

ANÁLISIS DE PERFORMANCE PARA UNA AERONAVE STOL TIPO COMMUTER

JAN CARLOS GÓMEZ GARAVITO
OMAR GUILLERMO BERMUDEZ ARROYO

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA AERONÁUTICA
BOGOTÁ D.C
2018

ANÁLISIS DE PERFORMANCE PARA UNA AERONAVE STOL TIPO COMMUTER

PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TITULO
DE INGENIERO AERONAUTICO

JAN CARLOS GÓMEZ GARAVITO
OMAR GUILLERMO BERMUDEZ ARROYO

ASESOR

FRANCISCO JAVIER GONZALEZ CRUZ
INGENIERO MECÁNICO

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERIA AERONÁUTICA
BOGOTÁ D.C
2018

Nota de aceptación

Firma del presidente Jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Las directivas de la Fundación
universitaria los Libertadores, los
jurados calificadores y el cuerpo
docente no son responsable por
los criterios e ideas expuestas en el
presente documento. Estos corresponden
únicamente a los autores

DEDICATORIA

A Dios nos permitió da un paso más en nuestras vidas y conseguir este logro.
a nuestras familias por ese apoyo que nos brindaron durante el recorrido en la universidad sin importar que nos equivocamos.

A nuestro compañero que se obtuvieron en este proceso y experiencia de vida que en algún momento de este largo camino nos ayudaron con proyectos durante la carrera. A los docentes que se tomaron el tiempo para enseñarnos y colaborarnos en todo momento para llevar el proyecto éxito y culminar como profesionales de Ingeniería Aeronáutica

AGRADECIMIENTOS

Ante todo, agradezco a la “Fundación Universitaria Los Libertadores”, por darme la oportunidad de realizar nuestro proyecto de grado.

Gracias al Ing. Francisco González e Ing. Jhon Vaca, por el apoyo, la información y colaboración que nos brindaron para poder llevar acabo todo el proceso de la investigación.

También quiero agradecer a mi familia principalmente a mi madre, por estar presente y brindarme toda la motivación para realizar mi proyecto de vida como profesional.

CONTENIDO

	pág
1. OBJETIVOS	9
2. MARCO REFERENCIAL	10
3. JUSTIFICACIÓN	12
4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
5. METODOLOGÍA	12
6. DETERMINACION PESO Y BALANCE	13
6.1 Determinar el porcentaje de la cuerda media aerodinámica (MAC)	14
7. LAS 4 FUERZAS DE VUELO	16
7.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO PARA VUELO EN UN PLANO VERTICAL	18
7.2. ECUACIONES DE MOVIMIENTO, NIVEL DE VUELO ESTABLE	23
8. EMPUJE REQUERIDO	23
8.1. Datos técnicos obtenidos de la aeronave tipo stol	24
9. POTENCIA REQUERIDA	28
10. VUELO EN ASCENSO (CLIMB)	31
10.1. Tasa de ascenso	33
11. RANGO Y ENDURANCE	36
11.1. Rango	36
11.2. Endurance	39
12. VIRAJES	42
13. TAKEOFF AND LANDING PERFORMANCE	44
13.1. Despegue	44
13.2. Cálculo de la rotación desde la tierra	46
13.3. Análisis aproximado de la rotación de la aeronave desde el suelo.	49
14. Aterrizaje	56
15. CONCLUSIONES	67
16. REFERENCIAS	68

LISTA DE GRAFICAS

		pág
Gráfica 1:	Curva de empuje requerido para el Jetstream 32 con un peso de 24247 lb y una altitud de 25000 ft.	29
Gráfica 2:	Curva de potencia requerida para el Jetstream 32 con un peso de 24247 lb y una altitud de 25000 ft	33
Gráfica 3:	Condiciones de máximo rango y endurance del Jetstream 32.	43

LISTA DE TABLAS

		pág
Tabla 1.	Gráfico para determinar el CG del Jetstream 32 cuyo datum está en el frontal del avión.	15
Tabla 2.	Resultados para curva deseada del empuje requerido del Jetstream 32	23
Tabla 3.	Resultados para curva deseada para la potencia requerida del Jetstream 32	26
Tabla 4.	Valores de coeficientes de fricción del terreno.	40
Tabla 5.	Valores aerodinámicos para el $(C_L)_{max}$ para hallar el V_{stall} .	42
Tabla 6.	Valores aerodinámicos para el $(C_L)_{max}$ para hallar el V_{stall}	52

LISTA DE FIGURAS

		pág
Figura 1.	Densidades a diferentes alturas, Bajo rendimiento y alto rendimiento.	11
Figura 2.	Determinación del CG del Jetstream 32 cuyo dato está en el frontal del avión.	14
Figura 3.	Determinación del CG del Jetstream 32 cuyo dato está en el frontal del avión.	16
Figura 4.	Cuerda Media Aerodinámica.	16
Figura 5.	Localización del CG expresado en porcentaje de MAC del Jetstream 32 determinada utilizando la formula.	17
Figura 6.	Fuerzas aerodinámicas en el avión	18
Figura 7.	Fuerzas aerodinámicas y trayectoria	18
Figura 8.	Fuerzas proyectadas en el plano	19
Figura 9.	fuerzas proyectadas paralelo al eje de la tierra	21
Figura 10.	Fuerza que actúan sobre un cuerpo. (a) fuerza y velocidad de vectores; (b)	27
Figura 11.	figura fuerza y velocidad de ascenso.	31
Figura 12.	Segmentos intermedios de la rotación desde tierra del Jetstream 32	40
Figura 13.	Fuerzas que actúan en una aeronave durante el takeoff y landing del Jetstream 32.	42
Figura 14.	Boceto para el cálculo de unidad mientras se aerotransporta.	47
Figura 15.	Recorrido y distancia de aterrizaje del Jetstream 32	49
Figura 16.	Diagrama de fuerza para el aterrizaje del Jetstream 32.	50
Figura 17.	Geometría del ángulo de aterrizaje.	51

Figura 18. Esquema de la variación típica de fuerzas que actúan en un avión durante el aterrizaje.

53

LISTA DE ECUACIONES

		pág
Ecuación 1:	Porcentaje de MAC	16
Ecuación 2:	Segunda ley de Newton	19
Ecuación 3:	Segunda ley de Newton vectorial	19
Ecuación 4:	Fuerzas en paralelo	20
Ecuación 5:	aceleración eje paralelo	21
Ecuación 6:	movimiento plano (x)	21
Ecuación 7:	Fuerzas en plano perpendicular	21
Ecuación 8:	Aceleración Radial	22
Ecuación 9:	movimiento plano (y)	22
Ecuación 10:	Fuerzas perpendicular eje de la tierra	23
Ecuación 11:	aceleración radial	23
Ecuación 12:	movimiento plano z	24
Ecuación 13:	empuje, resistencia	24
Ecuación 14:	peso, sustentación	24
Ecuación 15:	coeficiente de sustentación	26
Ecuación 16:	coeficiente Resistencia	26
Ecuación 17:	empuje requerido	26
Ecuación 18:	Sustentación	26
Ecuación 19:	q requerido	27
Ecuación 20:	resistencia al avance	27
Ecuación 21:	Tasa de sustentación/resistencia	27
Ecuación 22:	Potencia	30
Ecuación 23:	Potencia requerida	31
Ecuación 24:	potencia requerida Ecu. Simple	32
Ecuación 25:	movimiento igual cero del eje x	33
Ecuación 26:	movimiento igual a cero eje y	34
Ecuación 27:	movimiento con épsilon igual a cero del eje	34
Ecuación 28:	movimiento con épsilon igual a cero del eje	34
Ecuación 29:	Ecuación – Tasa de ascenso	35
Ecuación 30:	Relación empuje sobre peso	36
Ecuación 31:	Relación peso, superficie alar	36
Ecuación 32:	Velocidad	37
Ecuación 33:	Ángulo máximo	37
Ecuación 34:	Velocidad máxima	38
Ecuación 35:	Rango	39
Ecuación 36:	Potencia disponible.	40
Ecuación 37:	Empuje específico del consumo de combustible.	41
Ecuación 38:	Eficiencia de la Hélice.	41
Ecuación 39:	Endurance	42
Ecuación 40:	Magnitud de Sustentación	44
Ecuación 41:	Relación de Fuerza centrífuga y Fuerza radial	44
Ecuación 42:	Movimiento Mínimo de Radio	45

Ecuación 43.	Velocidad Movimiento Mínimo de Radio	45
Ecuación 44.	Tasa Maxima de Movimiento	46
Ecuación 45.	Cálculo de Rotación de la aeronave	48
Ecuación 46.	Cálculo de movimiento para el movimiento durante el Aterrizaje.	48
Ecuación 47.	Cálculo de movimiento para el movimiento durante el aterrizaje	49
Ecuación 48.	Empuje total disponible del motor para motor de hélice reciproco.	49
Ecuación 49.	Arrastre	50
Ecuación 50.	Sustentación	50
Ecuación 51.	Balaceo desde de la pista	51
Ecuación 52.	Rendimiento de despegue	51
Ecuación 53.	Velocidad de perdida	52
Ecuación 54.	Aumento de coeficiente de resistencia a la elevación a cero	53
Ecuación 55.	Coeficiente de rozamiento del suelo	54
Ecuación 56.	Arrastre de elevación	55
Ecuación 57.	Distancia de la rotación de la aeronave	55
Ecuación 58.	Radio de giro	56
Ecuación 59.	Ángulo de giro	56
Ecuación 60.	Distancia del terreno	57
Ecuación 61.	Distancia Total de Terreno para el despegue	58
Ecuación 62.	Aproximación de la distancia de aterrizaje	59
Ecuación 63.	Ángulo de aproximación para el aterrizaje	61
Ecuación 64.	Altura de aproximación	61
Ecuación 65.	Altura de aproximación	61
Ecuación 66.	Radio de la distancia geométrica de aterrizaje.	62
Ecuación 67.	Distancia de aproximación	62
Ecuación 68.	Distancia del ángulo de aproximación	63
Ecuación 69.	Distancia del ángulo de aproximación	63
Ecuación 70.	Recorrido de la pista	63
Ecuación 71.	Recorrido Total de la fricción pista	64
Ecuación 72.	Rendimiento de aterrizaje	64
Ecuación 73.	Velocidad de perdida	66
Ecuación 74.	Rotación del aterrizaje análogo	66
Ecuación 75.	Velocidad de aterrizaje	67
Ecuación 76.	Coeficiente de recorrido	68
Ecuación 77.	Distancia Total de aterrizaje	69

1. OBJETIVOS

Objetivo general

- Analizar el Performance de un motor turboprop para una Aeronave STOL Tipo Commuter.
- Desarrollar por el método de baseline un motor que cumpla los requerimientos técnicos operacionales para la aeronavegabilidad de la aeronave.

Objetivo específico

- Realizar el análisis del performance para una aeronave tipo commuter.
- Determinar el Drag de la aeronave en vuelo a nivel del mar y modo crucero a una altura determinada.
- Seleccionar mediante el empuje obtenido, un motor turbohélice acorde bajo las condiciones de vuelo.
- Determinar la tasa de ascenso de la aeronave con el factor de rango y el factor endurance.
- Estimar el consumo específico del combustible.
- Determinar las ecuaciones de movimiento para vuelo con virajes.
- Estimar las distancias de rodaje para despegue y aterrizaje de la aeronave.
- Determinar las curvas de desempeño de la aeronave.

2. MARCO REFERENCIAL

El performance de un motor es el conjunto de capacidades ofrecidas por un avión de acuerdo con el objetivo primordial para lo que ha sido diseñado.

Este conjunto de capacidades varía según el objetivo de operación para la cual se ha diseñado, incluso dentro de la misma línea de operación como transporte a corta y larga distancia para lo cual existen una serie de factores que afectan de forma general al rendimiento de cualquier avión con el fin de su diseño y objetivo de operación.

Efecto de densidad

La densidad del aire, es el factor principal más importante que afecta al rendimiento del avión, ya que influye en la sustentación, la resistencia, el rendimiento del motor y la eficiencia de la hélice. Cuanto mayor es la temperatura menor es la densidad, que a menor presión menor será la densidad y por tanto menor la sustentación y la resistencia al avance.

