración de Johansen que puede hacer este cálculo (cointegración) sin importar el número de series que se tengan en el modelo, puede analizar la exogeneidad de las variables en el VAR (Medina, 2015), ya que tienen en cuenta los vectores de cointegración para dicho modelo. Este tipo de modelos son empleados cuando se tiene soporte teórico de que las variables se relacionan en el largo plazo entre una o más series de datos evaluados (un punto a favor para este modelo ya que los modelos VAR evalúan relaciones en el corto plazo) en la primera diferencia I (1), ya que el modelo especifica una cointegración a largo plazo de las variables endógenas, parte de un vector auto regresivo de orden p es definido a continuación.

$$y_t = \mu + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon \quad (1)^1$$

La expresión matemática de un modelo VEC se puede representar como VAR(p-1) con la corrección de las series no estacionarias y se encuentran transformadas de acuerdo a su orden de integración.

Este tipo de modelos no se usan para predecir como lo hacen normalmente los modelos VAR, los modelos VEC se emplean para analizar la cointegración entre variables para lo cual se emplea el contraste de Johansen, adicional a esto se emplean para determinar la exogeneidad de las variables en un VAR (Medina, 2015).

$$\Delta y_t = \sum_{t=1}^{p-1} \vartheta_t \Delta y_{t-1} + \pi y_{t-1} + Bx_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

Donde:

y distribuida como I(1) → vector variables endógenas

x distribuida como un vector variables exógenas

¹ y es un vector n dimensional que esta expresada con la primera diferencia orden(1), por lo tanto es un vector de errores ε .

ε distribuida como un vector ruidos blancos

$\pi \rightarrow$ mt.multiplicadores.largo.plazo

$\vartheta, B \rightarrow$ mt.coeficientes.efectos.corto.plazo

3.1. Contrastes para la cointegracion

El contraste de cointegracion de Johansen como lo indica (Porto Pinilla, 2013) se basa en el análisis del rango de la matriz de multiplicadores de largo plazo π el cual debe ser diferente de cero para que se cumpla la condición de que y_t (variables endógenas) sean estacionarias la cual es una condición para realizar un modelo VEC junto con la condición de que las variables sean cointegradas.

Si los coeficientes de la matriz π tienen un rango $r < n$, entonces existe $n \times r$ matrices α y β , cada una con un rango r tal que $\pi = \alpha\beta'$ y βy_t es estacionario.

Donde:

r es el número de relaciones de cointegracion

α se definen como los parámetros de ajuste en el modelo VEC

β es el vector de cointegracion

El máximo estimado de β define la combinación y_{t-1} que ofrece las correlaciones máximas de Δy_t con y_{t-1} después de corregir las diferencias rezagadas y las variables determinísticas en el tiempo t .

Johansen propone dos pruebas de significancia, de estos estadísticos se pueden llegar a concluir si existen uno o más vectores o relaciones de cointegracion, y parten del supuesto que no hay raíz unitaria.

Con respecto a la raíz unitaria (Guerra, 1995) menciona que las series económicas tienden a tener raíz unitaria, se dice que una serie de tiempo tiene una o más raíces unitarias si la serie en referencia necesita ser diferenciada una o

más veces para que sea estacionaria, por lo que al evaluar la existencia raíces unitarias es comprobar si las series son estacionarias o no.

3.1.1. Prueba de significancia en la traza:

Ho: r vectores de cointegracion

Ha: n vectores de cointegracion

$$J_{traza} = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \tilde{\lambda}_i) \quad (3)$$

Donde:

T es el tamaño de la muestra

$\tilde{\lambda}_i$ es la i-ésima correlación canónica más alta

3.1.2. Prueba de significancia en el máximo auto valor:

Ho: r vectores de cointegracion

Ha: r + 1 vectores de cointegracion

$$J_{max} = -T \ln(1 - \tilde{\lambda}_{r+1}) \quad (4)$$

Donde:

T es el tamaño de la muestra

$\tilde{\lambda}_i$ es la i-ésima correlación canónica más alta

En todo caso (Medina, 2015) considera que se debe aplicar la teoría económica para determinar cuáles de las diferentes relaciones de cointegracion se deben aplicar para el modelo VEC, esta estimación supone la maximización de la función de verosimilitud esta podría estar sujeta o no a alguna restricción para lograr dicha identificación, lo más importante de esta relación es probar que la información

contenida en las variables soporte las relaciones evaluadas, que deben ajustarse a la teoría económica.

3.2. Elección del modelo

La elección del modelo optimo se realizará a través del AIC (el criterio de información de Akaike) el cual es diseñado para reducir al mínimo la varianza del error, no pretenden seleccionar el modelo correcto, admite que el modelo correcto puede no estar entre los estimados, es un criterio optimo ya que trata de obtener el modelo que proporcione mejores predicciones existentes.

$$AIC(k) = -2 \ln \mathcal{L}[\hat{\theta}(k)] + 2k \quad (5)$$

Donde:

$\mathcal{L}[\theta(k)]$ es la función de verosimilitud de las observaciones

$\hat{\theta}(k)$ es la estimación máximo verosímil del vector de parámetros θ

k es el número de parámetros independientes estimados dentro del modelo

$\ln$ es el logaritmo neperiano

Una de sus principales ventajas según (Caballero, 2011) es la practicidad ya que no requiere acudir a alguna tabla para poderse interpretar, no existe un problema de especificar sugestivamente un nivel de significancia arbitrario para contrastar modelos.

3.3. Las variables:

Las variables a utilizar están en términos de Elasticidades ya que se busca encontrar las variaciones porcentuales, ya que miden la sensibilidad de una variable frente a la otra como lo son:

- 1) Elasticidad del índice de tipo de cambio real para IPP bienes transables,
- 2) Elasticidad del índice de términos de intercambio,
- 3) Elasticidad del índice de la deuda total colombiana.

