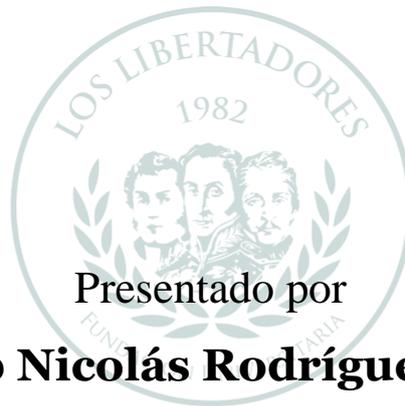


---

**OPTIMIZACIÓN DE UN PERFIL  
AERODINÁMICO PARA UNA AERONAVE  
CATEGORÍA *COMMUTER* TIPO *STOL*  
UTILIZANDO TÉCNICAS NO  
TRADICIONALES**

---



**Jhosep Nicolás Rodríguez Nieto**

**Duvan Stiven Espejo Rodríguez**

**LOS LIBERTADORES**  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

**Fundación Universitaria Los Libertadores**

Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas

Programa de Ingeniería Aeronáutica

Bogotá D.C, Colombia

2019



# LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Página dejada en blanco intencionalmente.

---

OPTIMIZACIÓN DE UN PERFIL AERODINÁMICO  
PARA UNA AERONAVE CATEGORÍA *COMMUTER*  
TIPO *STOL* UTILIZANDO TÉCNICAS NO  
TRADICIONALES

---

Presentado por

**Jhosep Nicolás Rodríguez Nieto**

**Duvan Stiven Espejo Rodríguez**

En cumplimiento parcial de los requerimientos para optar por el  
título de

**Ingeniero Aeronáutico**

*Dirigido por*

**Msc. John Jairo Vaca Rios**

*Codirector*

**Msc. Pedro David Bravo Mosquera**

*Presentado a*

*Programa de Ingeniería Aeronáutica*

*Fundación Universitaria Los Libertadores*

*Bogotá D.C, Colombia*

2019



# LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Página dejada en blanco intencionalmente.

Notas de aceptación

---

---

---

---

---

---

---

---



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Bogotá D.C, Diciembre 2019



# LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Página dejada en blanco intencionalmente.



# LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Las directivas de la Fundación Universitaria Los Libertadores, los jurados calificadores y el cuerpo docente no son responsables por los criterios e ideas expuestas en el presente documento. Estos corresponden únicamente a los autores y a los resultados de su trabajo.



# LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Página dejada en blanco intencionalmente.

# Dedicatoria

Primero que todo a Dios y a la vida por iluminar mi camino en momentos que se veía oscuro y además mantener mi objetivo claro, que es convertirme en ingeniero aeronáutico.

A mis padres quienes creyeron en mí y además me apoyaron desde el primer momento en que decidí tomar este camino. Regalándome algo que, aunque pasen los años será mío hasta el último de mis días.

A mi novia, hermanos, familiares, amigos y compañeros quienes estuvieron muy presentes durante este tiempo ayudándome con cada inconveniente que se me presento tanto emocional como académicamente.

*Duván Stiven Espejo Rodríguez*

Este proyecto se ha convertido en un gran reto y por medio de este he descubierto las habilidades y capacidades que he obtenido en toda mi carrera de formación como ingeniero, la culminación de este es un motivo de orgullo puesto que es el último peldaño para culminar la carrera de ingeniería aeronáutica, quiero dedicar este trabajo de grado a:

Todas aquellas personas que siempre creyeron en mí, que me impulsaron a seguir tras este sueño y me dieron valor para culminarlo a pesar de sentir que ya no podía dar más, también a aquellas personas que siempre me desmotivaban en diferentes sentidos, pero siempre me han impulsado a demostrar que con esfuerzo y dedicación todo se puede lograr.

*Jhosep Nicolás Rodríguez Nieto*



# LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Página dejada en blanco intencionalmente.

# Agradecimientos

Mi madre, **Claudia Nieto** quien a lo largo de su vida se ha esmerado para ofrecerme lo mejor olvidándose en ocasiones de ella misma, me ha demostrado que las cosas se logran con sacrificio y esfuerzo; siempre ha sido mi guía dándome la libertad necesaria para crecer como persona, agradezco infinitamente a Dios por haberme puesto en tu vida todo lo que soy en este momento ha sido gracias a ella, te amo infinitamente.

Mis abuelos, **Ana Gómez** y **Mario Nieto** por ser un soporte para mi madre y para mi sin importar las circunstancias, han sido un ejemplo de vida demostrando la constancia, que a pesar de que la vida tiene obstáculos con esfuerzo y sacrificio se puede levantar la cabeza y seguir caminando sin tener que hacer el mal a nadie.

Mis abuelos, **Rosalba Martínez** y **Gilberto Rodríguez** quienes han sido un apoyo fundamental para este logro que me han impulsado anímicamente para seguir en los momentos difíciles de este arduo camino y me han demostrado que puedo contar con ellos en cualquier dificultad que se presente en el camino.

Mis compañeros, **Sebastián Reyes**, **Manuel Ávila**, **Sebastián Merchán**, **Joisse Rodríguez**, **Juan David Velandia** por ser un apoyo durante las diferentes etapas de este proceso, sin importar en qué momento han estado presentes se convirtieron en personas en las cuales se puede confiar y que no han sido solo compañeros en la Universidad si no que se han presentado diferentes momentos para compartir por lo cual hoy los considero mis amigos.

A todos los docentes que me enseñaron y me guiaron al transcurso de esta carrera, que me formaron académicamente pero además me hicieron crecer como persona, espero poder demostrar todo lo aprendido durante estos 5 años en el ámbito laboral para que se sientan orgullosos.

En especial a mi compañero **Duván Espejo**, por ser un pilar fundamental en el transcurso de esta carrera, la persona más constante en el camino con la cual pudimos vencer todos los obstáculos que se nos presentaron, que nos apoyamos en los momentos más difíciles, gracias por impulsarme en aquellos momentos cuando no poseía la suficiente energía para continuar con esto, por su comprensión y colaboración siempre.

*Jhosep Nicolás Rodríguez Nieto*

A mis padres porque sin su apoyo el camino que he recorrido hubiese sido más difícil de recorrer y por qué despertar cada mañana con un aliento de seguir adelante fue fundamental para hoy poder decir lo logre, mil y mil gracias los amo con todo el corazón.

A mis compañeros, amigos y profesores por cada uno de los conocimientos individuales que me otorgaron para poder obtener el conocimiento que hoy tengo.

A mi compañero de grado Jhosep Nicolás Rodríguez Nieto por formar parte de este equipo, confiando en mis conocimientos y habilidades, además por construir esta fuerte amistad que fue capaz de sacar adelante este proyecto.

*Duvan Stiven Espejo Rodríguez*

Los autores de este proyecto queremos agradecer al **MEng. John Jairo Vaca Rios**, tutor y director de este proyecto, por todo el apoyo y los conocimientos aportados durante el desarrollo de este proyecto, por su entrega desde el primer momento e impulsarnos a que este proyecto se hiciera realidad; agradecemos de igual forma por ser un ejemplo de ser humano.

Agradecemos al **Ing. Pedro David Bravo Mosquera**, codirector de este proyecto quien nos orientó en los momentos donde se nos presentaban dificultades sobre algunos de los temas desarrollados dentro de este proyecto.



**LOS LIBERTADORES**  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA



# LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Página dejada en blanco intencionalmente.

# Índice general

Índice de figuras .....	16
Índice de graficas.....	17
Índice de Tablas.....	18
Capítulo 1 .....	21
Introducción.....	21
Capítulo 2 .....	22
2.1 Planteamiento del Problema .....	22
2.2 Objetivos .....	23
2.2.1 Objetivo General.....	23
2.2.2 Objetivos Específicos .....	23
2.3 Justificación .....	24
Capítulo 3 .....	25
Marco Teórico.....	25
3.1 Perfil Aerodinámico.....	25
3.2 Coeficientes Aerodinámicos. ....	26
3.3 Numero Reynolds .....	28
3.4 Número de MACH.....	30
3.5 Familia de perfiles PARSEC.....	30
3.5.1 Parámetros.....	31
3.6 <i>SOFTWARE</i> XFLR5.....	33
3.6.1 Método PANEL en perfiles aerodinámicos. ....	35
3.6.2 Condición de Kutta. ....	36
Capítulo 4 .....	38
Metodología aplicada .....	38
4.1 Comparar perfiles característicos de aeronaves tipo <i>STOL</i> .....	39
4.2 Aplicación Método PARSEC .....	41
4.2.1 Determinación de los coeficientes .....	43
4.3 Extracción de datos XFLR 5 .....	44