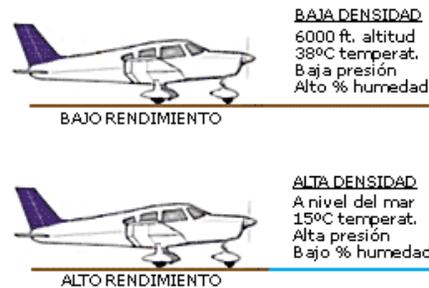
Motor y la hélice

El motor produce potencia en función del peso del aire que entra al motor. Para un mismo régimen, el volumen de aire que entra es el mismo, pero el peso varía con la densidad a mayor densidad mayor peso y viceversa. Esta variación de la densidad tiene dos efectos: por un parte el rendimiento del motor es menor cuanto menor sea la densidad, pero por otro, la cantidad de combustible a mezclar debe ser menor para mantener la proporción adecuada de la mezcla. Estos efectos no tienen incidencia en motores turboalimentados.

En cuanto a la hélice, esta produce empuje o tracción en función de la masa de aire acelerada por las palas de la misma. Está claro que la hélice es menos eficiente con una densidad baja del aire que con una densidad alta. Ya mencionados los efectos principales anteriormente podemos concluir que:

- Más temperatura, menos presión, más altura supone menos densidad.
Menor densidad - - > menor rendimiento.
- Menos temperatura, más presión, menos altura implican mayor densidad.
Mayor densidad - -> mayor rendimiento.

Figura 1. Densidades a diferentes alturas, Bajo rendimiento y alto rendimiento.



Fuente: Smith, G., & Sheffield, F. (1958). Las Turbinas de gas y la propulsión a reacción. Barcelona: Reverté.

Factores restrictivos al performance del motor

Humedad. Debido a la evaporación, la atmósfera siempre contiene alguna parte de moléculas de agua en forma de vapor, las cuales ocupan el lugar de las moléculas de aire seco. Debido a la menor densidad del vapor de agua respecto al aire seco, un determinado volumen de aire húmedo pesa menos (es menos denso) que el mismo volumen de aire seco.

Viento. Este efecto del viento en superficie tiene un efecto contrario al mismo viento durante el vuelo. En el despegue o aterrizaje el viento en cara es positivo. Hace mas corta la carrera de despegue o aterrizaje e incrementa el ángulo de ascenso y la senda de descenso. Posibilita una mejor liberación de obstáculos.

Por el contrario, el viento en cola para estas dos operaciones es negativo, salvo casos de fuerza mayor, nunca debe realizarse un despegue o aterrizaje con viento en cola. Sin embargo, en vuelo de crucero el viento en cara incrementa la resistencia al avance y por tanto el consumo del combustible, mientras que el viento en cola incrementa la velocidad respecto al suelo permitiéndonos llegar antes a nuestro destino. Para un mismo gasto de combustible el radio de acción con el viento en cara es menor que con el viento en cola.

Estado de la pista. En las operaciones de despegue y aterrizaje, el estado de la pista y su gradiente (cuesta arriba o cuesta abajo) puede tener una gran influencia. Una pista de hierba, tierra o grava o mojada, produce mayor resistencia al movimiento del avión que una pista asfáltica y seca. Esto implica una carrera de despegue más larga y por tanto la necesidad de una mayor longitud de pista para despegar.

Naturalmente, una pista cuesta arriba alarga la carrera de despegue y acorta la de aterrizaje. De la misma manera una pista cuesta abajo acorta la carrera de despegue y alarga la de aterrizaje.

Peso. El peso y su distribución tienen sus límites que no se pueden sobrepasar si queremos volar sin riesgos. Pero aun estando el peso y el CG dentro de estos límites, es obvio que para levantar y mantener en vuelo un peso mayor se necesita mayor rendimiento del avión que con menos peso.

3. JUSTIFICACIÓN

Tomando como referencia los requerimientos para el diseño de la aeronave STOL, se consideró realizar los respectivos análisis del performance de un motor turboprop. Para determinar las características del avión, se analizó varias aeronaves del mercado que cumplieran los mismos datos técnicos y a la vez obtener todos los datos para iniciar con nuestro respectivo análisis.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Analizar el performance de un motor turboprop para una aeronave STOL tipo commuter que cumpla las características como una capacidad de 19 pasajeros, 3 tripulantes, un peso máximo de despegue de 19000 lb y un techo operacional máximo de 25000 ft.

5. METODOLOGÍA

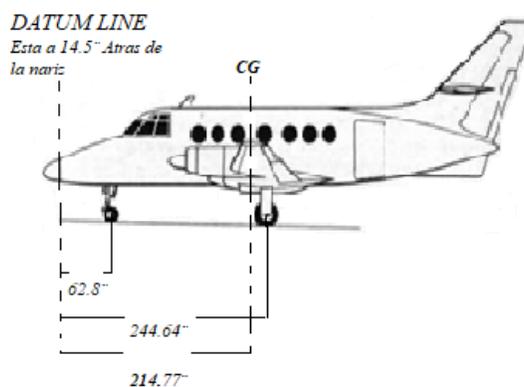
El presente proyecto será desarrollado por el método de ingeniería de sistemas para la resolución de problemas. Con este método sirve para construir opciones de identificación de solución. Para ello se utilizará un baseline para comparar el desempeño una vez que comencemos a ejecutar los resultados obtenidos de desempeño. En la ejecución de la elección del motor ideal se establecerá la línea base con todos los análisis calculados y los compararemos para descartar los tipos de motores del mercado actual, contra las características requeridas para dicho motor.

6. DETERMINACION PESO Y BALANCE

La determinación del CG de un avión se realiza de la misma manera de determinar el CG de la tabla de datos.

Se toma el peso del tren de aterrizaje de nariz y principal y para finalizar se mide la distancia del punto de referencia del frontal de la aeronave.

Figura2: Determinación del CG del Jetstream 32 cuyo dato está en el frontal del avión.



Fuente: Administration, F. (2012). Aircraft weight and balance handbook. [Place of publication not identified]: Wwww Militarybookshop Co U. Pág 2-3.

Tabla1: Gráfico para determinar el CG del Jetstream 32 cuyo datum está en el frontal del avión

Aircraft Arms, Weight, and Moments				
Item	Weight Lb	Arm in	Moment Lb in	CG in
Main wheels	7873.2	244.64	1926100	
Nose wheel	1547.6	62.8	97189.28	
Total	9420.8	307.44	2023289	214.76
CG = Total moment				
Total weight				
=				
2023289				
9420,8				
CG=				
214,8				

Fuente: Manual de despacho, British Aerospace Jetstream series 3200, Wheight and Balance Manual.

El peso vacío de este avión es de 9420.8 libras. Sus EWCG, determinado dividiendo el momento total por el peso total, se encuentra en la estación de fuselaje **214.77** pulgadas detrás del Datum.

El fabricante establece el peso máximo y rango permitido para el CG, medido en pulgadas desde el plano de referencia llamado Datum.

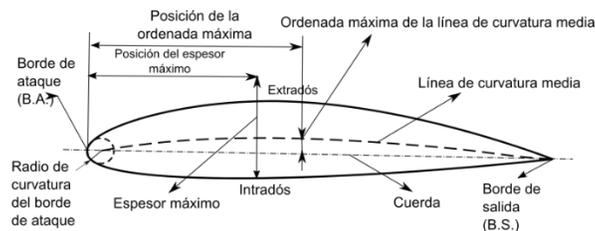
a. Determinar el porcentaje de la cuerda media aerodinámica (MAC)

Se refiere a la línea recta imaginaria que une el borde de salida con el centro de la curvatura del borde de ataque de un perfil alar o alabe cualquiera.

El (MAC) cuya línea está localizada a una distancia específica del Datum.

El datum puede ubicarse en cualquier parte en donde el fabricante determine, a menudo es en el borde de ataque del ala o alguna distancia específica desde una ubicación fácilmente identificable.

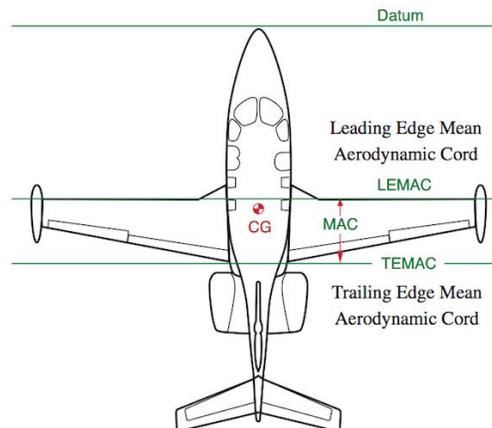
Figura2: Determinación del CG del Jetstream 32 cuyo dato está en el frontal del avión.



Fuente: Airlife's commercial aircraft and airliners (Simpson, 1999) Bibliografía: Simpson, R. (1999). Airlife's commercial aircraft and airliners. Shrewsbury: Airlife.

El (MAC), es el perfil aerodinámico que tiene todas las características aerodinámicas del ala real. También puede ser pensado como el acorde dibujado a través del centro geográfico del área de plan de la aleta.

Figura4: Cuerda Media Aerodinámica.



Fuente: Administration, F. (2012). Aircraft weight and balance handbook. [Place of publication not identified]: Www Militarybookshop Co U. Pág 3-7.

Cálculos:

- Los datos del peso y balance del aeroplano de la imagen.
- La imagen dice que el MAC esta desde las estaciones **202.72 in** a **270.32 in** y el CG está ubicado en la estación **214.77 in**.
- **MAC**= 270.32 in – 202.72 in = 67.6 in.
- **LEMAC** = estación 202.72 in.
- El **CG** está a 12.05 in atrás del **LEMAC**.
- **214.77 in – 202.72 in = 12.05 in**
- **CG in % MAC**

Ecuación - Porcentaje de MAC

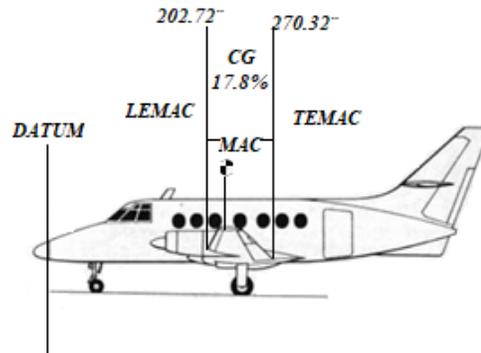
$$\frac{\text{DistanciaaftLEMAC} * 100}{\text{MAC}} \quad (1)$$

Fuente: Administration, F. (2012). Aircraft weight and balance handbook. [Place of publication not identified]: Www Militarybookshop Co U. Pág 3-7

$$= \frac{12.05in \cdot 100}{67.6in}$$

$$= 17.8\%$$

Figura 5: Localización del CG expresado en porcentaje de MAC del Jetstream 32 determinada utilizando la formula.



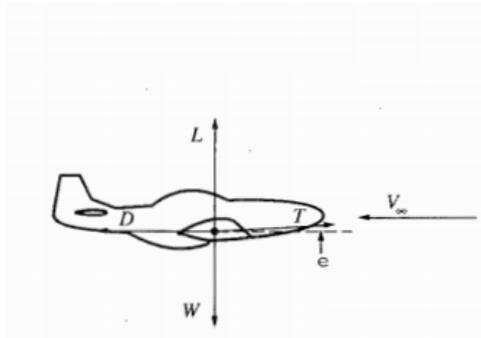
Fuente: Administration, F. (2012). Aircraft weight and balance handbook. [Place of publication not identified]: Www Militarybookshop Co U. Pág 3-8.

7. LAS 4 FUERZAS DE VUELO

para una aeronave sus 4 principales fuerzas que siempre se utilizan para hallar sus ecuaciones de movimiento en vuelo son sustentación, peso, resistencia y empuje como se puede observar en la fig, el flujo libre de velocidad está siempre en la dirección local del avión como la trayectoria de vuelo es horizontal v_{∞} también está a lo largo de la horizontal se dibuja hacia a la izquierda ya que es una relativa al avión la sustentación L y la resistencia D son perpendicular y paralelo a v_{∞}

el peso W siempre actúa hacia el centro de la tierra y perpendicular a la velocidad de flujo y el empuje T no es necesariamente en la dirección del flujo, este es producido por un dispositivo de propulsión de vuelo (motor)

Figura6: Fuerzas aerodinámicas en el avión

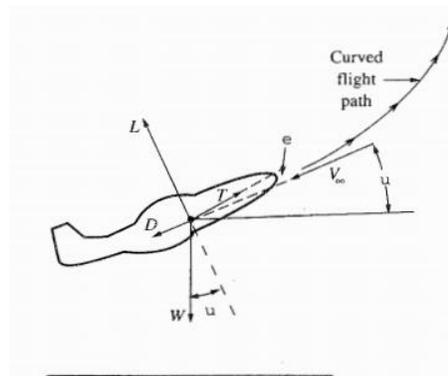


Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

en la fig.6 en general la trayectoria de vuelo es curva y se denota en el plano vertical, perpendicular a la superficie de la tierra

Figura7: Fuerzas aerodinámicas y trayectoria



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

por lo tanto v_∞ esta inclinado en el ángulo e que se denomina ángulo de ascenso local del avión.