3.3.1. Elasticidad del índice de tipo de cambio real evaluado a través del Índice de Precios del Productor bienes transables:

El índice del tipo de cambio real evaluado a través del índice de precios del productor equivalente a los bienes transables de la economía $ITCR_IPP$, hace parte de las series disponibles del Banco de la Republica de Colombia en la Gerencia técnica, la cual corresponde a la relación del tipo de cambio nominal del peso colombiano con respecto al conjunto de monedas externas, utiliza las ponderaciones totales² considerando el IPP³ Índice de precios del productor como deflactor, lo que indica que su canasta la conforman bienes transables y refleja mejor los cambios en los precios relativos de los bienes, dicha variable fue transformada por logaritmo dejándola expresada como elasticidad .

$$Ln(ITCR_IPP) = \ln\left(ITCR = \frac{P^*S}{PS^*}\right) \quad (6)$$

Donde:

- P^* Índice de precios externos
 P Índice de precios internos
 S Índice de tasa de cambio interna

² Las ponderaciones totales corresponden a la participación móvil de orden 12 de cada país en el comercio exterior colombiano (importaciones y exportaciones) con los 22 principales socios.

³ Con excepción de Panamá para el que se utiliza el IPC como deflactor.

S* Índice de tasa de cambio externa

3.3.2. Elasticidad del índice de términos de intercambio:

El índice de términos de intercambio (es la razón entre el precio de las exportaciones y el precio de sus importaciones) es el total de los términos de intercambio proporcionado por las estadísticas aduaneras DIAN- DANE, a través de la metodología de (Garavito, López, & Montes, 2011), la cual ha sido transformada a logaritmo dejándola expresada como elasticidad.

$$Ln(I_TDI) = \ln \left(ITI = \left(\frac{p_x}{p_m} \right) * 100 \right) \quad (7)$$

Donde:

Px precios de las exportaciones locales

Pm precios de las importaciones

3.3.3. Elasticidad del índice de la deuda total colombiana en USD:

El índice de la deuda total colombiana en USD de acuerdo a la descripción del Banco de la república está compuesto por el total de la deuda pública y privada de corto y largo plazo en dólares, de acuerdo a la metodología del Banco de la Republica de Colombia en el cual no incluye pasivos de corto plazo por inversiones de portafolio en Colombia. (Títulos de deuda pública y acciones adquiridas por inversionistas directos en el mercado local), El flujo neto de la deuda externa no necesariamente corresponde a la variación del saldo, ya que este último incluye el efecto por tasa de cambio, al igual que las variables anteriormente descritas esta fue transformada a logaritmo quedando expresada en elasticidad.

$$\ln(I_TDPYP) = \ln(TDPYP = (DP_c + DP_l + DPP_c + DPP_l)) \quad (8)$$

Donde:

DP_c Deuda pública de corto plazo

DP_l Deuda pública de largo plazo

DPP_c Deuda privada de corto plazo

DPP_l Deuda privada de largo plazo

4. MARCO METODOLÓGICO

La metodología a emplear consta de 8 pasos los cuales se describirán a continuación:

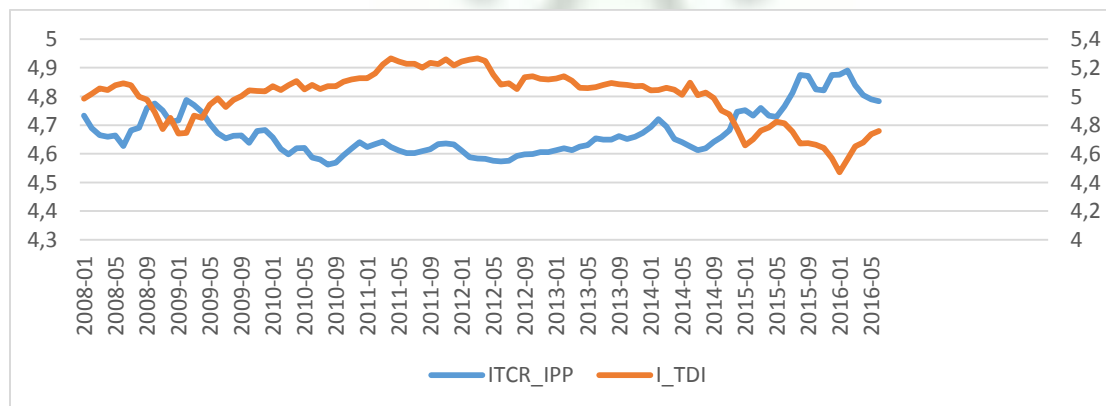
1. Representación gráfica de las variables
2. Prueba de Raíz unitaria
3. Análisis de Causalidad o Cointegración según corresponda
4. Elección del mejor modelo
5. Elaboración de la función de impulso y respuesta para las variables a analizar.
6. Pruebas de los residuales
 - 6.1 Normalidad multivariada
7. Prueba de auto correlación
 - 7.1 Correlograma
 - 7.2 Prueba de Portmanteau
8. Prueba de Estabilidad

5. ANALISIS Y RESULTADOS

5.1. Representación gráfica de las variables:

Las variables representadas en la Grafica 1, Elasticidad del índice de tasa de cambio real evaluada a través del índice de precios del productor equivalente a los bienes transables de la economía y la Elasticidad del índice de términos de intercambio, tienen un comportamiento inverso entre ellas ampliamente justificado por la teoría económica donde al tenerse incrementos en la tasa de cambio real es decir apreciación de una moneda extranjera sobre la moneda nacional conlleva a una disminución de la relación de intercambio de los bienes en la economía al no poderse adquirir la misma cantidad de bienes en un escenario contrario de depreciación de la moneda extranjera donde la moneda nacional adquiere poder adquisitivo y por ende la adquisición de bienes aumenta es decir los términos de intercambio son favorables para la economía local.