<b>Capítulo 5</b> .....	<b>45</b>
<b>Análisis y Resultados</b> .....	<b>45</b>
5.1 Análisis de perfiles característicos para aeronaves tipo <i>STOL</i> .....	45
5.1 Parámetros del perfil base .....	47
5.2 Variación de Parámetros .....	49
5.2.1 Determinación de los coeficientes .....	54
5.2.2 Evaluación de los coeficientes .....	55
5.3 Simulación de perfiles Aerodinámicos .....	56
<b>Capítulo 6</b> .....	<b>65</b>
<b>Conclusiones y Recomendaciones</b> .....	<b>65</b>
6.1 Conclusiones .....	65
6.2 Recomendaciones .....	65
<b>Bibliografía</b> .....	<b>67</b>
<b>Apéndice A</b> .....	<b>68</b>
Coeficientes obtenidos para cada geometría generada .....	68
<b>Apéndice B</b> .....	<b>70</b>
Coordenadas de los perfiles optimizados con respecto al E555 .....	70
Espesor angular del borde de salida “ $\beta_{bs2}$ ” .....	70
Posición del máximo del extradós “ $x_{emax2}$ ” .....	71
Posición del borde de salida “ $y_{bs2}$ ” .....	72
Posición del borde de salida “ $y_{bs3}$ ” .....	73
Curvatura en máximo extradós “ $y'_{emax1}$ ” .....	74
Curvatura en el mínimo extradós “ $y'_{imin1}$ ” .....	75
Magnitud del mínimo intradós “ $y_{imin2}$ ” .....	76
Magnitud del mínimo intradós “ $y_{imin3}$ ” .....	77
Variación de los diez parámetros en simultaneo “VAR02” .....	78
Variación de los diez parámetros en simultaneo “VAR03” .....	79

# Índice de figuras

Figura 1. Parámetros geométricos de un perfil.....	26
Figura 2. Perfil parsec .....	32
Figura 3. Dcretización de la superficie por medio del método panel.....	36
Figura 4. Flujo no viscoso sobre un perfil aerodinámico con la condición de kutta aplicada .....	37
Figura 5. Metodología aplicada para la optimización de un perfil aerodinámico. ....	38
Figura 6. Determinación de la función.....	47
Figura 7. Parametrización del perfil aerodinámico con solid edge .....	48
Figura 8. Variación radio del borde de ataque .....	51
Figura 9. Variación radio del borde de ataque .....	51
Figura 10. Variación de la magnitud del máximo extradós .....	51
Figura 11. Variación de la curvatura en el máximo extradós.....	52
Figura 12. Variación de la posición del máximo intradós.....	52
Figura 13. Variación de la magnitud del mínimo intradós.....	52
Figura 14. Variación de la curvatura en el mínimo intradós.....	53
Figura 15. Variación de la posición del borde de salida .....	53
Figura 16. Variación del ángulo del borde de salida.....	53
Figura 17. Variación del espesor del ángulo borde de salida.....	54
Figura 18. Geometrías generadas con la variación de los diez parámetros en simultáneo. ....	54
Figura 19. Comparación geométrica entre los perfiles con mejor eficiencia aerodinámica con respecto al e555.....	64

# Índice de graficas

Gráfica 1. Variación del coeficiente de sustentación ( $c_l$ ) con respecto al ángulo de ataque.....	45
Gráfica 2. Variación del coeficiente de arrastre ( $c_d$ ) respecto al ángulo de ataque. ....	46
Gráfica 3. Variación de la eficiencia aerodinámica ( $c_l/c_d$ ) respecto al ángulo de ataque.....	46
Gráfica 4. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro $\alpha$ <b><math>bs</math></b> .....	57
Gráfica 5. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>\beta bs</math></b> .....	57
Gráfica 6. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>rba</math></b> .....	58
Gráfica 7. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación de los diez parámetros en simultáneo.....	58
Gráfica 8. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>xemax</math></b> .....	59
Gráfica 9. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>ximin</math></b> .....	60
Gráfica 10. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>ybs</math></b> .....	60
Gráfica 11. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>y''emax</math></b> .	61
Gráfica 12. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>y''imin</math></b> ..	61
Gráfica 13. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>yemax</math></b> ...	62
Gráfica 14. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro <b><math>yimin</math></b> .....	62
Gráfica 15. Perfiles con mayor eficiencia aerodinámica comparados con el e555.....	64

## Índice de Tablas

TABLA 1. Criterio de transición ( $n_{crit}$ ) con respecto a la situación de simulación .....	34
TABLA 2. Parámetros obtenidos del perfil e555.....	49
TABLA 3. Variación de los parámetros.....	50
TABLA 4. Coeficientes obtenidos del código de matlab para cada variación.....	55
TABLA 5. Comparación de la eficiencia aerodinámica.....	63



**LOS LIBERTADORES**  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

# Abreviaturas

<b>STOL</b>	Short take-off and landing
<b>PARSEC</b>	Parametric section
<b>Cl</b>	Coefficiente de <i>lift</i>
<b>Cd</b>	Coefficiente de <i>drag</i>
<b>Cm</b>	Coefficiente de momentum
<b>Cl/Cd</b>	Eficiencia aerodinámica
<b>GA</b>	Genetic Algoritm
<b><math>\rho</math></b>	Densidad
<b><math>\alpha</math></b>	Angulo de ataque
<b><math>\mu</math></b>	Viscocidad dinámica
<b>V</b>	Velocidad
<b>L</b>	<i>Lift</i> (sustentación)
<b>D</b>	<i>Drag</i> (arrastre)
<b>M</b>	Momentum
<b>Re</b>	Número de Reynolds
<b><math>\bar{c}</math></b>	Cuerda media aerodinámica
<b>M</b>	Número de MACH
<b><math>\gamma</math></b>	Relación de calores específicos
<b>R<sub>air</sub></b>	Constante del aire
<b>T</b>	Temperatura
<b>OpPoint</b>	Puntos de Operación
<b>MSL</b>	Mean sea level (Nivel medio del mar)
<b>Cr</b>	Cuerda de Raiz
<b>Ct</b>	Cuerda de Tip
<b><math>\lambda</math></b>	Taper Ratio
<b>MAC</b>	Mean aerodynamic chord



LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

# OPTIMIZACIÓN DE UN PERFIL AERODINÁMICO PARA UNA AERONAVE CATEGORÍA *COMMUTER* TIPO *STOL* UTILIZANDO TÉCNICAS NO TRADICIONALES

## Resumen

En este trabajo de grado se presenta el procedimiento para la optimización de un perfil aerodinámico, en este caso para ser aplicado en una aeronave tipo *STOL* categoría *Commuter*. Esto es desarrollado por medio de un estudio de perfiles aerodinámicos con características geométricas y aerodinámicas particulares de estas aeronaves, para así obtener un perfil base al cual se le realizará la correspondiente optimización.

Para empezar con el procedimiento aplicado se debe realizar la parametrización del perfil seleccionado por medio del método PARSEC (parametric section), método que tiene en cuenta 11 parámetros de diseño los cuales están relacionados con los polinomios que describen tanto el intradós como el extradós del perfil aerodinámico. Relacionando de este modo los parámetros con la geometría del perfil, lo que permite generar nuevas geometrías a partir del perfil original variando los 11 parámetros de diseño.

Para cada geometría generada se realizó un análisis aerodinámico con el *software* XFLR 5 con el fin de obtener los coeficientes aerodinámicos generados por cada uno de los perfiles. Estos coeficientes son comparados respecto al perfil base seleccionado, con el objetivo de evidenciar la optimización en la eficiencia aerodinámica ya sea encontrando un aumento del  $c_l$  (coeficiente de *lift*) o una disminución en el  $c_d$  (coeficiente de *drag*).

Durante el desarrollo se determinó que es posible establecer cuales parámetros del perfil cuentan con la relevancia para aumentar la eficiencia aerodinámica, siendo el espesor del borde de salida, la posición del borde de salida y la magnitud del mínimo intradós los parámetros que mejor eficiencia brindan respecto a sus variaciones, cabe resaltar que la optimización de un perfil aerodinámico utilizando este procedimiento resulta válido únicamente para análisis en velocidades subsónicas.