7.1.ECUACIONES DE MOVIMIENTO PARA VUELO EN UN PLANO VERTICAL

Las ecuaciones de movimiento para una aeronave están basadas en la segunda ley de newton

Ecuación – segunda ley de Newton

$$F = m \quad (2)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-194

sin embargo son las fuerzas F y la aceleración a son cantidades vectoriales, también se puede escribir en forma escalar los componentes F y a de manera que se podrá elegir una dirección en el espacio

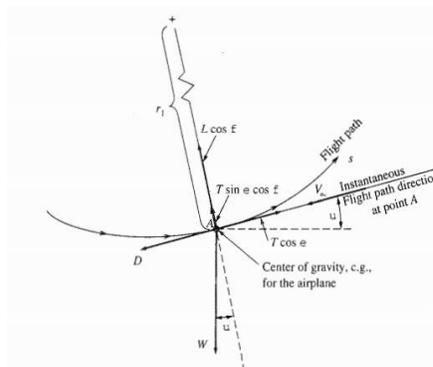
Ecuación – segunda ley de Newton vectorial

$$F_s = a_s \quad (3)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-194

para realizar las ecuaciones de movimiento se asume una tierra plana estacionaria nuestro objetivo es demostrar la trayectoria en el espacio tridimensional, ya que nos interesa el movimiento translacional del avión solamente

Figura8: Fuerzas proyectadas en el plano



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

si reemplazamos la fig.6 con un punto de masa en el centro de gravedad y las 4 fuerzas que actúan en el vuelo travez de este punto se puede observar en la fig.7

D y W están en el plano los componentes de sustentacion en este plano es $L\cos\phi$, el empuje es representado por $T\cos\epsilon$ y $T\sin\epsilon\cos\phi$ paralelo y perpendicular a v_∞ , realizando un diagrama de cuerpo libre en x,y con respecto a la dirección de vuelo fig.7

Fuerza en sentido paralelo

Ecuación – fuerzas en paralelo

$$F_x = T\cos\epsilon - D - W\sin\theta \quad (4)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-195

aceleración en paralelo.

Ecuación – aceleración eje paralelo

$$a_x = \frac{\partial V_\infty}{\partial t} \quad (5)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-195

reemplazando segunda ley de newton EC 2

Ecuación – movimiento plano x

$$m \frac{\partial V_{\infty}}{\partial t} = T \cos \epsilon - D - W \sin \theta$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-195** (6)

ahora en el eje (y) perpendicular:

Ecuación – Fuerzas en plano perpendicular

$$F_y = L \cos \phi + T \sin \epsilon \cos \phi - W \cos \phi$$
 (7)

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-196**

aceleración radial del movimiento curvilíneo:

Ecuación – Aceleración Radial

$$a_1 = \frac{V_{\infty}^2}{r_1}$$
 (8)

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-196**

r_1 es el radio de la curvatura de la dirección de vuelo, reemplazando fuerzas en (y) segunda ley de newton ec 3:

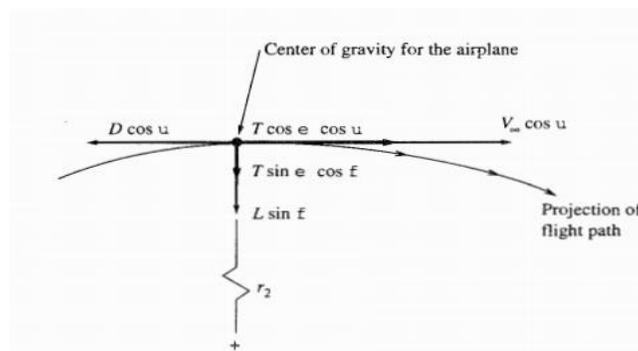
Ecuación – movimiento plano y

$$m \frac{V_{\infty}^2}{r_1} = T \cos \phi + T \sin \epsilon \cos \phi - W \cos \phi \quad (9)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-196

La proyección de la trayectoria de vuelo curvada en este plano horizontal, la ubicación del centro de gravedad del avión se muestra como el punto centrado, a partir de esta fig se realiza el diagrama de cuerpo libre.

Figura9: fuerzas proyectadas paralelo al eje de la tierra



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

considerando los componentes de fuerza perpendicular a la dirección de vuelo obtenemos:

Ecuación – Fuerzas perpendicular eje de la tierra

$$F_z = L \sin \phi + T \sin \epsilon \sin \phi \quad (10)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design.

McGraw-Hill. **P-197**

la aceleración radial instantánea a lo largo del plano curvilíneo

Ecuación – aceleración radial

$$a_2 = \frac{(V_\infty \cos\theta)^2}{r_2} \quad (11)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-197

reemplazando en la ley de newton a lo largo de la dirección perpendicular se obtiene:

Ecuación – movimiento plano z

$$m \frac{(V_\infty \cos\theta)^2}{r_2} = L \sin\phi + T \sin\epsilon \sin\phi \quad (12)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-197

estas tres ecuaciones halladas que describen el movimiento de traslación de un avión a través del espacio tridimensional sobre una tierra plana. se llaman ecuaciones de movimiento para el avión

7.2. ECUACIONES DE MOVIMIENTO, NIVEL DE VUELO ESTABLE

Ecuación – empuje, resistencia

$$T = D \quad (13)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-201

Ecuación – peso, sustentación

$$L = W \quad (14)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-201

las ecuaciones (12)y(13) se pueden obtener simplemente observando la figura 1 ilustra un vuelo estable y nivelado en el balance de fuerzas que se muestra, son casos especiales de las ecuaciones generales.

8. EMPUJE REQUERIDO

Una aeronave para que tenga un vuelo estable y nivelado a una velocidad dada y la altitud, se debe generar un empuje para superar exactamente la resistencia y para mantener el avión en marcha.

El empuje requerido para mantener estas condiciones de vuelo, el empuje TR depende de la velocidad, la altitud y la forma aerodinámica, el tamaño y el peso de la aeronave.

La aeronave tipo stol se calculará el empuje requerido a una altitud máxima de 25000 ft y asumiendo el payload de 19000 lb.

8.1. Datos técnicos obtenidos de la aeronave tipo stol.

- Área total de la envergadura de la aeronave (S)
= **950 ft²**
- Relación de Aspecto (AR)
= **10.0**
- Coeficiente de Drag a cero ($C_{D,0}$)
= **0.015**
- Factor de incidencia (K)
= 0.08
- Velocidad Máxima (V_{∞})
= **250 Knot = 1Knot = 1.69 ft/s = 421.9 ft/s**
- Valor estándar de la densidad a una altitud de (25000 ft)
 $\rho_{\infty} = 1.0663 \times 10^{-3} \text{ slug/ft}^3$
- **W = 24247 lb**, peso total de la aeronave Jetstream 32.

Cálculos:

Ecuación – coeficiente de sustentación

$$C_L = \frac{2w}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2 S} = \frac{2 \cdot (24247 \text{ lb})}{(1.0663 \times 10^{-3} \text{ slug/ft}^3) \cdot (421.9 \text{ ft/s})^2 (950 \text{ ft}^2)} = \mathbf{0.2689} \quad (15)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-204**

Ecuación – coeficiente Resistencia

$$C_D = C_{D,0} + KC_L^2 = 0.015 + 0.08(0.2689)^2 = \mathbf{0.0207} \quad (16)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-204**

Ecuación – empuje requerido

$$T_R = D = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_D = \frac{1}{2} (1.0663 \times 10^{-3} \text{ slug/ft}^3) (421.9 \text{ ft/s})^2 \quad (17)$$

$$(950ft^2)(0.0207) = \mathbf{1866.2 \text{ lb}}$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-204

Ecuación – sustentación

$$L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 SC_L = \frac{1}{2} (1.0663 \times 10^{-3}) (421.9^2) (950) (0.2689) = 24242.80 \text{ lb.}$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998) (18)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-205

Ecuación – q requerido

$$q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 = \frac{1}{2} (1.0663 \times 10^{-3}) (421.9^2) = 94.90 \text{ lb/ft}^2 \quad (19)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-212

Ecuación – resistencia al avance

$$D = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 SC_D = 1866.20 + 24242.80 = 26109 \text{ lb} \quad (20)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-211

Ecuación – Tasa de sustentación/resistencia

$$\frac{L}{D} = \frac{24242.80}{26109} = 0.92 \quad (21)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-209

Por lo tanto, para mantener el vuelo recto y nivelado a una velocidad de 250 ft/s a una altitud de 25000 ft, el avión requiere 1488.8 lb de empuje.

El cálculo de otros puntos sobre el empuje requerido. La curva para otras velocidades se tabula en la siguiente tabla.

Tabla2: Resultados para curva deseada del empuje requerido del Jetstream 32

V_{∞} (Knots)	V (ft/s)	CL	CD	TR (lb)
100	169	4,7872	1,8484	26739,0
150	253,5	2,1277	0,3772	12275,8
250	422,5	0,7660	0,0619	5599,7
300	507	0,5319	0,0376	4899,8
400	676	0,2992	0,0222	5129,4
500	845	0,1915	0,0179	6485,6
600	1014	0,1330	0,0164	8548,3
700	1183	0,0977	0,0158	11173,7
800	1352	0,0748	0,0154	14301,7
900	1521	0,0591	0,0153	17903,5
1000	1690	0,0479	0,0152	21964,1
1100	1859	0,0396	0,0151	26474,9
1200	2028	0,0332	0,0151	31430,6
1300	2197	0,0283	0,0151	36828,1
1400	2366	0,0244	0,0150	42665,2

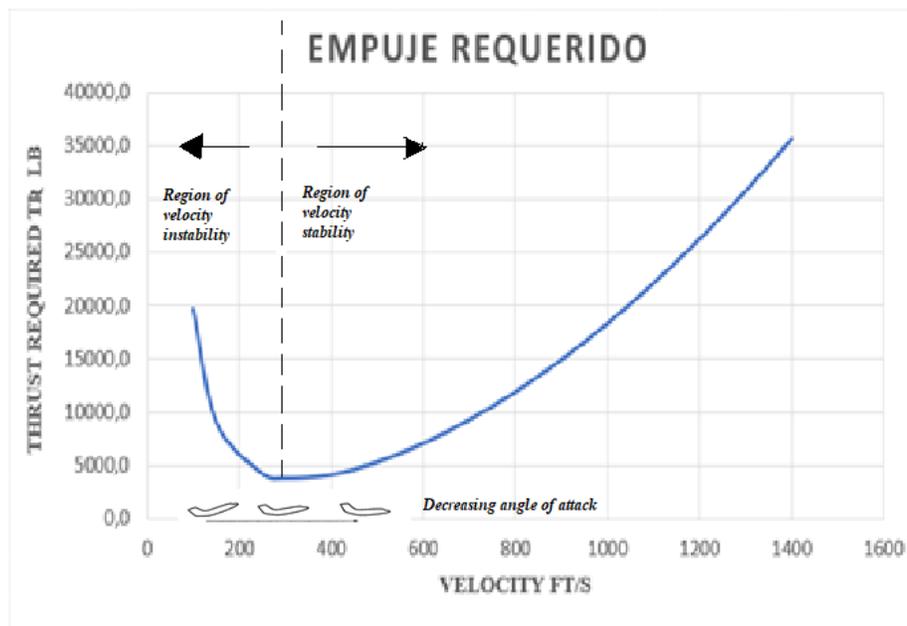
Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill, pág 205.

Según la tabla nos muestra el coeficiente de drag polar para esta gráfica, es decir el $C_D = 1.6285$ más el coeficiente de lift $C_L^2 = 4.4910$.

La variación del C_L como se muestra en la tabla, el valor más bajo de la V_{∞} el C_L son grandes. Pero a que aumenta el V_{∞} el C_L disminuye rápidamente ya que es para un vuelo estable nivelado $L = W$ y una velocidad muy baja, la elevación necesaria se genera volando a un alto coeficiente de elevación, por lo tanto en un alto ángulo de ataque a medida que la velocidad aumenta el C_L bajo se requiere para sostener el peso de la aeronave ya que se genera la sustentación necesaria progresivamente más por la creciente presión dinámica $\frac{1}{2}\rho V^2$. Cuando la velocidad (V_{∞}) aumenta, el ángulo de ataque del avión disminuye progresivamente.