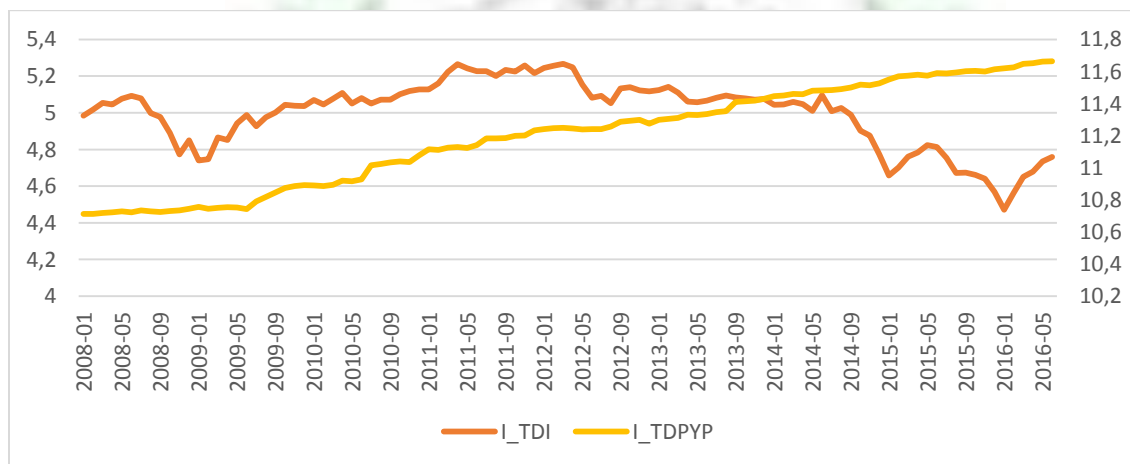
Grafica 1 Elasticidad ITCR_IPP y Elasticidad I_TDI



Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Banco de la Republica, DANE-DIAN.

En la Grafica 2, están representadas las variables Elasticidad del índice de deuda total colombiana en USD y la Elasticidad del índice de términos de intercambio el comportamiento de estas dos variables es similar a lo sucedido en la Grafica 1, se encuentra una relación inversa en las variables en el mes de diciembre del 2013, la elasticidad del índice de deuda total colombiana en USD presenta una tendencia creciente a partir de ese año es decir que de acuerdo a lo que compone esta variable (Banrep) el financiamiento obtenido bajo las modalidades de préstamos bancarios, créditos comerciales o de proveedor, títulos de deuda (bonos) y arrendamiento financiero, se incrementaron, caso contrario ocurrió con la elasticidad del índice de términos de intercambio con los precios de las exportaciones mayores a las importaciones esta disminuyo, convocando a una reestructuración en la composición de este índice justificado posiblemente por la recomposición de la deuda en posibles préstamos para capital productivo.

Grafica 2 Elasticidad I_TDI y Elasticidad I_TDPYP



Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Banco de la Republica, DANE-DIAN.

5.2. Prueba de Raíz unitaria:

Al realizarse la prueba de Raíz unitaria las variables, Tabla 1. Elasticidad del índice de términos de intercambio, Tabla 2. Elasticidad del índice de la deuda total colombiana en USD, Tabla 3. Elasticidad del índice de tipo de cambio real evaluado a través del Índice de Precios del Productor bienes transables, son no estacionarias por lo tanto tienen raíces unitarias y es necesario que sean evaluadas en una diferenciación I (1).

Ho: las variables tienen raíz unitaria – No son estacionarias $p > 0,5$

Ha: las variables no tienen raíz unitaria – son estacionarias $p < 0,5$

Tabla 1 Prueba de Raíz Unitaria Elasticidad del Índice términos de intercambio

Null Hypothesis: I_TDI has a unit root

Exogenous: Constant

Bandwidth: 2 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-1.168189	0.6858
Test critical values: 1% level	-3.496346	
5% level	-2.890327	
10% level	-2.582196	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico.

Tabla 2 Prueba de Raíz unitaria Elasticidad del Índice deuda total

Null Hypothesis: I_TDPYP has a unit root

Exogenous: Constant

Bandwidth: 7 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-0.410317	0.9023
Test critical values: 1% level	-3.496346	
5% level	-2.890327	
10% level	-2.582196	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico.

Tabla 3 Prueba de Raíz unitaria Elasticidad Índice de tasa de cambio real IPP

Null Hypothesis: ITCR_IPP has a unit root

Exogenous: Constant

Bandwidth: 6 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-1.543144	0.5078
Test critical values:		
1% level	-3.496346	
5% level	-2.890327	
10% level	-2.582196	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico.

5.2.1. Primera diferencia

Al someter las variables a la primera diferencia y evaluarlas nuevamente en la prueba de raíz unitaria se tiene que las series se vuelven estacionarias, como se puede ver en la Tabla 4, Tabla 5, Tabla 6.