**Palabras claves:** PARSEC, eficiencia, optimización, perfil aerodinámico, XFLR 5.

# Capítulo 1

## Introducción

El proceso de diseño de una aeronave contempla una serie de parámetros que están en función del tipo de misión, ergonomía, costo, tipo de operación, entre otros; por lo cual es necesario ser precisos en cada fase de diseño de la aeronave, uno de los factores más importantes es el diseño del plano debido a que es la superficie que genera mayor sustentación con el fin de vencer la fuerza de gravedad y elevarse (Mohammad H. Sandrey, 2013, pg. 172). Dentro del diseño del plano es necesario tener un perfil aerodinámico, por medio de la geometría del perfil se genera la distribución de presiones en la superficie del plano, el proceso de diseño de un perfil aerodinámico es complicado por la cantidad de tiempo necesario en este proceso resultando costoso, por lo tanto, autores como Mohammad H. Sadraey en 2013 recomiendan realizar la selección del perfil aerodinámico de una línea base con perfiles característicos del tipo de aeronave que se va a diseñar teniendo en cuenta el tipo de misión y operación.

En este proyecto se pretende facilitar el proceso de diseño de un perfil aerodinámico por medio de optimización, para esto es necesario tener claro el tipo de misión y de operación para el cual va a ser empleado el perfil. Para poder realizar la optimización del perfil debe ser tomada en cuenta la teoría relacionada con los perfiles aerodinámicos, que son y cómo funcionan, métodos de parametrización y como el programa XFLR 5 que es un *software* de licencia libre desarrolla las ecuaciones de flujo para obtener coeficientes aerodinámicos.

La eficiencia aerodinámica en un perfil es un tema de gran importancia en el diseño de una aeronave debido a que este puede modificar todo el comportamiento de la misma (Mohammad H. Sandrey, 2013, pg. 170), a pesar de ser un parámetro bidimensional tiene la mayoría de las características aerodinámicas en él, por lo tanto, el mejorar la eficiencia de un perfil se resume en aumentar la eficiencia del plano y por lo tanto la eficiencia de la aeronave.

En el capítulo 3 se encuentra descrita toda la teoría que fue tomada en cuenta para el desarrollo de la optimización, dentro de estos se encuentra el perfil aerodinámico, coeficientes aerodinámicos, número de Reynolds, método PARSEC, *software* XFLR 5, método PANEL en perfiles aerodinámicos y condición de Kutta.

En el capítulo 4 se encuentra la metodología utilizada para lograr la optimización del perfil, desde cómo se selecciona el perfil a optimizar, la selección de parámetros, la modificación de los parámetros, determinación de los coeficientes y la simulación de las nuevas geometrías.

Por último, en el capítulo 5 se encuentra el análisis y los resultados obtenidos que están correlacionados con el capítulo 4. *Nota:* En caso de ser necesaria información de cómo se determinó algún resultado remítase al capítulo 4.

## Capítulo 2

### 2.1 Planteamiento del Problema

Durante el siglo XXI la industria aeronáutica ha estado en una mejora continua con el fin de optimizar cada proceso, diseño, fabricación para una posterior certificación; por esto es importante aplicar métodos para facilitar la optimización de cada aspecto que se encuentre dentro de una aeronave.

En esta investigación se desea optimizar la eficiencia de un perfil aerodinámico con el fin de implementarlo en una aeronave tipo *STOL*. Para la optimización y estudio aerodinámico de los perfiles aerodinámicos existen diferentes formas de ejecutar los procesos, uno de los más utilizados es el estudio de dinámica de fluidos computacional (CFD) en este método se requiere tener una gran cantidad de parámetros aplicados al perfil dando como resultado un proceso que puede tomar una gran cantidad de tiempo y generar elevados costos computacionales; sin embargo se pueden aplicar métodos alternos como un algoritmo genético en el cual se pueden emplear algunos parámetros y resolverlos de manera numérica en este caso para aeronaves subsónicas donde se pueda considerar un flujo incompresible reduciendo el tiempo de solución y el costo comparado con el CFD.

Los algoritmos genéticos aplican la variación de parámetros y posteriormente selecciona la mejor combinación para dar un resultado, sin embargo, este algoritmo muestra solo un resultado donde es imposible observar cada variación realizada y como se modifica el perfil aerodinámico. El algoritmo genético aplicado a la optimización de un perfil aerodinámico está compuesto por dos métodos principales utilizados para encontrar las variables necesarias, estos están relacionados con su forma geométrica y la distribución de fuerzas aerodinámicas en el perfil los cuales son conocidos como método PARSEC y PANEL.

¿Es viable utilizar métodos no tradicionales para la optimización de un perfil aerodinámico de una aeronave tipo *STOL* categoría *commuter*?

## 2.2 Objetivos

### 2.2.1 Objetivo General

Optimizar un perfil aerodinámico para una aeronave *commuter* tipo *STOL* mediante la variación de los parámetros del método *PARSEC* y el análisis aerodinámico en el *software* *XFLR5*.

### 2.2.2 Objetivos Específicos

- Analizar perfiles alares característicos de aeronaves tipo *STOL* (*Short Take Off and Landing*).
- Parametrizar el perfil seleccionado por medio del método *PARSEC*.
- Definir valores para cada uno de los parámetros *PARSEC* generando nuevas geometrías.
- Deducir como el *software* *XFLR5* aplica el método *PANEL* para determinar las componentes aerodinámicas de cada variación del perfil seleccionado.
- Comparar los valores del perfil original respecto a los perfiles generados para definir cuál de los perfiles ha sido optimizado.

## 2.3 Justificación

Para la industria aeronáutica es de vital importancia mejorar el rendimiento de las aeronaves con el fin de generar un aumento en la relación costo/beneficio, una manera de mejorar las condiciones de la aeronave es aumentar su eficiencia optimizando el perfil aerodinámico de los planos.

Para la optimización de un perfil aerodinámico se puede realizar un análisis por medio de CFD *software* Ansys pero su licencia tiene un costo demasiado alto a comparación del costo que tiene la licencia de MATLAB, además MATLAB cuenta con licencia para estudiantes lo que permite hacer experimentaciones con fines académicos. Adicional a esto el *software* Ansys requiere de demasiado tiempo si es necesario realizar un análisis a nivel de ingeniería, sin embargo, para una aeronave que opera a velocidades subsónicas es posible aplicar métodos no convencionales que puedan resolverse de forma numérica por medio de *softwares* como MATLAB y XFLR5, los cuales nos permiten desarrollar procesos como: desarrollo matemático y análisis aerodinámico, obteniendo resultados en menor tiempo y reduciendo el costo computacional.

En investigaciones previas se ha realizado optimización de perfiles aerodinámicos utilizando el algoritmo genético y los resultados han sido favorables, existe un código público en la página oficial de Matlab<sup>1</sup>, pero al momento de utilizar este código además de presentar ciertos errores, se puede observar que el perfil optimizado tiene cambios proporcionales entre la superficie del intradós y el extradós en cualquier optimización que se realice.

En esta investigación para una aeronave tipo *STOL* de categoría *commuter* se plantea una metodología, la cual se debe llevar a cabo para generar un perfil aerodinámico optimizado de una manera económica, rápida y eficiente basado en el algoritmo genético utilizando sus dos principales métodos PARSEC y PANEL, en el cual pueda ser observada cada variación y saber con cuales parámetros es posible mejorar las fuerzas aerodinámicas generadas sobre el perfil; aportando con esto un método que resulte viable garantizando costos bajos y de fácil aplicación.

---

<sup>1</sup> Código: *Optimization of an airfoil shape using Genetic algorithm (GA)* (Ziad Saad, 2019).

# Capítulo 3

## Marco Teórico

En este capítulo se encuentra la fundamentación teórica y las ecuaciones desarrolladas para la optimización del perfil aerodinámico, en primer lugar, se describe que es y cómo funciona un perfil aerodinámico junto con su aplicación para aeronaves tipo *STOL* (*Short take off and landing*), también se encuentra información relacionada con la parametrización realizada en el método PARSEC y como el *software* XFLR 5 utiliza el método PANEL.

### 3.1 Perfil Aerodinámico

“Es apropiado recalcar que la sección del perfil es el segundo parámetro más importante al momento de diseñar un plano después de la superficie alar” (Mohammad H. Sandrey, 2013, pg. 170). Esto se debe a que el perfil es la base para el comportamiento de las fuerzas aerodinámicas en el plano, las cuales permiten vencer el peso de la aeronave y generar sustentación (Anderson, 1989, pg.180). Los perfiles aerodinámicos son utilizados en diferentes áreas y para cada una de ellas es necesario realizar el diseño de estos; algunos de los componentes en los cuales es necesario tener en cuenta el diseño del perfil son: palas de un compresor axial para un motor jet, hélices para turbinas, hélices para motores turboprop, entre otros.

Para observar cómo se comporta el flujo de aire y las fuerzas aerodinámicas con respecto al perfil es necesario conocer sus parámetros geométricos (ver figura 1) ya que la modificación de alguno de estos parámetros cambia la distribución de fuerzas en el perfil y por lo tanto la aplicabilidad del mismo, sin embargo, el perfil aerodinámico no es el único elemento a analizar; existen variables externas que se deben tener en cuenta como la velocidad del aire, la velocidad de la aeronave y el ángulo de ataque.