Como podemos observar en la curva el TR disminuye primero a medida que aumenta la velocidad, alcanzando un mínimo valor y luego aumenta a medida que aumenta la velocidad.

Gráfica1: Curva de empuje requerido para el Jetstream 32 con un peso de 24247 lb Y una altitud de 25000 ft.

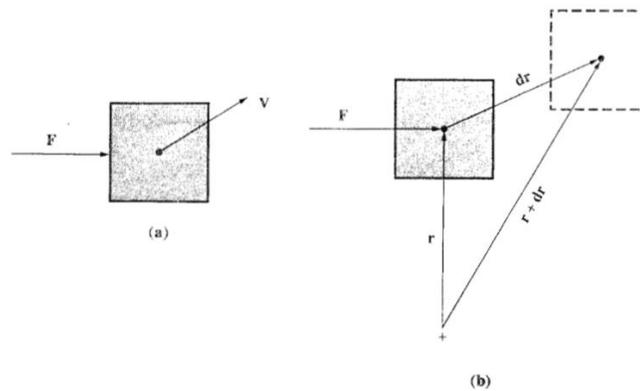


Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill, **pág 230**

9. POTENCIA REQUERIDA

Para definir el concepto de potencia requerida podemos definirla como una relación para el poder requerido. Se considera una fuerza F que actúa sobre un objeto que se mueve con la velocidad V . Tanto F como V son vectores y pueden tener diferentes direcciones, en algún momento el objeto está ubicado en una posición dada por el vector de posición r . Durante el incremento de tiempo dt , el objeto se desplaza a través del vector dr , que se muestra en la figura. El trabajo realizado en el objeto por la fuerza F que actúa a través del desplazamiento dr es $F \cdot dr$. El poder requerido es la tasa de tiempo de trabajo.

Figura10: Fuerza que actúan sobre un cuerpo. (a) fuerza y velocidad de vectores; (b)



Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill.

Ecuación – Potencia

$$\frac{dr}{dt} = V$$

$$\text{Power} = F \cdot V \quad (22)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-235

Esta ecuación analiza cuando la fuerza y la velocidad están en la misma dirección. Ahora la aplicaremos a un avión V . Se introdujo el concepto de empuje requerido T_R , donde $T_R = D$. La potencia requerida denotado por PR la ecuación sería.

Ecuación – Potencia requerida

$$PR = T_R V_{\infty} \quad (23)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-235

Con esta ecuación general podríamos hallar la potencia requerida, multiplicando el empuje requerido por la velocidad a través de la ecuación.

Para realizar la tabla de resultados para generar los datos requeridos para hallar la potencia requerida del Jetstream 32, se realizará una tabulación de T_R frente a V_{∞} . Se repite la misma tabulación del análisis de datos de la anterior tabla junto con las entradas para P_R se analizan primero en unidades de ft . lb/s y luego se convierten en unidades de potencia.

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} = 746 \text{ W}$$

Tabla3: Resultados para curva deseada para la potencia requerida del Jetstream 32

V_{∞} (Knots)	V (ft/s)	CL	CD	TR (lb)	PR (ft.lb/s)	PR (hp)
100	169	4,7872	1,8484	26739,0	4518890,5	8216,16
150	253,5	2,1277	0,3772	12275,8	3111911,33	5658,02
250	422,5	0,7660	0,0619	5599,7	2365874,28	4301,59
300	507	0,5319	0,0376	4899,8	2484193,86	4516,72
400	676	0,2992	0,0222	5129,4	3467507,69	6304,56
500	845	0,1915	0,0179	6485,6	5480336,17	9964,25
600	1014	0,1330	0,0164	8548,3	8668002,45	15760,00
700	1183	0,0977	0,0158	11173,7	13218517,5	24033,67
800	1352	0,0748	0,0154	14301,7	19335900,3	35156,18
900	1521	0,0591	0,0153	17903,5	27231284,2	49511,43
1000	1690	0,0479	0,0152	21964,1	37119360,3	67489,75
1100	1859	0,0396	0,0151	26474,9	49216759,6	89485,02
1200	2028	0,0332	0,0151	31430,6	63741245,4	115893,17
1300	2197	0,0283	0,0151	36828,1	80911277,1	147111,41
1400	2366	0,0244	0,0150	42665,2	100945762	183537,75

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill, pág
236.

La curva de potencia requerida es cualitativamente la misma forma que la curva de empuje requerida que se muestra en la gráfica de la curva, a bajas velocidades, el P_R disminuye primero a medida que aumenta la V_∞ . Luego pasa por un mínimo y finalmente aumenta a medida que aumenta el V_∞ .

Las razones físicas de esta forma son las mismas que se analizaron anteriormente con respecto a la forma de la curva de empuje requerida; es decir, a baja velocidad, el coeficiente de drag determina la potencia requerida y a alta velocidad el coeficiente de drag cero es el factor dominante. En conclusión, la curva requerida potenciada es diferente de la curva requerida de empuje.

Una ecuación simple para el P_R en términos de los coeficientes aerodinámicos se obtiene de la siguiente manera:

Ecuación – potencia requerida Ecu. Simple

$$P_R = T_R V_\infty = \frac{W}{C_L/C_D} V_\infty \quad (24)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-235

Cálculos:

- $P_R = T_R V_\infty = 1866.2 \text{ lb} \times 421.9 \text{ ft/s} = 787349.78 \text{ ft.lb/s}$

El resultado lo convertimos en Hp:

- $1 \text{ Hp} = 550 \text{ ft} \times \text{lb/s} = 746 \text{ W}$

Por lo tanto:

- $\frac{787349.78 \text{ ft.lb/s}}{550 \text{ ft.lb/s}} = 1431.54 \text{ W}$

Gráfica2: Curva de potencia requerida para el Jetstream 32 con un peso de 24247 lb
Y una altitud de 25000 ft



Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill, **pág 237**

10. VUELO EN ASCENSO (CLIMB)

Es la capacidad del avión para sobrevolar los obstáculos fundamentalmente de esta característica de ascenso que encuentra un poco de fuerza o turbulencia a cierta altitud y tenga la capacidad para enfrentar estos fenómenos

para las ecuaciones de vuelo en ascenso estable se tienen en cuenta las ecuaciones de movimientos, pero en este caso el ángulo de banqueo es cero y queda denotada de la siguiente manera

Ecuación – movimiento igual cero del eje x

$$T \cos \epsilon - D - W \sin \theta = 0 \quad (25)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-265

Ecuación – movimiento igual a cero eje y

$$L + T \sin \epsilon - w \cos \theta = 0 \quad (26)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-265

para una ecuación de mayor simplicidad de vuelos en ascenso estable se asume la línea de empuje en la dirección del vuelo dando como resultado $\epsilon = 0$ remplazando en las ecuaciones respectivamente

Ecuación – movimiento con épsilon igual a cero del eje

$$T - D - W \sin \theta = 0; \quad (27)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-265

Ecuación – movimiento con épsilon igual a cero del eje

$$L - W \cos \theta = 0 \quad (28)$$

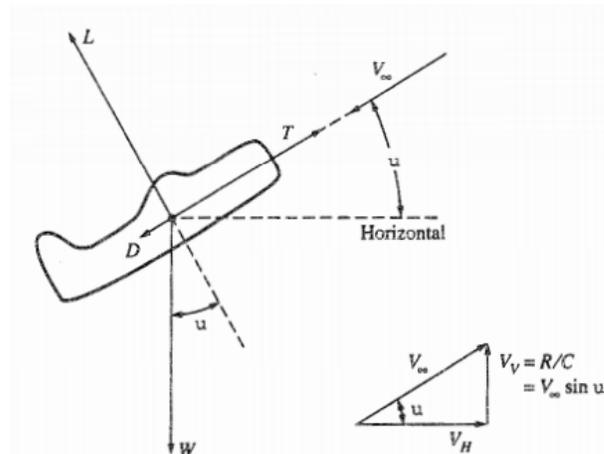
Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-265

10.1. TASA DE ASCENSO

La relación de ascenso es dada por R/C mostrado en la figura

Figura11: figura fuerza y velocidad de ascenso.



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

podemos decir que el R/C es igual a

Ecuación – Tasa de ascenso

$$R/C = \frac{\text{excessPower}}{W} = \frac{P_{Amax} - P_R}{W} = \frac{T_{Amax}V_\infty - Dv_\infty}{W} \quad (29)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-266

Cálculos:

reemplazando valores de la aeronave en un vuelo Recto nivelado

$$T_A = 27700lb$$

$$V_\infty = 421.9ft/s$$

$$D = 26109lb$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{C} &= \frac{\text{excessPower}}{W} = \frac{R}{C} = \frac{27700 * 421.9 - 26109 * 421.9}{24247} \\ &= 27,7ft/s \end{aligned}$$

rata de ascenso mínimo el resultado fue 27,7 ft/s ahora procedemos a calcular R/C máximo si se necesita llegar a una altitud indicada en menor tiempo

Ecuación – Relación empuje sobre peso

$$\frac{T}{W} = \frac{27700}{24247} = 1.08 \quad (30)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-279

Ecuación – Relación peso, superficie alar

$$\frac{W}{S} = \frac{24247}{950} = 25.52 \quad (31)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-279

Ecuación – Velocidad

$$Z = 1 + \sqrt{1 + \frac{3}{(L/D)^2(T/W)^2}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{3}{(0.92)^2(1.08)^2}} = 3.01 \quad (32)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-280

$$(R/C_{max}) = \left[\frac{(W/S)Z}{3\rho_{\infty}C_{D,0}} \right]^{1/2} * \left(\frac{T}{W} \right)^{1/3} * \left[1 - \frac{z}{6} - \frac{3}{2(T/W)^2(L/D)^2Z} \right]$$

$$(R/C_{max}) = \left[\frac{(25.52)3.01}{3 * 1.668 * 10^{-3} * 0.015} \right]^{1/2} * (1.08)^{1/3} * \left[1 - \frac{3.01}{6} - \frac{3}{(1.08)^2(0.92)^2 * 3.01} \right]$$

$$(R/C_{max}) = 164 \text{ ft/s}$$

ahora procedemos hallar el ángulo max de ascenso

Ecuación – Ángulo máximo

$$\sin\theta_{max} = \frac{T}{W} - \frac{1}{(L/D)_{max}} = 1.08 - \frac{1}{0.92} = 0.421 \quad (33)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-280

$$\theta_{max} = 24,89$$

la aeronave podrá ascender con un ángulo máximo de 24,89 a una velocidad max dado lo siguiente:

Ecuación – Velocidad máxima

$$V_{\theta_{max}} = \sqrt{\frac{2}{\rho_{\infty}} * \frac{K^{1/2}}{C_{D,0}} * \frac{W}{S} * \cos\theta} \quad (34)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-280

$$V_{\theta_{max}} = \sqrt{\frac{2}{1.0666 * 10^{-3}} * \frac{0.08^{1/2}}{0.015} * 25.52 * \cos 24.89} = 200,25 \text{ ft/s}$$

Estas ecuaciones son calculadas para un turbojet con especificaciones del jetstream 32 que son similares a las propuestas por el concurso de la FUERZA AEREA COLOMBIANA cumpliendo con los requisitos solicitados

estos datos también los podemos confirmar con la siguiente tabla teniendo datos específicos para su obtención

11. RANGO Y ENDURANCE

11.1. Rango

El rango es la distancia total desde un punto a otro punto, atravesada por una aeronave con una carga de combustible reflejada por la letra (R).

Hay una ecuación general para hallar el rango, la única restricción es para un vuelo estable y nivelado sin vientos en contra ni vientos en cola. Dicha ecuación se mantiene para un avión propulsado por hélice con un motor alternativo.

El rango está influenciado por la relación de elevación a arrastre, consumo de combustible específico, velocidad y la cantidad inicial de combustible. La ecuación es la siguiente:

Ecuación – Rango

$$R = \frac{V_{\infty}}{c_t} \frac{L}{D} \ln \frac{W_0}{W_1} \quad (35)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-295**

Con esta ecuación podemos obtener lo siguiente:

- ✓ Un vuelo con un máximo L/D .
- ✓ Tiene una mejor eficiencia de hélice posible.
- ✓ Tiene el consumo específico más bajo.
- ✓ Tiene la mayor proporción posible de peso bruto a peso vacío.