Ho: las variables tienen raíz unitaria – No son estacionarias

Ha: las variables no tienen raíz unitaria – son estacionarias

Tabla 4 Prueba de Raíz Unitaria Primera diferencia de la Elasticidad del Índice términos de intercambio

Null Hypothesis: DITDI has a unit root

Exogenous: Constant

Bandwidth: 6 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-9.058564	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.497029	
5% level	-2.890623	
10% level	-2.582353	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

Tabla 5 Prueba de Raíz unitaria Primera diferencia de la Elasticidad del Índice deuda total

Null Hypothesis: DITDYPY has a unit root

Exogenous: Constant

Bandwidth: 8 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob. *
Phillips-Perron test statistic	-9.833036	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.497029	
5% level	-2.890623	
10% level	-2.582353	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

Tabla 6 Prueba de Raíz unitaria Primera diferencia de la Elasticidad Índice de tasa de cambio real IPP

Null Hypothesis: DTCRIPP has a unit root

Exogenous: Constant

Bandwidth: 25 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob. *
Phillips-Perron test statistic	-7.817585	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.497029	
5% level	-2.890623	
10% level	-2.582353	

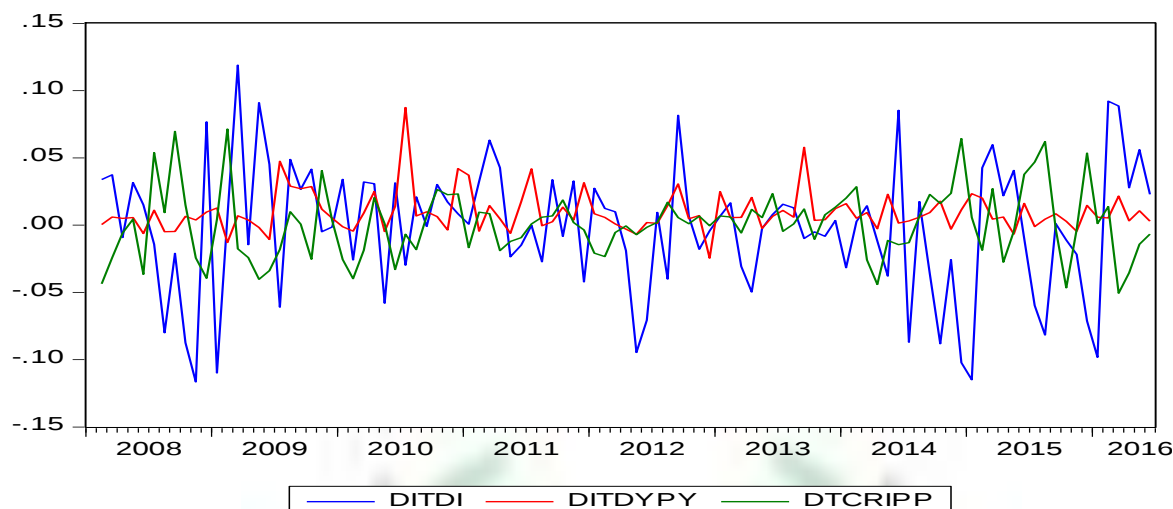
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

Las series estacionalizadas Grafica 3 se mantienen en el rango de .10 y -.10, la diferencia de la deuda total se mantiene sin mayores fluctuaciones en el tiempo con un salto en el 2009 con un incremento de la deuda pública de largo plazo y en 2010 el incremento de la deuda privada de largo plazo, a mediados del 2013 tanto la deuda pública como privada de largo plazo tuvo un incremento el cual se ve reflejado en el comportamiento de la serie, en cambio las diferencias de las variables de términos de intercambio y tasa de cambio real como deflactor el índice de precios del productor mantienen su relación inversa a lo largo del tiempo con picos importantes en el periodo del 2008 al 2009 donde se presentó una disminución de la brecha entre los precios de los productos importados y exportados de la canasta básica de la economía evaluada desde el índice de precios del productor, por lo que se apreció la tasa de cambio real y se deprecio los términos de intercambio y del 2014 al 2016 la diferencia entre los precios de

los productos importados y exportados de la canasta básica de la economía tiene a aumentarse a finales del 2015.

Grafica 2 Series estacionalizadas



Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

5.3. Prueba de Johansen: Análisis de Causalidad (VAR) o Cointegración (VEC) según corresponda

- *Prueba de traza: (Rank Test)*

Ho: r vectores de cointegración

Ha: n vectores de cointegración

La prueba de traza indica que hay tres ecuaciones de cointegración.

- *Prueba de auto valor: (Maximum Eigenvalue)*

Ho: r vectores de cointegración

Ha: $r + 1$ vectores de cointegración

La prueba de auto valor indica que hay tres ecuaciones de cointegración.

Las pruebas realizadas justifican la utilización de un modelo VEC, por ende, se puede seguir con la búsqueda del mejor modelo posible.

Tabla 7 Prueba de Johansen

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.331042	77.97410	29.79707	0.0000
At most 1 *	0.236283	39.37890	15.49471	0.0000
At most 2 *	0.131197	13.50130	3.841466	0.0002

Trace test indicates 3 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.331042	38.59521	21.13162	0.0001
At most 1 *	0.236283	25.87760	14.26460	0.0005
At most 2 *	0.131197	13.50130	3.841466	0.0002

Max-eigenvalue test indicates 3 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

5.4. Elección del Modelo

De acuerdo a lo anteriormente descrito como criterio de elección del modelo Akaike (ecuación 5), y según las medidas de la calidad del modelo el mejor modelo posible para las variables e información a revisar es un VEC 3, lo cual es ampliamente justificado en las pruebas de cointegración de Johansen donde las pruebas de traza y auto valor indicaban tres ecuaciones de cointegración.