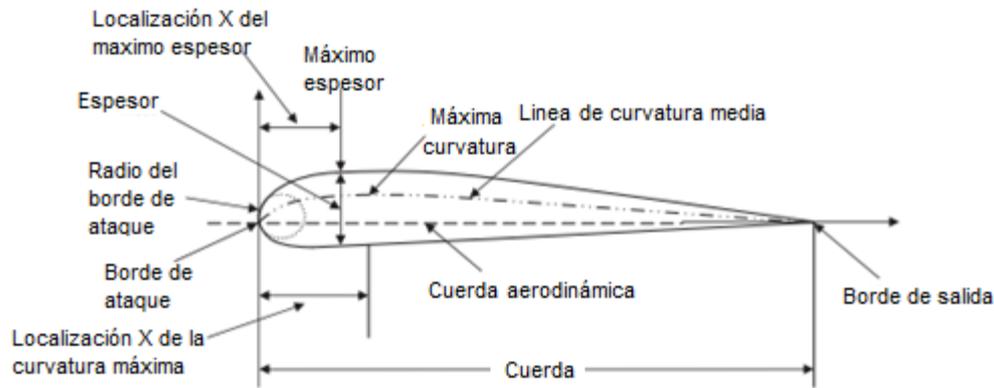


Figura 1. Parámetros geométricos de un perfil, adaptado de "Aircraft desing", M. H. Sandrey, 2013, pg. 173. © 2013 por John Wiley & Sons, Ltda.

Uno de los parámetros geométricos más importantes es la línea de curvatura media (Mean camber line) debido a que está relacionada con la simetría del perfil, si la línea de curvatura media es una línea recta, el perfil se considera simétrico, de lo contrario se llama un perfil aerodinámico curvo; si el perfil tiene un camber positivo, la presión estática en la superficie superior es menor que la presión ambiente mientras que en la presión estática en la superficie inferior es mayor que la presión ambiente. Por esta diferencia de presiones se genera la sustentación del plano "esto se debe a una mayor velocidad del aire en la superficie superior y una menor velocidad en la superficie inferior del perfil, a medida que aumenta el ángulo de ataque de la superficie de sustentación, la diferencia de presión entre las superficies superior e inferior será mayor" (Ira H. Abbott y Albert E. Von, 1959, pg.83).

# LOS LIBERTADORES

## 3.2 Coeficientes Aerodinámicos.

El medio en el cual se transporta una aeronave es el aire, ellas deben contrarrestar la fuerza de atracción que genera el planeta esto se denomina gravedad; para lograrlo uno de los factores más importantes es la sustentación generada por los planos, si se realiza un corte transversal en el plano es posible observar el perfil aerodinámico que dependiendo de su geometría se genera la distribución de presiones (Mohammad H. Sandrey, 2013, pg. 172).

En cualquier fase de vuelo una aeronave depende de dos fuerzas aerodinámicas principales denominadas sustentación (*Lift*) y arrastre (*Drag*), estas fuerzas dependen de varios factores en los que se destaca la posición en que se encuentre el perfil aerodinámico (ángulo de ataque), sin embargo existen elementos externos que pueden afectar el comportamiento de cada una de las fuerzas y deben ser tomadas en cuenta al momento de determinar cada fuerza; los elementos externos según (Anderson, 1989, pg.182) son los siguientes:

- 1) Velocidad del flujo de aire.
- 2) Densidad del aire, en función de la altitud.
- 3) Tamaño de la superficie alar, es el área del ala.
- 4) Ángulo de ataque  $\alpha$ .
- 5) Forma del perfil aerodinámico.
- 6) Coeficiente de viscosidad  $\mu$ .
- 7) Compresibilidad del flujo de aire.

De acuerdo a los elementos nombrados anteriormente las fuerzas aerodinámicas están en función de las siguientes variables: la velocidad del viento ( $V$ ), la densidad del aire ( $\rho$ ), la superficie del ala ( $S$ ), la viscosidad del aire ( $\mu$ ) y la velocidad del sonido ( $a$ ).

Obteniendo;

$$L = f(V_{\infty}, \rho_{\infty}, S, \mu_{\infty}, a_{\infty}) \quad (1)$$

$$D = f(V_{\infty}, \rho_{\infty}, S, \mu_{\infty}, a_{\infty}) \quad (2)$$

Para determinar los valores de las fuerzas es necesario hacer un análisis dimensional para poder llegar a la ecuación general y así determinar cada una de las fuerzas. Después de realizar este análisis las ecuaciones (1 y 2) quedan representadas de la siguiente manera;

$$L = q_{\infty} \times S \times c_l \quad (3)$$

$\uparrow$                        $\uparrow$                        $\uparrow$                        $\uparrow$   
 Sustentación      Presión      Superficie      Coeficiente de  
                                  Dinámica      alar                      sustentación

$$D = q_{\infty} \times S \times c_d \quad (4)$$

$\uparrow$                        $\uparrow$                        $\uparrow$                        $\uparrow$   
 Arrastre              Presión      Superficie      Coeficiente de  
                                  Dinámica      alar                      Arrastre

Despejando cada una de las ecuaciones es posible encontrar cada uno de los coeficientes aerodinámicos  $c_l$ ,  $c_d$  y determinar que cada coeficiente está en función de variables adimensionales como el ángulo de ataque, el número MACH y el número de Reynolds por lo tanto los coeficientes aerodinámicos son adimensionales.

$$c_l = f_1(\alpha, M_\infty, Re) \quad (5)$$

$$c_d = f_2(\alpha, M_\infty, Re) \quad (6)$$

Donde,  $\alpha$  es la velocidad del sonido,  $M_\infty$  es el número MACH y  $Re$  hace referencia al número de Reynolds.

Teniendo en cuenta lo anterior para determinar los coeficientes aerodinámicos es necesario usar la física de la dinámica de fluidos obteniendo valores cercanos a los reales (Anderson, 1989, pg.185)., no obstante, los resultados experimentales son los datos más acertados, aunque teniendo en cuenta las herramientas computacionales de la actualidad es posible obtener resultados confiables con respecto a los datos experimentales.

Debido a que la sustentación (*Lift*) y el arrastre (*Drag*) son fuerzas aerodinámicas, la relación entre ellas es un indicador de la eficiencia aerodinámica de la aeronave, una aeronave tiene una alta eficiencia aerodinámica si produce una gran cantidad de sustentación y una pequeña cantidad de arrastre.

“En condiciones de crucero la sustentación es igual al peso” (Mohammad H. Sandrey, 2013, pg. 172), de este factor dependen algunas aplicaciones según la aeronave si se tiene un techo de operación alto se puede transportar gran cantidad de carga útil; también en esta condición de operación el empuje es igual al arrastre, por lo tanto un aeronave de baja resistencia necesita poco empuje, el empuje se produce al quemar combustible y si se reduce la cantidad de combustible consumido se aumenta el tiempo máximo de vuelo para lograr misiones de largo alcance.

Por medio de la ecuación de sustentación (L) y el del arrastre (D) es posible afirmar que;

$$\frac{L}{D} = \frac{C_l}{C_d} \quad (7)$$

### 3.3 Numero Reynolds

Cuando un cuerpo se encuentra sumergido en un fluido para el caso de una aeronave el aire, es fundamental entender que se debe tener en cuenta la viscosidad del fluido; esto debido a que existe una separación del flujo el cual altera las presiones. La parte frontal del cuerpo sumergido es aquella que está expuesta a mayor presión con respecto a la parte posterior, por esta razón se genera arrastre debido a la fricción del fluido con el cuerpo (Anderson, 1989, pg.134). Sobre la superficie del cuerpo sumergido donde la velocidad es cero se encuentra el inicio la capa límite causada por la fricción del fluido sobre el cuerpo, esto quiere decir que la magnitud de la velocidad del fluido será mayor cuanto más retirado de la superficie se encuentre.

Los cálculos y análisis deben ser realizados teniendo en cuenta la viscosidad, esta variable es importante debido a que es una propiedad de los fluidos la cual se genera cuando estos están en

movimiento y en contacto con un cuerpo a esto se le denomina arrastre. Con esta definición es posible entender porque un fluido cerca de la pared tiene una menor velocidad; “el coeficiente de viscosidad tiene dimensiones de masa/ (longitud) (tiempo), la viscosidad es diferente para distintos tipos de gases y líquidos, también la viscosidad varía dependiendo de la temperatura” (Anderson, 1989, pg.136) por lo tanto para los caculos es necesario conocer las condiciones de vuelo a las cuales estará sometida la aeronave que se desea implementar el perfil.