11.2. Términos:

- W_0 – Peso bruto del avión incluyendo todo; carga completa de combustible, carga útil, tripulación, estructura etc.
- W_f – Peso del combustible; este valor instantáneo y cambia a medida que el combustible es consumido durante el vuelo.
- W_1 – Peso del avión cuando los depósitos del combustible están vacíos.
- W – Peso del avión.
- \dot{W}_f – Peso específico del combustible.
- P – Potencia del eje.
- P_A = Potencia disponible.
- T – Empuje total disponible del motor.
- T_p – Empuje de la hélice.
- T_j – Empuje del turbo propulsor del motor.
- η_{PR} – Eficiencia de la Hélice.
- c – Consumo específico del combustible.
- c_t – Empuje específico del consumo de combustible.
- ρ_{∞} - Densidad.
- S – Área total de la aeronave.
- E – Endurance.

Ecuaciones:

$$\checkmark W = W_1 + W_f$$

$$\checkmark c = -\frac{\dot{W}_f}{P} \quad = \text{Es negativo porque en vuelo se consumió el combustible y por lo tanto:}$$

$$\checkmark W \text{ y } W_f \text{ están disminuyendo.}$$

$$\checkmark c_t = -\frac{\dot{W}_f}{T} \quad \text{ó} \quad c_t = \frac{cV_\infty}{\eta_{PR}}$$

$$\checkmark T = T_P + T_j$$

Calculo del rango del Jetstream 32

- $\dot{W}_f = 0.534 \text{ lb} / (\text{hp.h})$ = Peso específico de combustible.
- $W_f = 454 \text{ lb}$ = Peso del combustible.
- $W = 10236 \text{ lb}$ = Peso solamente de la estructura de la aeronave.
- $W_0 = 24247 \text{ lb}$ = Peso total de la aeronave con payload y combustible.
- $W_1 = 10690 \text{ lb}$ = Peso de la estructura de la aeronave con combustible.
- $c = 1.3 \text{ lb}/(\text{lb.h})$ = Consumo específico del combustible.
- $T = 3220\text{N} = 723.88 \text{ lb.ft}$ = Empuje total de la aeronave.

- $P = T V_\infty = 723.88 \text{ lb.ft} \cdot 421.9 \text{ ft/s} = 305404.97 \text{ lb.ft}^2/\text{s}$

Ecuación – Potencia disponible.

$$P_A = \eta_{PR} P = 0.32 \cdot 305404.97 = 91621.49 \text{ lb.ft}^2/\text{s} \quad (36)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-156**

Ecuación – Empuje específico del consumo de combustible.

$$c_t = -\frac{\dot{W}_f}{T} = -\frac{0.534}{3220} = -1.6583 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad (37)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-180**

Ecuación – Eficiencia de la Hélice.

$$\eta_{PR} = \frac{c_t}{cV_\infty} = \frac{1.6583^{-4}}{1.3 \times 421.9} = 0.32 \quad (38)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-180**

- $R = \frac{V_\infty}{c_t} \frac{L}{D} \ln \frac{W_0}{W_1} = \frac{421.9}{1.6583^{-4}} (0.92) \left(\ln \frac{24247lb}{10236lb} \right) = 2018524.03 \text{ ft.}$

Pasarlo a millas:

$$R = \frac{2018524.03}{5280} = 382.29 \text{ mi} = 615.23 \text{ km}$$

Cuando menor sea el número de libras de combustible consumido por milla, mayor será la distancia que puede volar la aeronave, es decir, será mayor el alcance.

Donde V_∞ está en millas por hora, a partir de la gráfica anterior las libras mínimas de combustible consumido por milla se obtiene con un mínimo de HP_R / V_∞ .

11.3. Endurance

El endurance tiene como fin el análisis de cómo puede mantener una aeronave permanecer en el aire durante el mayor tiempo posible. Lo que se quiere llegar es que la aeronave tenga una larga resistencia, en conclusión, la resistencia es la cantidad de tiempo que un avión puede permanecer en el aire con una carga de combustible. Veremos cuales son las ecuaciones para hallar la endurance de la aeronave.

Ecuación – Endurance

$$E = \frac{1}{c_t} \frac{L}{D} \ln \frac{W_0}{W_1} \quad (39)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-303**

Calcular "E":

$$E = \left(\frac{1}{1.6583^{-4}} \right) (0.92) \left(\ln \frac{24247}{10236} \right) = 6030.27 * 0.92 * 2.36 = 13092.92s$$

$$E = \frac{13092.92s}{3600s} = \mathbf{3.6 \text{ h}}$$

La anterior ecuación se refiere a la resistencia máxima para un avión propulsado por hélice. El consumo de combustible específico para aviones propulsados se da en términos de potencia en lugar de empuje.

Las condiciones de vuelo para la máxima duración y rango. Además, los parámetros de resistencia son diferentes para los aviones con un motor a propulsión y los motores por propulsión a chorro.

La resistencia en términos de libras de combustible consumidas por hora, cuanto menor sea el número de libras de combustible consumido por hora, más tiempo podrá el avión permanecer en el aire, es decir, más durara la resistencia.

Para un avión de hélice el consumo se basa en la potencia. La expresión convencional para el consumo específico de combustibles (SFC) se da términos de unidades inconsistentes de caballos de fuerza y horas.

Donde el motor proporciona directamente los caballos de fuerza del freno del eje al eje. A su vez, la potencia disponible para el avión viene dada por:

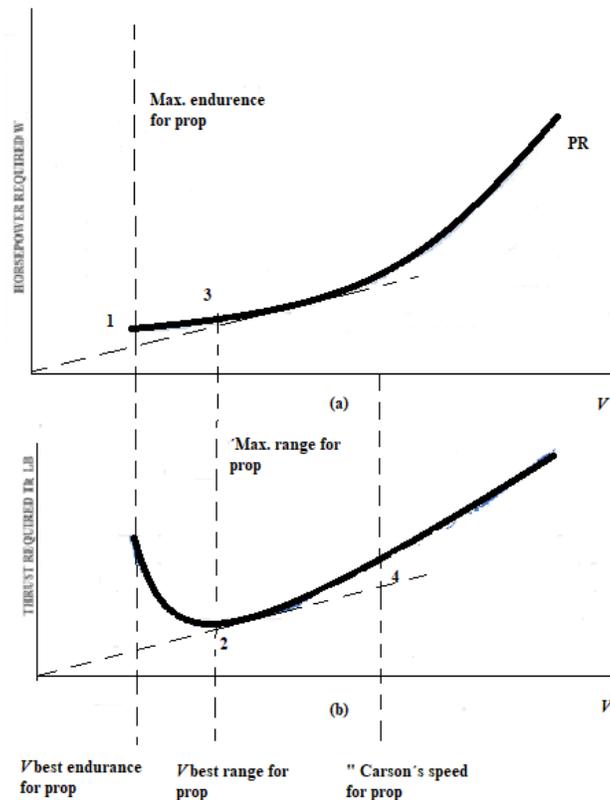
En vuelo estable y nivelado, la potencia disponible es igual a la potencia requerida $HP_A = HP_R$. Por lo tanto, a partir de la anterior ecuación podemos hallar la relación:

Por lo tanto, las libras mínimas de combustible consumidas por hora se obtienen con el mínimo HP_R . Este punto mínimo en la curva de potencia requerida está etiquetado como punto 1 de la figura de abajo.

Este punto define las condiciones para la máxima resistencia para un avión propulsado por hélice.

Además, en este punto también corresponde a la aerodinámica condición de vuelo $(C_L^{3/2}/C_D)_{max}$. La velocidad a la que ocurre esto, es en el vuelo para una mejor resistencia para un avión propulsado por hélice. Toda esta información está relacionada con el punto 1 de la gráfica de abajo.

Gráfica3: Condiciones de máximo rango y endurance del Jetstream 32.



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill, pág 307

Nota: El "Carson's speed" equivale a $1.32V(\frac{L}{D})_{max}$. Se refiere que al volar a la cantidad mínima de libras de combustible consumidas por unidad de velocidad. El avión impulsado por hélice debe volar a $(C_L^{1/2}/C_D)_{max}$. La velocidad correspondiente es más rápida que la de

$(L/D)_{max}$. Esta velocidad ha llegado a llamarse "Carson's". Esta velocidad es ciertamente una velocidad de crucero más práctico. Es la velocidad para aeronaves propulsadas por hélice, aunque el rango resultante será menor que el rango máximo posible. En vuelo de esta velocidad Carson's, en vuelo a esta velocidad es la forma que las aeronaves desperdician combustible.

12. VIRAJES

La trayectoria de vuelo y las fuerzas ejercidas por el avión en un giro de nivel se bosquejan en la fig 6.1 la trayectoria es curva en contraste con el movimiento rectilíneo, por lo cual un giro de nivel la altitud permanece constante, la relación entre las fuerzas requeridas para un giro se detalla en la siguiente ilustración

12.1. Las ecuaciones de movimientos con virajes

Se pueden denotar como la magnitud de la sustentación y el valor de phi son ajustadas a la componente vertical igual que el peso como resultado.

Ecuación – Magnitud de Sustentación

$$L \cos \phi = W$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-323 (40)

El diagrama de fuerza generalidad para un avión en ascenso y con bancada esto está dado para un vuelo estable y nivelado los ángulos son igual a cero y asumiendo el vector velocidad igual a cero llegando a la siguiente ecuación:

Ecuación – Relación de Fuerza centrífuga y Fuerza radial

$$m \frac{V_{\infty}^2}{R} = L \sin \theta \quad (41)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-323**

Las dos características de rendimiento de mayor importancia en el giro son

1. el radio de viraje
2. la rata de viraje $\omega = d\psi/dt$ donde ψ es definido en la figura, la rata de viraje es simplemente la velocidad angular local del avión a lo largo de la curvatura de dirección de vuelo

Por lo cual las ecuaciones de radio de viraje y rata de viraje son las siguientes:

Ecuación – Movimiento Mínimo de Radio

$$R = \frac{4K(W/S)}{g\rho\sqrt{1 - 4KC_{D,0}/(T/W)}} \quad (42)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-331**

$$R = \frac{4 * 0.08(25.52)}{32.2 * 1.0663 * 10^{-3} \sqrt{1 - 4(0.08)(0.015)/(1.08)^2}} = 239 ft$$

Ecuación – Velocidad Movimiento Mínimo de Radio

$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{4k(W/S)}{\rho_{\infty}(T/W)}} = \sqrt{\frac{4(0.08)(25.52)}{1.0663 * 10^{-3}(1.08)}} = 70,91 ft/s \quad (43)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-330**

La aeronave puede hacer un viraje de un radio de 239 ft una velocidad máxima de 70,91 ft/s , después de obtener estos resultados procedemos hallar la rata de viraje que es dada por la siguiente ecuación:

Ecuación – Tasa Maxima de Movimiento

$$\omega = g \sqrt{\frac{\rho}{W/S} \frac{T/W}{2K} - \left(\frac{C_{D,0}}{K}\right)^{1/2}} = 32.2 \sqrt{\frac{1.0663 * 10^{-3}}{25.52} \frac{1.08}{2(0.08)} - \left(\frac{0.015}{0.08}\right)^{1/2}} \quad (44)$$

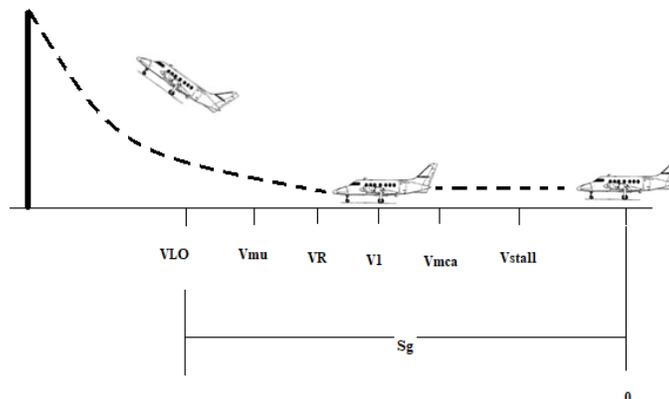
Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-332

$$= 0.52 \text{ rad/s} = 29.8 \text{ Grados}$$

13. TAKEOFF AND LANDING PERFORMANCE

13.1. Takeoff

Figura12: Segmentos intermedios de la rotación desde tierra del Jetstream 32



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

A medida que el avión acelera desde la velocidad cero, en algún punto alcanzará la velocidad de calado V_{stall} .