Tabla 8 Criterios para la elección del modelo

VEC	AIC	BIC	Log likelihood
1	-12,4636	-11,9918	634,95

2	-12,6474	-11,9353	646,7244
3	-12,6677	-11,7122	650,3849
4	-12,6489	-11,4468	652,1458
5	-12,6388	-11,1871	654,3423
6	-12,5852	-10,8807	654,5043

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 9, se puede apreciar el modelo VEC (3) para las variables en estudio en el cual el vector de corrección o de cointegración se presenta de la siguiente manera: $\beta' = (1, -2.487543, 1.499686, 0.025239)$, en él se evidencia que los coeficientes fueron encontrados significativos al 5%, adicional a esto el primer coeficiente ha sido normalizado para que tenga como valor uno. Este vector presente equilibrio en el largo plazo por lo tanto se puede representar de la siguiente manera: $DITDI_t - 2.487543DITDYPY_t + 1.499686DTCRIPP_t = 0$, por ende $DITDI_t = 2.487543DITDYPY_t - 1.499686DTCRIPP_t$, lo que se evaluaría como un incremento en la variable DITDYPY, genera un incremento en la variable DITDI, y un incremento en DTCRIPP ocasiona una disminución en la variable DITDI.

Tabla 9 Ajuste del modelo VEC (3) para las variables DITDI, DITDYPY, DTCRIPP

Sample (adjusted): 2008M06 2016M06
Included observations: 97 after adjustments
Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1		
DITDI(-1)	1.000000		
DITDYPY(-1)	-2.487543		
	(0.52430)		
	[-4.74451]		
DTCRIPP(-1)	1.499686		
	(0.29638)		
	[5.06007]		
C	0.025239		
Error Correction:	D(DITDI)	D(DITDYPY)	D(DTCRIPP)
CointEq1	-0.770609	0.177510	-0.263442
	(0.18544)	(0.06450)	(0.10413)
	[-4.15565]	[2.75228]	[-2.52984]
D(DITDI(-1))	-0.096268	-0.146136	0.079065

	(0.16829)	(0.05853)	(0.09450)
	[-0.57205]	[-2.49674]	[0.83663]
D(DITDI(-2))	-0.023913	-0.146998	0.030992
	(0.13877)	(0.04826)	(0.07793)
	[-0.17232]	[-3.04567]	[0.39771]
D(DITDI(-3))	0.243959	-0.090605	-0.019327
	(0.10483)	(0.03646)	(0.05887)
	[2.32719]	[-2.48501]	[-0.32831]
D(DITDYPY(-1))	-1.069575	-0.331722	-0.800528
	(0.47691)	(0.16587)	(0.26781)
	[-2.24273]	[-1.99988]	[-2.98913]
D(DITDYPY(-2))	-0.700672	-0.223324	-0.435002
	(0.42774)	(0.14877)	(0.24020)
	[-1.63806]	[-1.50112]	[-1.81096]
D(DITDYPY(-3))	0.010324	-0.011413	-0.294309
	(0.32794)	(0.11406)	(0.18416)
	[0.03148]	[-0.10006]	[-1.59812]
D(DTCRIPP(-1))	0.532486	-0.218872	-0.184420
	(0.26386)	(0.09177)	(0.14817)
	[2.01809]	[-2.38498]	[-1.24464]
D(DTCRIPP(-2))	0.489511	-0.194478	-0.241010
	(0.22581)	(0.07854)	(0.12681)
	[2.16780]	[-2.47623]	[-1.90062]
D(DTCRIPP(-3))	0.585199	-0.006296	-0.242481
	(0.19071)	(0.06633)	(0.10710)
	[3.06848]	[-0.09492]	[-2.26411]
C	1.82E-05	7.96E-05	-0.000117
	(0.00495)	(0.00172)	(0.00278)
	[0.00366]	[0.04618]	[-0.04189]

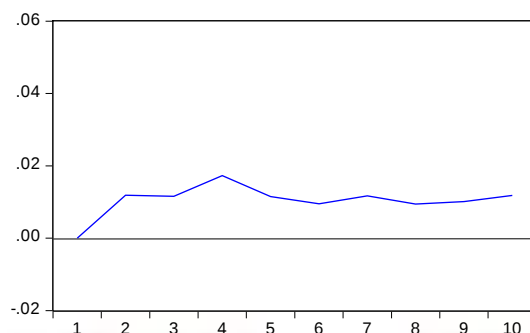
Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

5.5. Elaboración de la función de impulso y respuesta para las variables a analizar.

La función impulso y respuesta de la diferencia de la elasticidad del índice de términos de intercambio es evaluada en referencia a la diferencia de la elasticidad del índice de deuda total de la economía colombiana Grafica 4, la cual tienen una relación positiva ya que la relación entre las exportaciones e importaciones del país genera una reacción en la deuda total que vienen siendo los pasivos contractuales que asumen los residentes como lo son préstamos bancarios, créditos comerciales o de proveedor, títulos de deuda (bonos) y arrendamiento

financiero, de los cuales pueden ser para la producción o compra de los bienes importados o exportados.

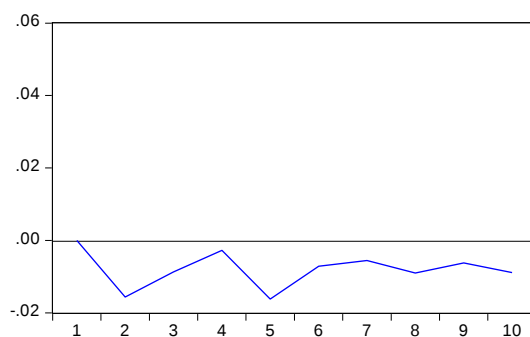
Grafica 3 Función impulso y respuesta DITDI - DITDYPY



Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

Caso contrario ocurre con la función de impulso y respuesta de la diferencia de la elasticidad del índice de términos de intercambio evaluada junto a la diferencia de la elasticidad de la tasa de cambio real como deflactor el índice de precios de productor Grafica 5, la cual es negativa lo que ratifica en el análisis descriptivo realizado anteriormente de la relación inversa entre las variables, ya que una variación entre las relaciones de los precios de exportación e importación positiva genera una pérdida en términos de valor relativo de la canasta de bienes nacional respecto a los socios comerciales.