Teniendo en cuenta la importancia de comprender el comportamiento del fluido cuando un cuerpo está sumergido, es necesario conocer el número de Reynolds que caracteriza el movimiento que tiene el fluido considerando si es un flujo laminar o turbulento; esto lo realiza relacionando propiedades como, la densidad del fluido, la velocidad, la viscosidad y la dimensión. Para determinar el valor adimensional del número de Reynolds (Anderson, 1989, pg.137) es necesario utilizar la ecuación (8).

$$Re = \frac{\rho v \bar{c}}{\mu} \quad (8)$$

Debido a que el Reynolds varia linealmente con una coordenada local en este caso la cuerda media aerodinámica se define como numero de Reynolds local, este número de Reynolds sirve para determinar qué tipo de flujo se está presentando sobre la superficie que se esté analizando, los dos tipos básicos de flujo viscoso son:

1. Flujo laminar, donde las líneas de flujo son suaves y regulares y los elementos del fluido se mueven suavemente a través de las líneas de flujo.
2. Flujo turbulento, donde las líneas de flujo se dividen y los elementos del fluido se mueven aleatoriamente de forma irregular.

### 3.4 Número de MACH

El número MACH ( $M$ ) es una medida de velocidad relativa que está definida como el cociente entre la velocidad de un cuerpo y la velocidad del sonido en el medio en que se mueve dicho objeto, este es un número adimensional que se utiliza para describir algún régimen de velocidad. Para determinar el número MACH es necesario conocer la velocidad del sonido, esta depende de tres factores importantes estos son: la relación de calores específicos ( $\gamma$ ), la constante del aire ( $R_{\text{air}}$ ) y la temperatura ( $T$ ), sin embargo “la velocidad del sonido en un gas perfecto depende únicamente de la temperatura del gas” (Anderson, 1989, pg.107).

El número MACH es una de las cantidades más poderosas en aerodinámica debido a que por medio del valor se define el régimen de flujo en el cual se encuentra el cuerpo, los tres regímenes principales son:

- Si  $M < 1$ , el flujo es subsónico.
- Si  $M = 1$ , el flujo es sónico.
- Si  $M > 1$ , el flujo es supersónico.

Otros regímenes a tener en cuenta son el flujo transónico, donde  $M$  tiene un rango generalmente un poco menos o un poco más que 1 (por ejemplo,  $0.8 \leq M \leq 1.2$ ) y el flujo hipersónico generalmente  $M > 5$ . (Anderson, 1989, pg.108)

### 3.5 Familia de perfiles PARSEC

Esta familia de perfiles es generada gracias a la aplicación de polinomios tanto para el intradós (línea inferior del perfil) como para el extradós (línea superior del perfil), definiéndose así un polinomio para cada sección el cual depende de los once parámetros permitiendo tener diferentes geometrías.

La aplicación de los polinomios es utilizada para la parametrización de perfiles y planos de una aeronave, cumpliendo con los objetivos de investigación y contando con un método para emplear en el presente trabajo; pudiendo generar modificaciones con más precisión hacia el perfil aerodinámico deseado, optimizando a su vez las características aerodinámicas.

Es necesario destacar que PARSEC es un método reciente y que además las parametrizaciones realizadas en los últimos años fueron con la aplicación de este método dejando a un lado la parametrización por splines o curvas de bezier. Esto sucede debido a que este método otorga ventajas al momento de parametrizar dejando a un lado la necesidad de tener la forma base de la línea de referencia y es posible manipular parámetros para conseguir infinidad de perfiles

aerodinámicos los cuales pueden ser estudiados fácilmente para predecir sus características respecto a la variación de parámetros. (Nilesh P. Salunke, 2014, pg. 101).

### 3.5.1 Parámetros

El método PARSEC depende de once parámetros, cada parámetro puede modificar el perfil generando diferentes geometrías. Los parámetros son los siguientes;

**r<sub>ba</sub>** = Radio de curvatura en el borde de ataque

**x<sub>emax</sub>** = Posición del máximo del extradós

**y<sub>emax</sub>** = Magnitud en el máximo extradós

**y''<sub>emax</sub>** = Curvatura en máximo extradós

**x<sub>imin</sub>** = Posición del mínimo intradós

**y<sub>imin</sub>** = Magnitud del mínimo intradós

**y''<sub>imin</sub>** = Curvatura en el mínimo extradós

**α<sub>bs</sub>** = Ángulo del borde de salida

**β<sub>bs</sub>** = Espesor angular del borde de salida

**y<sub>bs</sub>** = Posición del borde de salida

**Δ<sub>bs</sub>** = Espesor del borde de salida

Los once parámetros del método PARSEC se pueden ubicar en cualquier perfil por medio de un gráfico (ver figura 2) con el fin de interpretar cuál de ellos es modificado y que cambios pueden ser generados, en este caso se muestra el perfil PARSEC-11 llamado así en honor a sus once parámetros.

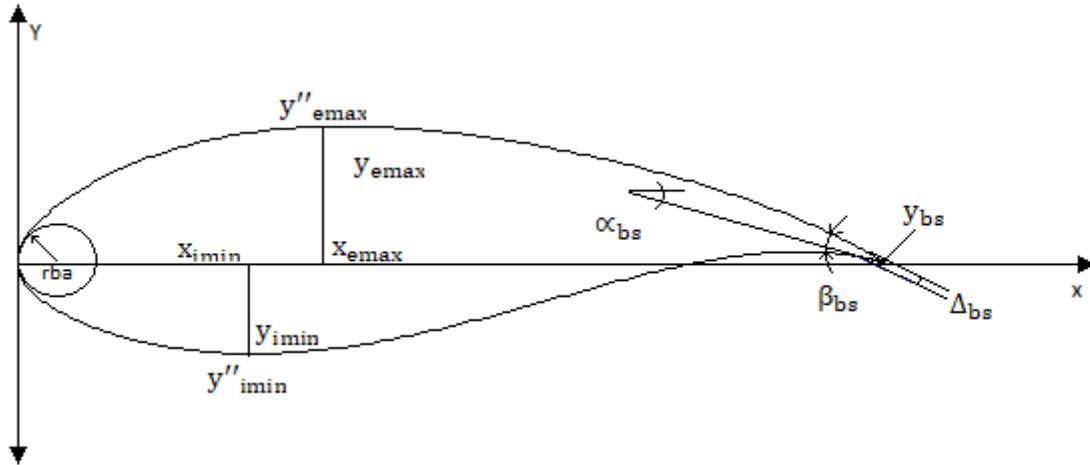


Figura 2. Perfil PARSEC

Teniendo en cuenta los polinomios que describen la geometría del perfil por medio del intradós y extradós; ellos están expresados por las siguientes ecuaciones;

$$Y_e = \sum_{k=1}^6 a_{ek} X_e^{k-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$Y_i = \sum_{k=1}^6 a_{ik} X_i^{k-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Estas ecuaciones describen el extradós ( $Y_e$ ) y el intradós ( $Y_i$ ) cada ecuación posee un coeficiente real denominado “a” el cual posee seis valores para el intradós y seis para el extradós, se debe tener en cuenta que el primer coeficiente “ $a_1$ ” es igual al coeficiente “ $a_e1$ ”. Para aplicar estas ecuaciones es necesario llevar a cabo la determinación de los once parámetros que se puede facilitar con las siguientes ecuaciones, estas son determinadas de las propiedades geométricas que poseen los perfiles aerodinámicos. (Soto J, 2010, pg. 11-12)

$$y_{emax} = \sum_{k=1}^6 a_{ek} x_{emax}^{k-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$0 = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) a_{ek} x_{emax}^{k-\frac{3}{2}} = y'_{emax} \quad (12)$$

$$y''_{emax} = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) \left(k - \frac{3}{2}\right) a_{ek} x_{emax}^{k-\frac{5}{2}} \quad (13)$$

$$y_{bs} + \frac{1}{2} \Delta y_{bs} = \sum_{k=1}^6 a_{ek} (1)^{k-\frac{1}{2}} = \sum_{k=1}^6 a_{ek} \quad (14)$$

$$\tan\left(\frac{2\alpha - \beta}{2}\right) = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) a_{ek} (1)^{k-\frac{3}{2}} = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) a_{ek} \quad (15)$$

$$y_{imin} = \sum_{k=1}^6 a_{ik} x_{imin}^{k-\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$0 = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) a_{ik} x_{imin}^{k-\frac{1}{2}} = y'_{imin} \quad (17)$$

$$y''_{imin} = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) \left(k - \frac{3}{2}\right) a_{ik} x_{imin}^{k-\frac{5}{2}} \quad (18)$$

$$y_{bs} + \frac{1}{2} \Delta y_{bs} = \sum_{k=1}^6 a_{ik} (1)^{k-\frac{1}{2}} = \sum_{k=1}^6 a_{ik} \quad (19)$$

$$\tan\left(\frac{2\alpha+\beta}{2}\right) = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) a_{ik} (1)^{k-\frac{1}{2}} = \sum_{k=1}^6 \left(k - \frac{1}{2}\right) a_{ik} \quad (20)$$

$$\sqrt{2 rba} = a_{ek} = -a_{ik} \quad (21)$$

Teniendo los once parámetros que poseen los perfiles y las ecuaciones desde la 10 hasta la 20, se determinará un sistema de ecuaciones el cual estará definido por 11 ecuaciones y 11 incógnitas de las cuales se conoce el valor de 2 incógnitas que son  $a_{i1}$  y  $a_{e1}$ . Desde la ecuación 11 hasta la 21 se puede apreciar que tanto las ecuaciones para extradós son iguales para el intradós y dependen exclusivamente de la parte del perfil que se está determinando.