El avión continúa acelerando hasta alcanzar la velocidad mínima de control en tierra indicado por la V_{mcg} . Esta es la velocidad mínima a la que se puede generar suficiente fuerza aerodinámica en la aleta vertical con timón de desviación, mientras el avión sigue rodando por el suelo para producir una orientación y un momento suficiente para contrarrestar lo que se produce cuando hay una falla del motor para una aeronave multimotor.

Si el avión estuviera en el aire sin el tren de aterrizaje en contacto con la tierra, la velocidad mínima requerida para el control de desvío en caso de fallo del motor es ligeramente mayor que V_{mcg} . Esta velocidad se denomina velocidad de control mínima en el aire denotado por V_{mca} . Para la rotación que se le llama al levantamiento de la nariz de la aeronave al momento de elevarse, V_{mca} es esencialmente una velocidad de referencia, el avión todavía está en tierra cuando esta velocidad es alcanzada.

El avión continúa acelerando hasta que alcanza la velocidad de decisión, denotado por V_1 . Esta es la velocidad a la que el piloto puede continuar con éxito el despegue, aunque se produzca un fallo de motor en una aeronave en ese momento. Esta velocidad debe ser igual o mayor que V_{mcg} para mantener el control del avión. Un nombre descriptivo para V_1 es la velocidad crítica de falla del motor. Si un motor falla antes de que se logre el V_1 , el despegue debe ser detenido. Si un motor falla después de que se alcance el V_1 , todavía se puede lograr el despegue.

El avión continúa acelerando hasta la velocidad de rotación de despegue, denotado por V_R . A esta velocidad, el piloto entra en ascenso de flexionando la rotación del avión para aumentar el ángulo de ataque, por lo tanto, para aumentar C_L , el ángulo máximo de ataque alcanzado durante la rotación debería no exceder el ángulo de ataque estancado. En realidad, todo lo que se necesita es un ángulo de ataque lo suficientemente alto como para producir una elevación a la velocidad dada mayor que el peso, por lo que el avión se levante del suelo. Sin embargo, incluso este ángulo de ataque puede no ser alcanzable por que la cola puede arrastrar el pavimento de la pista. (Distancia del pavimento hacia la cola después de la rotación es una característica de diseño importante para el avión, impuesta por el despegue considerada).

Si la rotación del avión está limitada por la distancia del pavimento hasta la cola, el avión debe continuar acelerando mientras rueda por el pavimento después de la rotación alcanzando, hasta que se alcanza una velocidad más alta donde, de hecho, el ascenso se hace más grande el peso. Esta velocidad se denomina velocidad mínima de despegue,

indicada por V_{mu} . Para la definición del V_{mu} , se supone que el ángulo de ataque alcanzado durante la rotación es la máxima permitida por la holgura de la cola.

Sin embargo, para mayor seguridad, el ángulo de ataque después de la rotación es ligeramente menor máximo permitido por el espacio libre de la cola, y el avión continúa acelerando a una velocidad ligeramente más alta, llamada velocidad de despegue, denotada por V_W . Este es el punto en el que el avión realmente se levanta del suelo. La distancia total recorrida a lo largo del pavimento hasta este punto es el balanceo del suelo S_g .

13.2. Cálculo de la rotación desde la tierra

Las fuerzas que actúan sobre el avión durante el despegue. Adicionalmente a las fuerzas de empuje, peso, elevación y arrastre, hay una resistencia a la rodadura R , causado por la fricción entre los neumáticos y el suelo. Esta fuerza de resistencia viene dada por:

Ecuación – Cálculo de Rotación de la aeronave

$$R = \mu_\gamma (W - L) \quad (45)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-355

Donde μ_γ es el coeficiente de fricción de rodadura ($W - L$) es la fuerza neta normal ejercida entre los neumáticos y el suelo. Sumando fuerzas paralelas al suelo y empleando la segunda ley de Newton, tenemos:

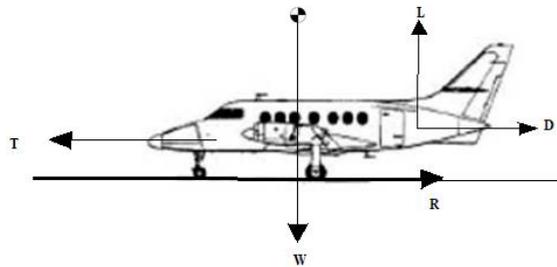
Ecuación – Cálculo de movimiento para el movimiento durante el aterrizaje

$$m \frac{dV_\infty}{dt} = T - D - R \quad (46)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-355

Figura13: Fuerzas que actúan en una aeronave durante el takeoff y landing del Jetstream 32.



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

Ecuación – Cálculo de movimiento para el movimiento durante el aterrizaje

$$m \frac{dV_{\infty}}{dt} = T - D - \mu_{\gamma} (W - L) \quad (47)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-355

La ecuación anterior es la ecuación del avión durante el despegue. El empuje del motor T, en general varía con la velocidad durante el recorrido del terreno. Para un motor recíproco de hélice, la potencia disponible es razonablemente constante con V_{∞} . $P = V_{\infty} T$, durante la rotación desde la tierra.

Ecuación – Empuje total disponible del motor para motor de hélice recíproco.

$$T = \frac{const}{V_{\infty}} \quad (48)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-356

El arrastre D varía con la velocidad de acuerdo a la siguiente ecuación:

Ecuación – Arrastre

$$D = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_D + \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_L \quad (49)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-206**

Tabla4: Valores de coeficientes de fricción del terreno.

Surface	$\mu\gamma$ (Typical Values)	
	Brakes off	Brakes on
Hormigón seco / asfalto	0,03-0,05	0,3-0,5
Hormigón mojado / asfalto	0,05	0,15-0,3
Hielo concreto / asfalto	0,02	0,06-0,10
Césped duro	0,05	0,4
Tierra caliente	0,04	0,3
Césped suave	0,07	0,2
Hierba mojada	0,08	0,2

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill, pág 358.

El peso W generalmente se considera ser constante, aunque está disminuyendo ligeramente debido al consumo de combustible durante el despegue.

El ascenso L esta dado por:

Ecuación – Sustentación

$$L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_L \quad (50)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-358**

El coeficiente de sustentación es del ángulo de ataque del avión que rueda a lo largo del suelo. A su vez, el ángulo de ataque durante el movimiento de tierra es el diseño característico del avión, determinada por el ángulo de incidencia incorporado de la cuerda del ala y por la orientación incorporada de la línea central del avión, relativo al suelo debido a la diferencia de la altura del tren principal en relación con el tren de nariz.

13.3. Análisis aproximado de la rotación de la aeronave desde el suelo.

Lo anterior determina el rendimiento de despegue, recordando que (s) es la distancia a lo largo del suelo.

Por lo tanto, suponiendo que K_T y K_A son constantes permitiendo una distancia igual NV_{LO} para la fase de rotación donde $N=3$ para aeronaves de gran envergadura y $N=1$ para aeronaves pequeñas, el balanceo en tierra se puede aproximar con la siguiente ecuación:

Ecuación – Balanceo desde de la pista

$$s_g = \frac{1}{2gK_A} \ln \left(1 + \frac{K_A}{K_T} V_{LO}^2 \right) + NV_{LO} \quad (51)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-361

Se puede hacer una evaluación analítica rápida de la rotación de la aeronave.

Una forma analítica para s_g que más claramente ilustra los parámetros de diseño que gobierna el rendimiento de despegue.

Ecuación – Rendimiento de despegue

$$s_g = \frac{WV_{LO}^2}{2g} \left[\frac{1}{T-D-\mu_v(W-L)} \right]_{0.7V_{LO}} + NV_{LO} \quad (52)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-361

Tabla5: Valores aerodinámicos para el $(C_L)_{max}$ para hallar el V_{stall} .

High-Lift Device		Typical Flap Angle		$(C_L)_{max}/\cos \Lambda$	
Trailing Edge	Leading Edge	Takeoff	Landing	Takeoff	Landing
Plain		20°	60°	1.4–1.6	1.7–2.0
Slotted flap		20°	40°	1.5–1.7	1.8–2.2
Fowler flap					
	single-slotted	15°	40°	2.0–2.2	2.5–2.9
	double-slotted	20°	50°	1.7–1.95	2.3–2.7
	double-slotted slat	20°	50°	2.3–2.6	2.8–3.2
	triple-slotted slat	20°	40°	2.4–2.7	3.2–3.5

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill.

Ecuación – Velocidad de perdida

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2}{\rho_{\infty}} \frac{W}{S} \frac{1}{(C_L)_{max}}} \quad (53)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. **P-362**

La velocidad de perdida aumenta la altitud disminuyendo la densidad. Solo aplica para aviones que vuelan a grandes alturas.

Calculo para hallar el $(C_L)_{max}$, V_{stall} , V_{LO} , T , V_{∞} y K_T :

Nota: Se toma como referencia a la tabla de valores el número de $(C_L)_{max} / \cos \Delta$, el valor de 2.2 Cos 22° 40 ya que el Jetstream 32 tiene solo 1 alerón.

- $\frac{(C_L)_{max}}{\cos \Delta} = 2.2$
- $(C_L)_{max} = 2.2 \cos 22^{\circ}40 = 2.04$
- $V_{stall} = \sqrt{\frac{(2)}{1.0663x^{-3}} \frac{10236}{950} \frac{1}{2.04}} = \sqrt{\frac{20472}{1.01*2.04}} = 99.67 \text{ ft/s}$
- $V_{LO} = 1.1V_{stall} = 1.1 (99.67) = 109.63 \text{ ft/s}$

Nota: $T = 3220\text{N} = 723.88 \text{ lb.ft}$, por lo tanto queremos hallar la $(const)$

- $T = \frac{const}{V_{\infty}} = const = T \cdot V_{\infty} = 723.88 * 421.9 = 305404.97$

$$V_{\infty} = 0.7V_{LO} = 0.7 \times 109.63 \text{ ft/s} = 76.74 \text{ ft/s}$$

- $K_T = \left(\frac{T}{W} - \mu_\gamma\right)_{0.7V_{LO}} = \frac{723.88lb \cdot ft}{10236lb} - 0.04 = -0.03$

$\frac{W}{S}$ está en unidades de Newtons por metro cuadrado y m está en unidades de kilogramos. $1 lb = 4.448 N$, $1 ft = 0.3048 m$ y $1 lb_m = 0.4536 kg$.

- $\frac{W}{S} = \frac{10236lb}{950ft^2} \frac{4.448N}{1lb} \left(\frac{1ft}{0.3048m}\right)^2 = 515.80 N/m^2$
- $m = 24247 lb_m \frac{0.4536kg}{1lb_m} = 10998.43 kg$

Para analizar K_A , se necesita la siguiente información. El aumento en el coeficiente de resistencia a la elevación cero debido al aterrizaje extendido en el engranaje se analiza en la siguiente ecuación:

Ecuación – Aumento de coeficiente de resistencia a la elevación a cero

$$\Delta C_{D,0} = \frac{W}{S} K_{uc} m^{-0.215} \quad (54)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-357

Donde $\frac{W}{S}$ es la carga del ala, la masa máxima del avión y el factor K_{uc} depende de la cantidad de flexión del flap. Con deflexión de la aleta, el flujo del aire promedio la velocidad sobre la parte inferior del ala es más baja de lo que sería sin una deflexión de la aleta. Es decir, la solapa desvía o bloquea parcialmente el flujo del aire sobre la superficie inferior. Por lo tanto, el arrastre del tren de aterrizaje es menor con la deflexión de la aleta que su valor sin desviación de la aleta.

Nota: como K_{uc} es una constante se tomo como valor de 4.5×10^{-5} para poder hallar el $\Delta C_{D,0}$.

Calculamos $\Delta C_{D,0}$:

$$\Delta C_{D,0} = \frac{W}{S} K_{uc} m^{-0.215} = (515.80) (4.5 \times 10^{-5}) (10998.43)^{-0.215} = 3.139^{-3}$$

Donde h es la altura del ala sobre el suelo y b es la envergadura. El factor K_3 es reducido por el factor G debido al efecto del suelo. Además, porque no se produce arrastre de onda a bajas velocidades para el despegue, $K_2 = 0$. Con todo lo anterior, el Drag polar convencional debe ser modificado para tener en cuenta los efectos durante el rodamiento de la aeronave sobre el suelo.