Grafica 4 Función impulso y respuesta DITDI - DTCRIPP



Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

5.6. Pruebas de los residuales

5.6.1. Normalidad multivariada

La tabla 10, muestra que los residuos multivariados no se comportan con una distribución normal, pero como lo indica (Lutkepohl, 1993) donde la comprobación de estas cantidades tiene sentido si se desea realizar pronósticos a través de intervalos de confianza, al igual que (Fernández Corugedo, Price, & Blake, 2003) donde indican que es más importante que el modelo cumpla con la prueba de errores no autocorrelacionados que con la normalidad múltiple.

Tabla 10 Prueba de normalidad residual VEC

VEC Residual Normality Tests
 Orthogonalization: Cholesky (Lutkepohl)
 Null Hypothesis: residuals are multivariate normal
 Sample: 2008M01 2016M06
 Included observations: 97

Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.
1	0.383137	2.373164	1	0.1234
2	1.113170	20.03289	1	0.0000
3	0.304689	1.500838	1	0.2205
Joint		23.90689	3	0.0000

Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	2.943722	0.012801	1	0.9099
2	5.735043	30.23353	1	0.0000
3	3.646182	1.687605	1	0.1939
Joint		31.93393	3	0.0000

Component	Jarque-Bera	df	Prob.
1	2.385965	2	0.3033
2	50.26641	2	0.0000
3	3.188443	2	0.2031
Joint	55.84082	6	0.0000

Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

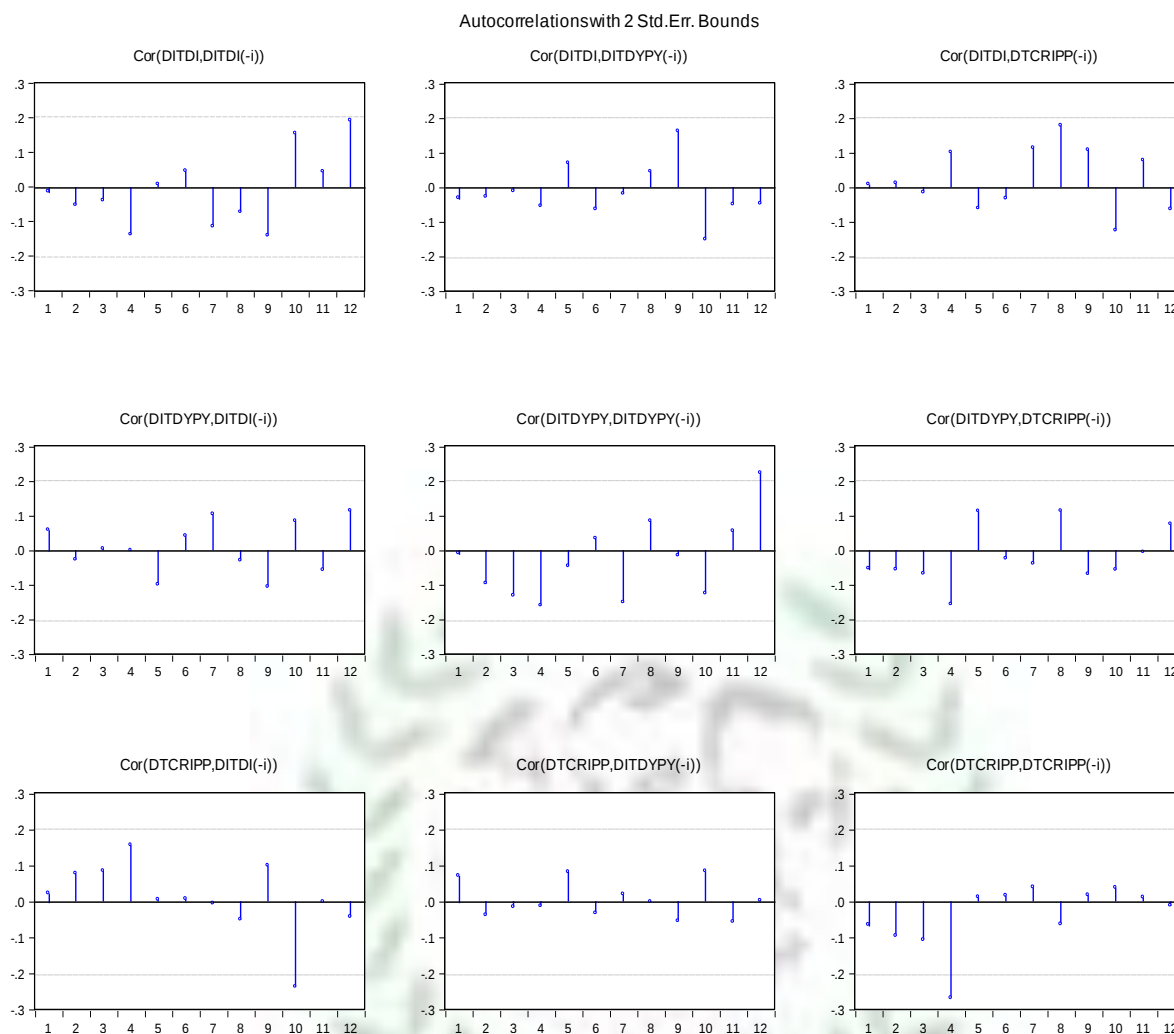
5.6.2. Prueba de auto correlación: Correlograma

H₀ = Ausencia de auto correlación

H_a = Hay auto correlación

La prueba de auto correlación para los residuos de los datos en primeras diferencias Grafica 10, arrojan resultados esperados respecto a que no existe auto correlación de los rezagos en los datos y que el modelo se ajusta correctamente y que se comportan como ruido blanco, es decir que las variables en el largo plazo se estabilizan ante choques externos o internos.