### 3.6 SOFTWARE XFLR5

XFLR5 es una herramienta de análisis de perfiles aerodinámicos, planos e inclusive aeronaves que operan a bajos números de Reynolds, este *software* incluye el programa Xfoil para el análisis de los perfiles aerodinámicos y distintos métodos para los análisis tridimensionales. Este *software* está basado en la solución de ecuaciones de Navier Stokes, Euler's, flujo potencial y ecuación de Laplace; por medio de Xfoil que utiliza una serie de modelos de turbulencia y transición creados en conjunto con métodos empíricos y teóricos junto con la ecuación de Laplace's para un flujo incompresible con tiempo independiente y la interpolación se puede visualizar en XFLR5 los resultados viscosos en 2d (André Deperrois, 2019, pg. 17).

En el caso del diseño y análisis de perfiles aerodinámicos con XFLR5 se debe conocer las funciones principales del *software* este reconoce solamente el sencillo y tradicional formato .dat este contiene el nombre del perfil en la primera línea, seguido por las coordenadas X y Y, las cuales comienzan desde el borde de fuga, rodean el borde de ataque y vuelven hasta el borde de fuga en una dirección (Manuel Navas, 2011, pg. 8). Estos perfiles pueden ser modificados en el módulo de Direct Foil Desing por medio de las siguientes opciones: refinamientos locales y globales, modificación de espesor, máximo espesor, curvatura y posición de máxima curvatura, refinamiento de los paneles del perfil, entre otros.

La base de datos de airfoiltools utiliza las predicciones realizadas por Xfoil, muchas de las superficies de sustentación tienen diagramas polares en las cuales se muestra el cambio en el coeficiente de sustentación (Cl), el coeficiente de arrastre (Cd) y el momento de cabeceo (Cm) con el ángulo de ataque ( $\alpha$ ). Las polares están definidas por el tipo, el número de Reynolds, el número de MACH, el criterio de transición de laminar a turbulento (Ncrit), la localización de la transición forzada en la superficie superior e inferior. Por defecto, el número de transición es de 9 en un método denominado “e<sup>^</sup>n” en el cual se tiene una transición libre y la localización de la transición forzada en el borde de fuga, el número de transición puede ser modificada dependiendo de la situación (ver tabla 1).

Tabla 1

*Criterio de transición (Ncrit) con respecto a la situación de simulación.*

Situación	Ncrit
Planeador	12 a 14
Motorglider	11 a 13
Túnel de viento limpio	10 a 12
Túnel de viento promedio	9 estándar “método e <sup>^</sup> 9”
Túnel de viento sucio	4 a 8

*Nota.* Esta tabla ha sido adaptada de “XFOIL 6,9 User Primer”, M. Drela & H. Youngren, 2001.

Al momento de realizar análisis de los perfiles se generan puntos de operación (OpPoint) estos puntos están definidos por el ángulo de ataque y el número de Reynolds, asociado al perfil y a una polar, estos almacenan resultados tanto con análisis viscoso y no viscoso. Cada vez que se logra la convergencia se genera un OpPoint y los valores son almacenados en la polar correspondiente.

El comando Init BL es utilizado para reiniciar los valores de la capa límite a valores estándar antes de realizar un nuevo análisis, en caso de que el análisis sea secuencial, el comando es automáticamente desactivado después que la primera convergencia ha sido alcanzada y se reinicia después de un proceso de cálculo divergente.

Un error común que se presenta cuando se realiza un análisis de un perfil aerodinámico es el siguiente ***Invalid Analysis Settings CpCalc: local speed is too large Compressibility corrections invalid*** puede presentarse porque la cantidad de paneles es demasiado pequeña o por un borde de ataque muy afilado.

### 3.6.1 Método PANEL en perfiles aerodinámicos.

La predicción de las propiedades aerodinámicas en el perfil aerodinámico puede ser obtenida mediante el método panel bidimensional, este método utiliza inicialmente predicciones de flujo no viscoso el cual suministra propiedades de sustentación y momento de cabeceo y mediante la introducción de la teoría de capa límite unidimensional, se introduce la viscosidad para predecir y calcular el arrastre.

El *software* XFLR 5 obtiene la solución para las gráficas polares combinando los cálculos por separado, el primero la predicción del método panel de flujo no viscoso de las velocidades y presiones de flujo, el segundo la predicción aplicando la teoría de la capa límite viscosa del desplazamiento del flujo superficial y la pérdida de impulso debido a la fricción.

Debido a que XFLR 5 utiliza los principios de Xfoil para los análisis bidimensionales este tiene la opción de aumentar o modificar la cantidad de paneles del perfil aerodinámico, esto puede modificarse en cualquiera de los dos *softwares* nombrados anteriormente; entre más cantidad de paneles sean generados el *software* tendrá un mayor gasto computacional por consiguiente la solución puede retrasarse.

El método panel en Xfoil modela una solución de flujo potencial de cualquier sección del perfil aerodinámico discretizando el contorno de la superficie (ver figura 3) y utilizando la densidad en cada panel sobre la superficie desde el borde de ataque hasta el borde de salida, por esta razón si se incrementa la cantidad de paneles en el perfil será más denso en la superficie y menos denso en el área intermedia, es recomendable utilizar un promedio de paneles con el fin de evitar el incremento del gasto computacional.

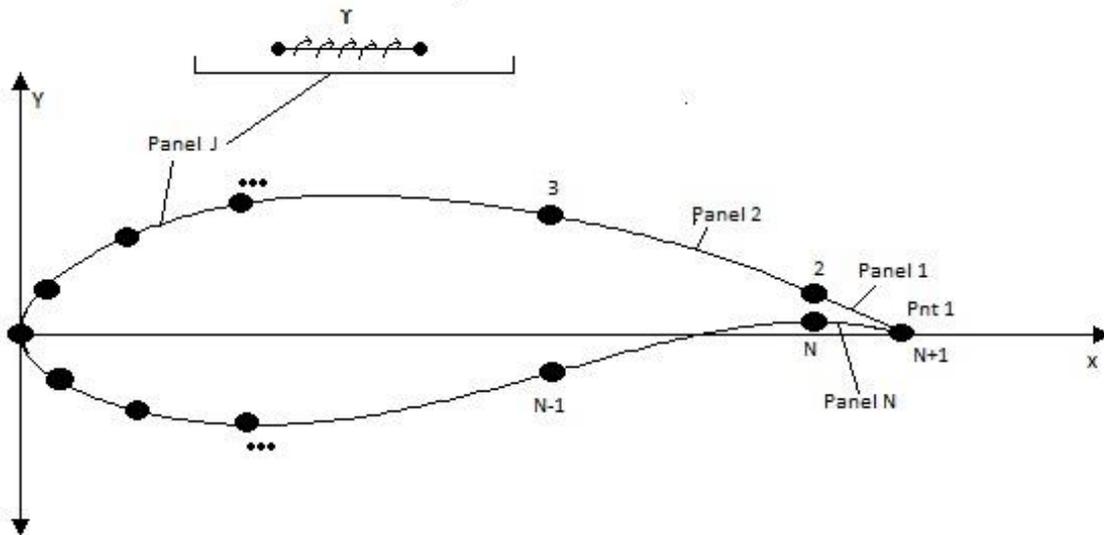


Figura 3. Discretización de la superficie por medio del método PANEL.

Dentro de este método existen dos principios, el primero es denominado “Source panel method”, este método consiste en mostrar el comportamiento del flujo a través de la superficie pero no tiene en cuenta las fuerzas generadas sobre el cuerpo por esta razón este método es funcional únicamente para cuerpos sin sustentación; el segundo método es denominado Vortex panel method dentro de este método se simula la circulación de flujo en los puntos generados por la distribución del panel y toma en cuenta las fuerzas pero en este caso se genera una vorticidad desconocida adicional, por lo tanto es necesario aplicar la condición de Kutta en el borde de salida.