Es interesante observar que el coeficiente de resistencia a la elevación cero es más del doble por el extendido tren de aterrizaje. El valor de $K_1 = 0.02$. También el valor de $e = 0.9$

Ecuación – Coeficiente de rozamiento del suelo

$$G = \frac{\left(\frac{16h}{b}\right)^2}{1 + \left(\frac{16h}{b}\right)^2} = \frac{\left[16\left(\frac{5.6}{75}\right)\right]^2}{1 + \left[16\left(\frac{5.6}{75}\right)\right]^2} = 0.588 \quad (55)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-357

Nota: h es la altura del ala desde el suelo y b es la envergadura de la aeronave.

Finalmente, como se pudo analizar asumiremos que $C_L = 0.1$ durante el lanzamiento al suelo.

$$\begin{aligned} K_A &= -\frac{\rho_\infty}{2\left(\frac{W}{S}\right)} \left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(K_1 + \frac{G}{\pi e AR} \right) C_L^2 - \mu_\gamma C_L \right] \\ &= \frac{1.0663 \times 10^{-3}}{2\left(\frac{10236}{950}\right)} \left[0.015 + 3.139 \times 10^{-3} + \left[0.02689 + \frac{0.588}{\pi(0.9)(10.0)} \right] (0.2689)^2 - (0.04)(0.2689) \right] \\ &= 4.9342 \times 10^{-5} \times 0.0658 \times 0.0615 = 1.9967 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

En el cálculo anterior para K_A , tenemos en cuenta que la contribución debida al arrastre, al arrastre de elevación cero.

Ecuación – Arrastre de elevación

$$C_{D,0} + \Delta C_{D,0} = 1.6285 + 7.43 \times 10^{-3} = 1.6359 \quad (56)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-366

Es mucho más grande que el de arrastre debido a la elevación.

$$\left(K_1 + \frac{G}{\pi eAR}\right) C_L^2 = 0.0407 \times 0.0723 = 2.94^{-3}$$

Dejando N=1 tenemos:

Nota: (g) = 32.2 valor de la gravedad en sistema inglés.

Ecuación – Distancia de la rotación de la aeronave

$$s_g = \frac{1}{2gK_A} \ln \left(1 + \frac{K_A}{K_T} V_{LO}^2 \right) + NV_{LO} \quad (57)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-366

$$s_g = \frac{1}{2(32.2)(-5.5008 \times 10^{-5})} \ln \left(1 + \frac{(1.9967 \times 10^{-7})}{5.06 \times 10^{-3}} (109.63)^2 \right) + 1(109.63)$$

$$= (-282.28) (0.38) + (109.63) = 23636 \text{ ft}$$

Consideramos las ecuaciones de radio de giro para las maniobras de giro de nivel, tirón hacia arriba y tirón hacia abajo.

$$\text{Pull up} \quad R = \frac{V_\infty^2}{g(n+1)}$$

Con $V_\infty = 1.15 V_{stall}$ y $n = 1.19$

Ecuación – Radio de giro

$$R = \frac{(1.15V_{stall})^2}{g(1.19-1)} \quad (58)$$

$$R = \frac{6.96(V_{stall}^2)}{g}$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-366**

Para calcular el segmento aerotransportado de la distancia total de despegue S_a , es decir, esa distancia recorrida sobre el suelo, mientras que en el aire es necesario para despejar un obstáculo de 35 ft, usamos la siguiente ecuación:

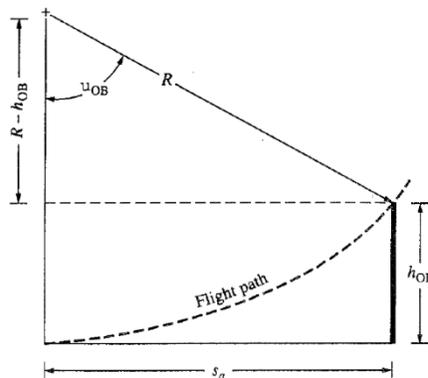
Ecuación – Ángulo de giro

$$\theta_{OB} = \cos^{-1} \left(1 - \frac{h_{OB}}{R} \right) \quad (59)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-366**

θ_{OB} es el ángulo incluido de la trayectoria de vuelo entre el punto de despegue y que para despejar el obstáculo de altura h_{OB} .

Figura14: Boceto para el cálculo de unidad mientras se aerotransporta.



Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill

También geoméricamente tenemos la siguiente ecuación:

Ecuación – Distancia del terreno

$$S_a = R \sin \theta_{OB} \quad (60)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-364

En resumen, para calcular la distancia a lo largo del terreno cubierto por el aerotransportado segmento, debemos tener en cuenta:

- Calcular R.
- Para la altura de obstáculo dada por h_{OB} , calcular el θ_{OB} .
- Calcular S_a .

Calcularemos la distancia total takeoff del Jetstream 32.

$$R = \frac{6.96(99.67)^2}{32.2} = 2147.24 \text{ ft}$$
$$\theta_{OB} = \cos^{-1} \left(1 - \frac{35}{2147.24} \right) = 10.35^\circ$$

$$S_a = 2147.24 \sin 10.35^\circ = 1234.60 \text{ ft}$$

Ecuación – Distancia Total de Terreno para el despegue

$$\text{Distancia total del takeoff} = S_g + S_a = 216.89 \text{ ft} + 1234.60 \text{ ft} = 1451.49 \text{ ft} \quad (61)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)

Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-367

14. LANDING

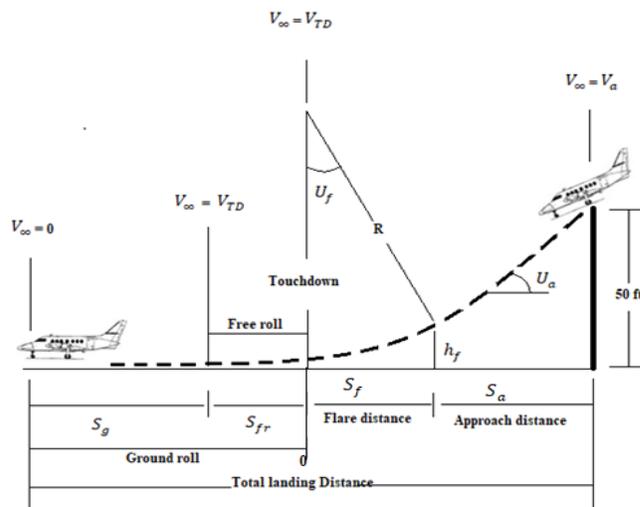
El análisis del rendimiento de aterrizaje de un avión es algo similar al despegue solo que es a la inversa.

Considere la posibilidad de un avión en un aterrizaje, comienza cuando el avión va descendiendo a 50 ft de altura. En ese instante, el avión está en aproximación en línea recta con ángulo θ_a . La velocidad del avión al momento del descenso reflejada por la letra V_a , debe ser igual a V_{stall} para aviones comerciales y $1.2 V_{stall}$ para aviones militares. La distancia h_f sobre el suelo, el avión comienza la bengala, que es la transición de la trayectoria de aproximación en línea recta en ángulo de inclinación horizontal a la tierra. La trayectoria del vuelo para la inclinación del avión para el aterrizaje, se puede considerar circular con un radio R. La distancia a lo largo del suelo desde el obstáculo hasta el punto de inicio de la inclinación, es la distancia de aproximación S_a . El aterrizaje ocurre cuando las ruedas tocan el pavimento de la pista. La distancia sobre el suelo cubierto durante el destello es la distancia de destello S_f .

La velocidad de aterrizaje está identificada como V_{TD} , que es $1.15 V_{stall}$ para aviones comerciales y $1.1 V_{stall}$ para aviones militares.

Después de haber tocado tierra la aeronave, la aeronave está en marcha libre durante unos segundos antes de que el piloto aplique los frenos y/o inversor de empuje. La distancia de balanceo libre es lo suficientemente corta como para que la velocidad sobre esta longitud se suponga constante, igual a V_{TD} . La distancia que el avión rueda sobre el suelo desde el aterrizaje hasta el punto donde la velocidad va a cero se denomina movimiento de tierra S_g .

Figura15: Recorrido y distancia de aterrizaje del Jetstream 32



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill

Según lo que podemos observar de la gráfica, se evidencia que la distancia de aproximación S_a , depende del ángulo de aproximación θ_a y la altura h_f . A su vez, θ_a depende de T/W y L/D . Esto se puede evidenciar en la figura de abajo, que muestra el diagrama de fuerza de una aeronave en la trayectoria de vuelo de aproximación, suponiendo condiciones de equilibrio.

Ecuación – Aproximación de la distancia de aterrizaje

$$L = W \cos \theta_a \quad (62)$$

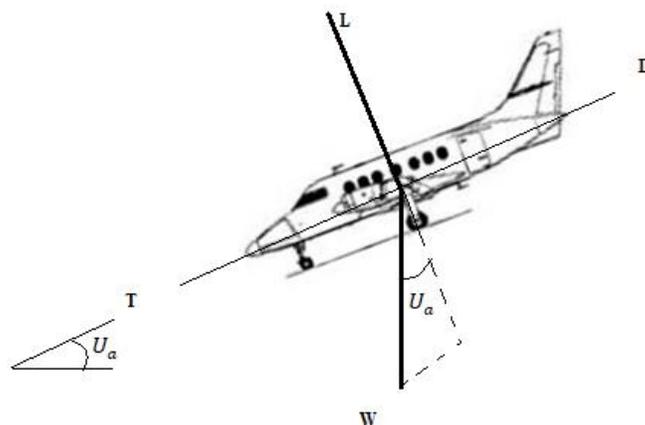
$$D = T + W \sin \theta_a$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-368

De la anterior ecuación obtenemos:

$$\sin \theta_a = \frac{D-T}{W} = \frac{D}{W} - \frac{T}{W}$$

Figura16: Diagrama de fuerza para el aterrizaje del Jetstream 32.



Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill

El ángulo de aproximación suele ser pequeño para la mayoría de los casos. En el libro de John D. Anderson, establece que para aviones de transporte $\theta_a \leq 3^\circ$. Por lo tanto, $\cos \theta_a \approx 1$ y $L \approx W$.

Ecuación – Ángulo de aproximación para el aterrizaje

$$\sin \theta_a = \frac{1}{L/D} - \frac{T}{W} \quad (63)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-368

La altura h_f se puede calcular a partir de la construcción.

Ecuación – Altura de aproximación

$$h_f = R - R \cos \theta_f \quad (64)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-369

Sin embargo, debido a que la trayectoria de vuelo de arco circular de la línea es tangente a la aproximación y cuando aterriza. Por lo tanto $\theta_f = \theta_a$:

Ecuación – Altura de aproximación

$$h_f = R (1 - \cos \theta_a) \quad (65)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-369

R se obtiene suponiendo que $V_\infty = V_a 1.3 V_{stall}$ para aeronaves comerciales y $1.2 V_{stall}$ para aeronaves militares $V_{TD} = 1.15 V_{stall}$ para aeronaves comerciales y $1.1 V_{stall}$ para aeronaves

militares, con una velocidad promedio $V_f = 1.23 V_{stall}$ para aeronaves comerciales y $1.15 V_{stall}$ para aeronaves militares. Con un factor de carga $n = 1.2$ rendimiento.

Ecuación – Radio de la distancia geométrica de aterrizaje.

$$R = \frac{V_f^2}{0.2g} \quad (66)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-369

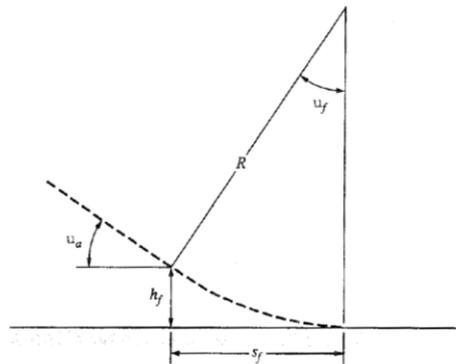
Finalmente, con R , θ_a y h_f , puede ser calculado y S_a se obtiene de la siguiente manera:

Ecuación – Distancia de aproximación

$$S_a = \frac{50 - h_f}{\tan \theta_a} \quad (67)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-369

Figura17: Geometría del ángulo de aterrizaje.



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hil

Calculo del ángulo de aterrizaje.

Ecuación – Distancia del ángulo de aproximación

$$S_f = R \sin \theta_f \quad (68)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-369

Desde $\theta_f = \theta_a$ entonces:

Ecuación – Distancia del ángulo de aproximación

$$S_f = R \sin \theta_a \quad (69)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-369

Calculo del recorrido en la pista.