Grafica 5 Prueba de auto correlación



Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

5.6.3. Prueba de Portmanteau

H_0 : Los datos se distribuyen de forma independiente - Ausencia de auto correlación hasta el retardo h .

H_a : Los datos no se distribuyen de forma independiente- Hay auto correlación hasta el retardo h .

La prueba de Portmanteau, computa el estadístico-Q de Ljung Box multivariado, el cual indica que los datos se distribuyen de forma independiente para los 10 (meses) rezagos evaluados, dado que el modelo es un VEC (3) estos no son tenidos en cuenta ya que estos ya se encuentran dentro del modelo.

Tabla 11 Prueba de Auto correlación residual Portmanteau

VEC Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations
Null Hypothesis: no residual autocorrelations up to lag h
Sample: 2008M01 2016M06
Included observations: 97

Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	1.501969	NA*	1.517614	NA*	NA*
2	4.174328	NA*	4.246234	NA*	NA*
3	7.791482	NA*	7.978829	NA*	NA*
4	20.14696	0.1664	20.86573	0.1412	15
5	24.86431	0.4132	25.83945	0.3614	24
6	26.33291	0.7881	27.40489	0.7417	33
7	32.68707	0.8481	34.25325	0.7966	42
8	38.34569	0.9044	40.42051	0.8561	51
9	46.90393	0.8913	49.85403	0.8219	60
10	59.40577	0.7883	63.79287	0.6546	69

*The test is valid only for lags larger than the VAR lag order.
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

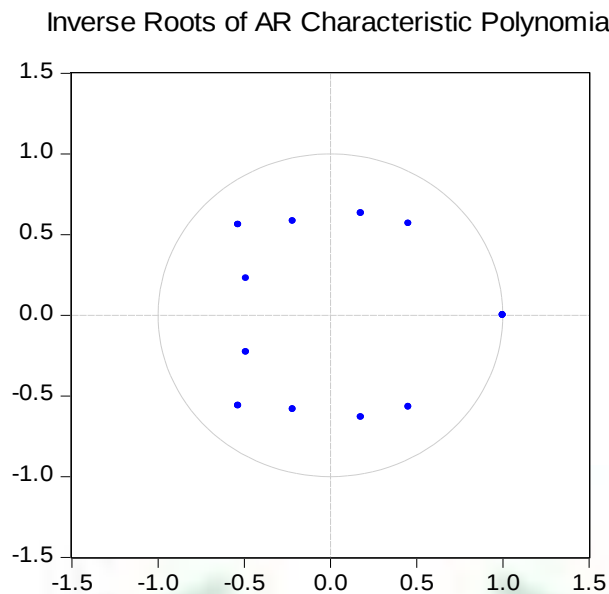
Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

5.7. Prueba de Estabilidad

Se debe recordar que varios autores indican que en lo referente a la estabilidad del modelo VEC, la VEC estimada con relaciones de cointegración de r es estable si las raíces $k - r$ son iguales a la unidad y las raíces restantes tienen medida menor que uno y se encuentran dentro del círculo unitario, donde k es el número de variables endógenas y r es el número de relaciones cointegrantes.

El modelo evaluado tiene tres variables, de las cuales se tiene dos raíces unitarias por lo que, de las tres variables, k es el número de las variables endógenas evaluadas ante variaciones de r que corresponde a las relaciones cointegrantes.

Grafica 6 Prueba de estabilidad raíces inversas de polinomios AR



Fuente: Elaboración propia, salida del programa estadístico

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al realizarse el análisis del comportamiento de las variables utilizadas en el modelo para Colombia en los periodos comprendidos entre enero-2008 y junio-2016, el mejor modelo para evaluar la intensidad de la interacción de las variables es un VEC (3) – tres rezagos (meses) considerado como el tiempo de reacción ante choques externos o internos, en conclusión, la interacción de las variables en el largo plazo tiende a normalizarse y equilibrasen.

Existe una relación inversa entre las variables Elasticidad del índice de tasa de cambio real evaluada a través del índice de precios del productor equivalente a los bienes transables de la economía y la Elasticidad del índice de términos de intercambio, al tenerse incrementos en la tasa de cambio real es decir apreciación

de una moneda extranjera sobre la moneda nacional conlleva a una disminución de la relación de intercambio de los bienes en la economía al no poderse adquirir la misma cantidad de bienes. En caso contrario de depreciación de la moneda extranjera donde la moneda nacional adquiere poder adquisitivo y por ende la adquisición de bienes aumenta es decir los términos de intercambio son favorables para la economía local, la relación es justificada en un análisis preliminar y en la función de impulso y respuesta planteado.

Hay una relación positiva entre la Elasticidad del índice de términos de intercambio respecto a la Elasticidad del índice de la deuda total colombiana, la relación entre las exportaciones e importaciones del país genera una reacción en la deuda total que vienen siendo los pasivos contractuales que asumen los residentes como lo son préstamos bancarios, créditos comerciales o de proveedor, títulos de deuda (bonos) y arrendamiento financiero, de los cuales pueden ser para la producción o compra de los bienes importados o exportados.

Las variables presentan raíz unitaria para lo cual es necesario trabajarlas en la primera diferencia para corregir esto y que las variables sean estacionarias, adicional a estos los datos no presentan auto correlación ya que el 95% de los rezagos están dentro del intervalo de confianza, los valores propios están dentro del círculo unitario por lo tanto existe una tendencia común y es de esperar vectores de cointegración al borde del círculo.

El objetivo de establecer si las variables estaban cointegradas al ser un modelo VEC ha sido alcanzado ya que la prueba de Johansen ha validado que están cointegradas y que se tienen ecuaciones de cointegración.