# LOS LIBERTADORES

## 3.6.2 Condición de Kutta.

Para el método de panel es necesario agregar la condición de Kutta esto se debe a problemas generados en la solución bidimensional, para los perfiles aerodinámicos es necesario agregar un vórtice en el borde de salida, cuya intensidad es igual a la diferencia de intensidad de los vórtices superior e inferior en este punto (Daniel Filkovic, 2008, pg. 9).

El principio de la condición Kutta es que el plano produce sustentación al desviar el flujo hacia abajo, esto se demuestra cuando se forma un vórtice alrededor del plano y agregando un campo de velocidad a la velocidad de flujo libre; se establece que para obtener un sentido físico el vórtice debe ser tal que el flujo total, esto se refiere a la sumatoria del flujo libre con el vórtice y que el flujo permanece laminar en el borde de salida (ver figura 4), “si en el punto de estancamiento del borde de salida, el flujo abandona el perfil aerodinámico en la dirección dada por el borde de salida, se cumple la condición de Kutta” (André Deperrois, 2019, pg. 12).

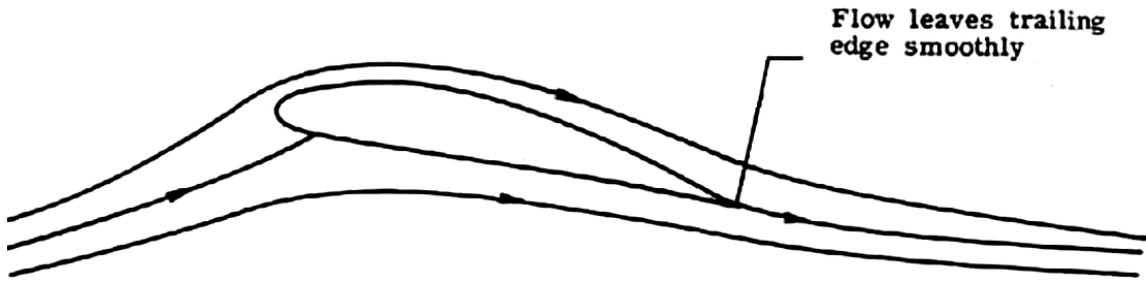


Figura 4. Flujo no viscoso sobre un perfil aerodinámico con la condición de Kutta aplicada, adaptado de "Modeling the Fluid Flow around Airfoils Using Conformal Mapping", N. Kapania et al., 2008, pg. 74. © SIAM.



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

# Capítulo 4

## Metodología aplicada

En el presente capítulo se pretende exponer el proceso de solución experimental para la optimización de un perfil aerodinámico (Ver figura 5), partiendo de la selección del perfil a optimizar para una aeronave tipo *STOL* categoría *commuter* hasta el proceso de recolección de datos del programa XFLR 5; la obtención de cada parámetro del cual depende la forma geométrica del perfil aerodinámico es descrita explícitamente en este capítulo y se mencionan los procedimientos relacionados con aerodinámica, el desglose del uso de las herramientas Excel, Matlab y XFLR5 junto con la relación de los métodos aplicados para la correcta optimización del perfil aerodinámico.

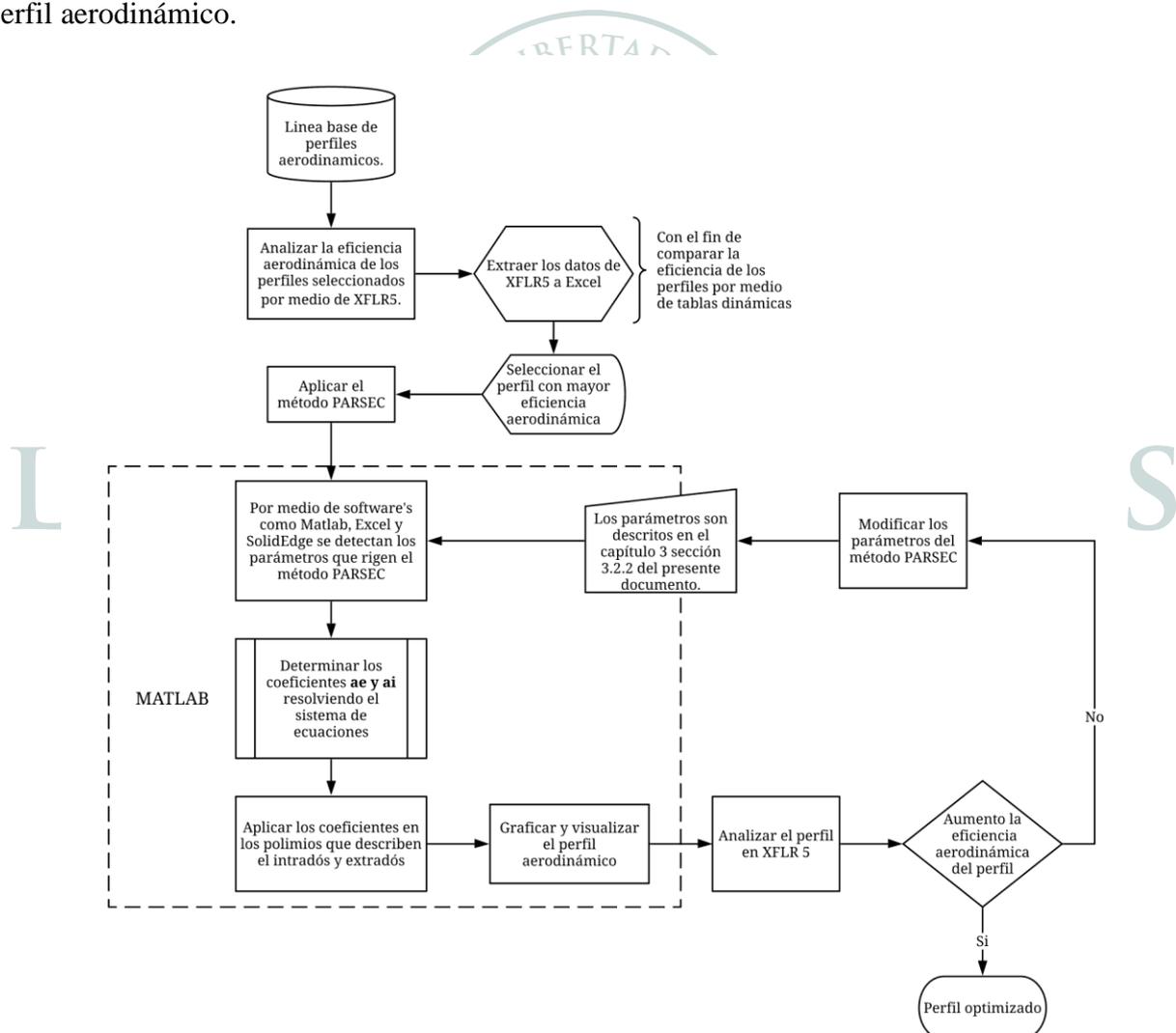


Figura 5. Metodología aplicada para la optimización de un perfil aerodinámico.

## 4.1 Comparar perfiles característicos de aeronaves tipo *STOL*

De acuerdo con el tipo de aeronave en el cual se va a emplear el perfil aerodinámico optimizado es necesario realizar una base de datos con perfiles aerodinámicos respecto a la geometría que utilizan las aeronaves tipo *STOL*. El perfil base para la selección de los perfiles a analizar fue el Do A-5 utilizado por el Dornier 228, teniendo en cuenta este perfil se buscaron geometrías similares y se seleccionaron los siguientes perfiles:

- DO-A5
- Eppler 555
- FX 60-157
- Grumman K-3
- NASA/LANGLEY LS-0417
- NASA/LANGLEY MS-0317
- NLR-7301
- P-51D

Con los perfiles aerodinámicos seleccionados es necesario realizar un análisis aerodinámico con el fin de determinar cuál de ellos satisface de mejor manera el parámetro seleccionado para optimizar, este análisis es realizado por medio del *software* de licencia libre XFLR 5. Teniendo en cuenta el número de Reynolds obtenido por medio de las condiciones a *MSL* (*Medium Sea Level*) y la velocidad de crucero debido a que es la operación de vuelo en la que se encuentra la mayor parte del tiempo una aeronave.

Las características atmosféricas<sup>2</sup> para obtener el Reynolds a *MSL* son temperatura (T) de 288,15 K, densidad ( $\rho$ ) de 1,225 kg/m<sup>3</sup>, viscosidad ( $\mu$ ) de 1,81206E-05.