El diagrama de fuerza para el avión durante el aterrizaje en el recorrido de la aeronave en la pista. Por lo tanto, la ecuación de movimiento es la misma. Sin embargo, la práctica normal de aterrizaje asume que, al momento del aterrizaje, el empuje del motor se reduce, llamado ralentí. En este caso con $T = 0$, entonces:

Ecuación – Recorrido de la pista

$$m \frac{dV_\infty}{dt} = -T_{rev} - D - \mu_Y (W - L) \quad (70)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-370
El valor de D puede aumentar implementando spoilers, frenos de velocidad o rampas droge. Tener en cuenta que $\frac{dV_\infty}{dt}$ será una cantidad negativa; es decir, el avión desacelerara durante el recorrido de la aeronave en la pista. J_A y J_T son constantes de distancias para el aterrizaje.

Para el aterrizaje en el momento que la aeronave hace contacto con la pista (**Free roll**) depende en gran parte de la destreza que tenga el piloto que este maniobrando la aeronave en ese momento y suele durar entre 1 a 3 segundos dejando que N sea el incremento de tiempo para que deje la aeronave su caída libre por causa de la gravedad. Tenemos que $S_{fr} = N V_{TD}$ que será el rendimiento para el total de la distancia recorrida de la aeronave en la pista.

Ecuación – Recorrido Total de la fricción pista

$$S_f = N V_{TD} + \frac{1}{2gJ_A} \ln \left(1 + \frac{J_A}{J_T} V_{TD}^2 \right) \quad (71)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-372

Esta ecuación nos servirá para calcular el recorrido que realiza la aeronave en la pista una vez hecho el free roll.

Una forma analítica para el S_g que ilustra detalladamente los parámetros de diseño que analiza el rendimiento de aterrizaje se puede obtener en la siguiente ecuación:

Ecuación – Rendimiento de aterrizaje

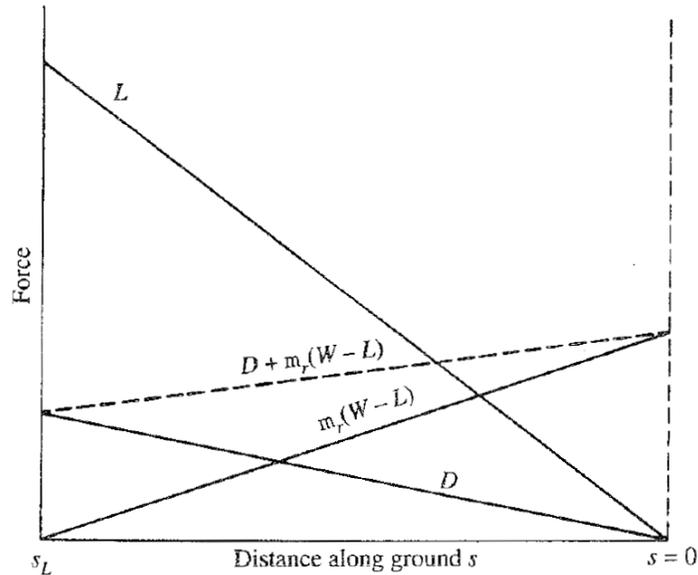
$$S_f = N V_{TD} + \frac{WV_{TD}^2}{2g} \left[\frac{1}{T_{rev} + D + \mu_\gamma(W-L)} \right]_{0.7V_{TD}} \quad (72)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-372

En la suma de estas variables, $T_{rev} + D + \mu_\gamma(W - L)$ es la fuerza neta que actúa en la dirección horizontal sobre el avión durante el aterrizaje. En la figura de abajo se muestra un esquema de la variación de las fuerzas que actúan durante el aterrizaje sobre la pista, con la excepción de T_{rev} .

La aplicación del inventar de empuje, es una cuestión de la técnica del piloto y puede aplicarse solo para un determinado segmento del aterrizaje sobre la pista.

Figura18: Esquema de la variación típica de fuerzas que actúan en un avión durante el aterrizaje.



Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill

La velocidad de touchdown V_{TD} no debe ser inferior a jV_{stall} donde $j = 1.15$ para aeronaves comerciales y $j = 1.1$ para aeronaves militares.

Ecuación – Velocidad de perdida

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2 W}{\rho_{\infty} S C_{Lmax}}} \quad (73)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-373

La ecuación para el recorrido en tierra de aterrizaje es igual que la ecuación del takeoff. Los parámetros de diseño que tienen un efecto importante en el aterrizaje.

El S_g depende de la carga del ala, el coeficiente de elevación y la relación inversa máxima de empuje.

Ecuación – Rotación del aterrizaje análogo

$$S_g = jN \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{Lmax}}} + \frac{j^2 \left(\frac{W}{S}\right)}{g \rho_\infty (C_L)_{max} \left(\frac{T_{rev}}{W} + \frac{D}{W} + \mu_\gamma \left(1 - \frac{L}{W}\right)\right) 0.7 V_{TD}} \quad (74)$$

Fuente: Anderson, J. D. *Aircraft performance and design* En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. P-373

Calcularemos la distancia del Landing para el Jetstream 32

Nota:

Para el cálculo de la distancia total del landing, tomamos como referencia el mismo peso bruto de despegue **24247 lb**. No se va usar el inversor de empuje y que la pista es de concreto seco con un valor de frenado $\mu_\gamma = 0.4$ y el ángulo de aproximación es de 3° .

- Primero calculamos la velocidad de parada para el aterrizaje. De la misma tabla que utilizamos para el takeoff. Los flaps desviados en la posición de aterrizaje, tomamos $C_{Lmax} / \cos \Delta = 2.7$. Con el barrido de las alas en un ángulo de $\Delta = 27^\circ 40'$, $(C_L)_{max} = 2.2 \cos 22^\circ 40' = 2.04$, valores respectivamente analizados del Jetstream 32.

Tabla6: Valores aerodinámicos para el $(C_L)_{max}$ para hallar el V_{stall} .

High-Lift Device		Typical Flap Angle		$(C_L)_{max} / \cos \Lambda$	
Trailing Edge	Leading Edge	Takeoff	Landing	Takeoff	Landing
Plain		20°	60°	1.4–1.6	1.7–2.0
Slotted flap		20°	40°	1.5–1.7	1.8–2.2
Fowler flap					
	single-slotted	15°	40°	2.0–2.2	2.5–2.9
	double-slotted	20°	50°	1.7–1.95	2.3–2.7
	double-slotted	slat	20°	2.3–2.6	2.8–3.2
	triple-slotted	slat	20°	2.4–2.7	3.2–3.5

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill.

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2}{\rho_{\infty}} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{Lmax}}} = \sqrt{\frac{2}{1.0663 \times 10^{-3}} \frac{10236}{950} \frac{1}{2.04}} = \sqrt{\frac{20472}{2.06}} = 99.68 \text{ ft/s}$$

Para un avión comercial, la velocidad de vuelo promedio durante la inclinación es:

$$V_f = 1.23 V_{stall} = 1.23 (99.68) = 122.60 \text{ ft/s}$$

Y la velocidad de aterrizaje es:

Ecuación – Velocidad de aterrizaje

$$V_{TD} = 1.15 V_{stall} = 1.15 (99.68) = 114.63 \text{ ft/s} \quad (75)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
 Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill. **P-374**

$$R = \frac{V_f^2}{0.2g} = \frac{122.60^2}{0.2(32.2)} = 2333.96 \text{ ft} = \text{Radio de la distancia geométrica de aterrizaje.}$$

$$h_f = R (1 - \cos \theta_a) = 2333.96 (1 - \cos 3^\circ) = 3.19 \text{ ft}$$

La distancia de aproximación se obtiene de:

$$S_a = \frac{50 - h_f}{\tan \theta_a} = \frac{50 - 3.19}{\tan 3^\circ} = 893.18 \text{ ft}$$

La distancia de inclinación:

$$S_f = R \sin \theta_a = 2333.96 (\sin 3^\circ) = 122.15 \text{ ft.}$$

El recorrido de la aeronave los valores de J_T y J_A que son las constantes de velocidades se obtienen por medio de la siguiente ecuación. Recordemos que T_{rev} es una constante por lo tanto su valor será $T_{rev} = 0$.

$$J_T = \frac{T_{rev}}{W} + \mu_\gamma = 0 + 0.4 = 0.4$$

Nota: Recordemos que para $C_{D,0}$ y $\Delta C_{D,0}$ utilizamos los mismos valores del takeoff.

Ecuación – Coeficiente de recorrido

$$J_A = \frac{\rho_\infty}{2(\frac{W}{S})} \left[C_{D,0} + \Delta C_{D,0} + \left(k_1 + \frac{G}{\pi e AR} \right) C_L^2 - \mu_\gamma C_L \right] \quad (76)$$

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-371

$$\begin{aligned} &= \frac{1.0663 \times 10^{-3}}{2 \left(\frac{10236}{950} \right)} \left[0.015 + 3.139 \times 10^{-3} + \left[0.02689 + \frac{0.588}{\pi(0.9)(10.0)} \right] (0.2689)^2 - (0.04)(0.2689) \right] \\ &= -4.9342 \times 10^{-5} \times 0.0658 \times 0.0615 = -1.9967 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

Calcularemos el rendimiento de aterrizaje con $N = 3$ s, es el tiempo que el tren principal demora en tocar la pista.

$$S_g = NV_{TD} + \frac{1}{2gJ_A} \ln \left(1 + \frac{J_A}{J_T} V_{TD}^2 \right)$$

$$S_g = 3(114.63) + \frac{1}{2(32.2)(-1.9967 \times 10^{-7})} \ln \left[1 + \frac{-1.9967 \times 10^{-7}}{0.4} (114.63^2) \right]$$

$$= 343.89 + 1201 = 1544.89 \text{ ft}$$

Ecuación – Coeficiente de recorrido

$$\text{Total de la distancia del Landing} = S_a + S_f + S_g = 893.18 \text{ ft} + 122.15 \text{ ft} + 1544.89 \quad (77)$$

= 2.560.22 ft.

Fuente: Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998)
Bibliografía: Anderson, J. (1998). Aircraft performance and design. McGraw-Hill. P-375

15. CONCLUSIONES

- Según de las ecuaciones de movimiento también se procedió hallar el ángulo máximo de viraje para la aeronave que es muy importante para las consideraciones del despegue y aterrizaje que según los requisitos del concurso tiene que ser de 900 metros tanto el despegue como aterrizaje, que fue cumplida por el análisis de performance. para que puedan ser remplazadas con el estudio aerodinámico propuesto por el grupo de diseño de la aeronave.
- Se observa el resultado de la distancia total que quiere la aeronave para el despegue, y el resultado obtenido es menor que la distancia de aterrizaje. Esta distancia se encuentra bajo los parámetros solicitados por la FAC, por lo tanto, cumple con los requisitos establecidos.
- En el factor de sustentación/resistencia, el resultado que se calcule fue favorable, ya que este coeficiente tiene que ser menor para que la aeronave tipo stol, pueda cumplir con los parámetros establecidos para el diseño de la aeronave.

16. REFERENCIAS

1. Transición al turbohélice. (2018). Retrieved from <http://www.takeoffbriefing.com/transicion-al-turbohelice/>
2. Geoffrey Smith, G., & Sheffield, F. (1958). *Las turbinas de gas y la propulsión a reacción*. Barcelona: Reverté.
3. Smith, G., & Sheffield, F. (1958). *Las Turbinas de gas y la propulsión a reacción*. Barcelona: Reverté.
4. Fernández de Bobadilla y Mantilla de los Ríos, J. (1949). *Máquinas de combustión interna*. Madrid: Dossat.
5. "RENDIMIENTO (PERFORMANCE)", *Manualvuelo.com*, 2018. [Online]. Available: <http://www.manualvuelo.com/PRE/PRE45.html>. [Accessed: 29- Oct- 2018].
6. Anderson, J. D. Aircraft performance and design En el texto: (Anderson, 1998) Bibliografía: Anderson, J. (1998). *Aircraft performance and design*. McGraw-Hill.
7. Administration, F. (2012). *Aircraft weight and balance handbook*. [Place of publication not identified]: Www Militarybookshop Co U.
8. **Airlife's commercial aircraft and airliners** (Simpson, 1999) **Bibliografía:** Simpson, R. (1999). *Airlife's commercial aircraft and airliners*. Shrewsbury: Airlife.