7. REFERENCIAS

Andrade, L. P. P., Martínez, V. A., da Conceição Rebugue, E. J., & González, J. O.

- (2007). Una aplicación de la metodología VAR al ámbito del marketing periodístico: el caso de la promoción de ventas. *Revista Electrónica de Comunicaciones Y Trabajos de ASEPUMA*, (8), 151–162.
- Arteaga, C., Granados, J., & Ojeda Joya, J. (2012). El comportamiento del tipo de cambio real en Colombia: ¿Explicado por sus fundamentales? *Borradores de Economía Banco de La Republica*, 742, 1–35. Retrieved from http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/be_742.pdf
- Bigio, S., & Salas, J. (2006). *Efectos no lineales de choques de política monetaria y de tipo de cambio real en economías parcialmente dolarizadas: un análisis empírico para el Perú*. Central Bank of Peru, Working Paper (Vol. DT. N°. 20). Lima. Retrieved from <http://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2006/Documento-Trabajo-08-2006.pdf>
- Caballero, F. (2011). *Selección de modelos mediante criterios de información en análisis factorial. Aspectos teóricos y computacionales*. Universidad de Granada, Granada. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=22590>.
- Calderón, C. (2004). *Un análisis del comportamiento del tipo de cambio real en Chile*. Documentos de Trabajo. Santiago: Banco Central de Chile. Retrieved from <http://www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc>.
- Clavijo, P. I., Regules, J. M., & Bogliaccini, J. (2005). *Terminos de Intercambio y Salario Real*. Montevideo: Mimeo UDELAR, XX jornadas anuales de Economía. Banco Central del Uruguay, Montevideo. Retrieved from <http://www.academia.edu/download/30867980/iees03j3410805.pdf>.
- Echavarría, J. J., López, E., & Misas, M. (2009). Intervenciones cambiarias y política monetaria en Colombia. Un análisis de VAR estructural. *Borradores de Economía*, 580, 1–37. Retrieved from <http://banrep.gov.co/docum/ftp/borra580.pdf>.
- Fernández Corugedo, E., Price, S., & Blake, A. P. (2003). *The dynamics of consumers' expenditure: the UK consumption ECM redux* (No. 204). Londres: Bank of England Working Paper.
- Fernández Pinto, H. (2013). La influencia del tipo de cambio real en la inversión e innovación de las pequeñas y medianas empresas (PyMes) en Santander 2003-2012. *Informes Socioeconomicos Periodicos, Productivi*, 1–11. Retrieved from <http://www.ustabuca.edu.co/gpresenzia/.../vustabmanga250007920130815091816.pdf>
- Garavito, A., López, D. C., & Montes, E. (2011). Aproximación a los índices de valor unitario y quantum del comercio exterior colombiano. *Borradores de Economía*, 680, 1–29. Retrieved from

- http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/be_680.pdf
- Guerra, J. (1995). *Raíces unitarias en las series económicas de Venezuela. Temas de Coyunturas*. Caracas, Venezuela. Retrieved from <http://biblioteca2.ucab.edu.ve/anexos/biblioteca/marc/texto/Temasdecoyuntura31.pdf#page=36>
- Larrosa, J. (1990). Un enfoque VAR al tipo de cambio real en Argentina , 1970 - 1990, pp. 1970–1990. Bahía Blanca. Retrieved from http://jlarrosa.tripod.com/research/research_var.html
- Licandro, G., & Masoller, A. (2000). La composición óptima por monedas de la deuda pública uruguaya. *Revista de Economía*, 7(2), 135–180. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3183756.pdf>.
- Lutkepohl, H. (1993). *Introduction to multiple time series analysis*. Berlin: Springer.
- Medina, R. (2015). *Modelización Econométrica Multiecuacional Modelo De Vectores Cointegrados (Vec) Y Teoría De Cointegración*. Caracas, Venezuela. Retrieved from <http://ucv-rodolfomedina.blogspot.com.co/2015/01/econometria-ii.html>
- Misas, M., & Posada, C. E. (2000). *Crecimiento y ciclos económicos en Colombia en el siglo XX: el aporte de un VAR estructural*. Bogota: BANCO DE LA REPÚBLICA. Retrieved from <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra155.pdf>
- Novalés, A. (2011). Modelos vectoriales autoregresivos (VAR). *Universidad Complutense*. Retrieved from https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-41459/VAR_new.pdf.
- Otero, J. G. (1997). Los determinantes de la tasa de cambio real en Colombia. *Coyuntura Económica*, 170, 1–12. Retrieved from <http://hdl.handle.net/11445/3267>
- Pindyck, R. S., Rubinfeld, D. L., & Arellano, J. A. V. (2001). *Econometría: modelos y pronósticos*. McGraw-Hill.
- Porto Pinilla, D. E. (2013). *Riesgo de crédito, un análisis de cointegración con choques en la inversión extranjera directa*. Universidad de la Sabana, Bogota D.C. Retrieved from <http://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/8990>
- Rodríguez Pinzón, H. Y. (2011). Estudio Del Fenómeno De Inflación Importada Vía Precios Del Petróleo Y Su Aplicación Al Caso Colombiano Mediante El Uso De Modelos Var Para El Periodo 2000-2009. *Estudios Gerenciales* 79, 27 No 121, 79–97. Retrieved from <http://www.scielo.org.co/pdf/eg/v27n121/v27n121a05.pdf>
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1–48.

Vásquez, L., & Basto, L. (2004). Balance estructural, dinámica y volatilidad de la deuda. *Ensayos Sobre Política Económica*, 46, 352. Retrieved from http://www.banrep.gov.co/docum/Lectura_finanzas/pdf/espe_046-1.pdf.