La velocidad es obtenida por los requerimientos de operación en crucero de acuerdo al concurso de diseño aeronáutico conmemorativo al centenario de la Fuerza Aérea Colombiana donde se estipula que es de 200 knots lo equivalente a 102,889 m/s. Mediante el diseño conceptual y preliminar de una aeronave tipo *STOL* “VULTUR” (Alemán *et al.*, 2019, pg. 31) en el apartado de características de diseño del ala de la aeronave VULTUR se obtienen los siguientes valores: la cuerda de raíz (Cr) de 3271 mm y la cuerda de tip (Ct) es de 1337mm.

Para el taper ratio ( $\lambda$ ) es necesario calcularlo de la siguiente manera;

---

<sup>2</sup> Datos obtenidos del U.S Standard Atmosphere 1976.

$$\lambda = \frac{C_t}{C_r} = \frac{1,337m}{3,271m} \quad (22)$$

$$\lambda = 0,4087$$

Donde la *MAC* (*Mean Aerodynamic Chord*) es;

$$\bar{c} = \frac{2}{3} C_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \quad (23)$$

$$\bar{c} = \frac{2}{3} * 3,271m * \frac{1 + 0,4087 + 0,4087^2}{1 + 0,4087} = 2,4392m$$

Por lo tanto, el número de Reynolds es obtenido de la ecuación (8) dando como resultado;

$$Re = \frac{(1,225 \text{ kg/m}^3)(102,889 \text{ m/s}) 2,4392m}{1,81206E - 05 \text{ Pa} \cdot \text{s}} = 16966016,01$$

Para el número MACH (M) es necesario conocer la velocidad del sonido a *MSL* en el cual la relación de calores específicos ( $\gamma$ ) tiene un valor de 1,4 y la constante del aire (R) es de 0,2870 *kJ/kg·K*.

$$a = \sqrt{\gamma R T} \quad (24)$$

$$a = \sqrt{(1,4)(287 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(288,15\text{K})} = 320,294 \text{ m/s}$$

Entonces,

$$M = \frac{v}{a} \quad (25)$$

$$M = \frac{102,889\text{m/s}}{320,294\text{m/s}} = 0,3212$$

Cada perfil tiene un comportamiento aerodinámico único y es posible comparar cada uno de ellos mediante varios gráficos los cuales se determinan por medio de la variación de la sustentación (*LIFT*) y arrastre (*DRAG*) en relación con el ángulo de ataque, en este caso se realizarán las comparaciones a 0° de ángulo de ataque debido a que la condición de vuelo que delimita el análisis es cuando la aeronave está en crucero.

Una vez obtenido el perfil más eficiente de la base de datos, se procede a realizar la parametrización de este por medio del método PARSEC.

## 4.2 Aplicación Método PARSEC

Los parámetros de los cuales dependen los polinomios del intradós y extradós son en total once, los cuales serán modificados para encontrar diferentes geometrías que pueden generar mejores prestaciones aerodinámicas en función del parámetro alterado.

La ecuación (9) y la ecuación (10) son las ecuaciones generales para el intradós y para el extradós respectivamente y dependen directamente de los parámetros descritos en el capítulo 3 sección 3.5.1 que serán determinados con la ayuda de programas como Matlab, Excel y Solid Edge. Para establecer que programa se debe usar depende básicamente del tipo de parámetro que se determinara; a continuación, se describirá como se detecta cada uno de los parámetros.

- **rba**, debido a que el radio de curvatura en el borde de ataque es un valor geométrico este puede ser determinado gráficamente por medio del *software* Solid Edge licencia estudiantil debido a que el uso para este *software* no está ligado a todas las herramientas que posee. Para esto se deben extraer los puntos significativos del perfil seleccionado de *UIUC Airfoil Data Site*, ingresar estos puntos en una hoja de Excel, separar los valores en tres columnas diferentes en las cuales estarán expresadas las coordenadas en los ejes X, Y y Z. Cuando se tiene la hoja de Excel se ingresa al *software* de Solid Edge para crear una pieza nueva, en el apartado de superficies se puede observar la opción “Curva según tabla” se selecciona la hoja de Excel donde están las coordenadas del perfil y se crea la superficie.

Cuando se tiene el perfil como una superficie es posible realizar un aproximamiento al radio de curvatura creando una circunferencia sobre el perfil en el cual se contemplen tanto la curvatura del intradós como la del extradós.

- **X<sub>emax</sub>**, el valor de este parámetro es un valor puntual el cual debe de extraerse de una función matemática, para encontrarlo es necesario utilizar la herramienta Excel, además es necesario obtener las coordenadas originales del perfil aerodinámico obtenidas de *UIUC Airfoil Data Site*. Cuando se tienen las coordenadas se deben graficar los puntos X, Y que describen el intradós y extradós en Excel para obtener una función la cual se deberá ajustar para que sea un polinomio de 5to grado. Teniendo la ecuación que describe tanto el intradós como el extradós se deben asignar valores de X a la función determinada que van desde 0 hasta 1 determinando los valores para la función Y.

Después de realizar el procedimiento anterior el valor de  $x_{\text{emax}}$  será el valor en que la función posea la mayor magnitud la cual será  $y_{\text{emax}}$  esto se puede encontrar por medio de un gráfico en el cual se determine el valor máximo entre los valores encontrados para la función, por ejemplo, asignar una tabla con escala de color a los datos obtenidos.

- $y_{\text{emax}}$ , los valores obtenidos en el procedimiento anterior describen la curvatura del extradós desde el borde de ataque hasta el borde de fuga, este es el valor máximo encontrado para la función determinada con el procedimiento anterior.
- $y''_{\text{emax}}$ , la curvatura en el máximo del extradós se determina realizando la doble derivada de la función que describe el extradós. De hecho, al graficar los puntos y obtener la función que se utilizó para encontrar el  $x_{\text{emax}}$  y el  $y_{\text{emax}}$  a esa función se le debe realizar la doble derivada. Para realizar la doble derivada se utiliza un código en Matlab. Al obtener la doble derivada se debe reemplazar el valor de  $x_{\text{emax}}$  encontrado anteriormente, esto se debe a que en ese punto se encuentra la posición del máximo del extradós y al momento de reemplazar este valor se encuentra el valor de la curvatura en esa posición.
- $x_{\text{imin}}, y_{\text{imin}}, y''_{\text{imin}}$ , estos parámetros deben determinarse de la misma manera que para el extradós, pero teniendo en cuenta los puntos que describen el intradós y la función obtenida por medio de la gráfica determinada en Excel; a esta función también debe ser aplicada la doble derivada de igual forma como se aplica para el extradós.

$\alpha_{\text{bs}}$ , para determinar el ángulo en el borde de salida es necesario recurrir al perfil creado en el *software* de Solid Edge, dentro del perfil se debe prolongar una línea recta desde el punto donde se junta el intradós con el extradós desde el borde de ataque hasta la posición del borde de fuga manteniendo un ángulo de  $0^\circ$  luego se debe realizar una línea desde el punto del borde de salida aproximadamente en la mitad entre el intradós y el extradós hasta que se una con la línea horizontal creada anteriormente; cuando se tienen las líneas graficadas sobre el perfil se debe acotar y así se encuentra el valor para  $\alpha_{\text{bs}}$ .

$\beta_{\text{bs}}$ , para encontrar el espesor angular del borde de salida es necesario recurrir al perfil creado con el *software* Solid Edge, dentro del perfil se deben prolongar unas líneas rectas tangentes a la curva en el borde de salida tanto en el intradós como en el extradós desde el último punto del borde de salida hasta el punto en el cual se encuentre con la curva; cuando se tienen las líneas graficadas sobre el perfil se debe acotar y así se encuentra el valor para  $\beta_{\text{bs}}$ .

- $y_{bs}$ , para obtener el valor de la posición del borde de salida es necesario tener un plano de referencia, en el plano es necesario ubicar un origen generalmente es el punto de intersección entre el eje X y el eje Y, desde el origen se debe trazar una línea hacia el borde de salida sobre al eje X; si la posición del borde de salida en el eje Y se encuentra por encima o por debajo del origen se toma un valor para  $y_{bs}$  de lo contrario se toma como 0.
- $\Delta_{bs}$ , el espesor en el borde de salida se determinó por medio del perfil creado en Solid Edge, sin embargo cuando se realizaba la parametrización y se observaba el resultado del PARSEC en MATLAB y posteriormente en XFLR5 se pudo observar que al momento de darle un valor mayor a cero, por diminuto que fuera este valor el perfil quedaba abierto, alterando de manera significativa los resultados obtenidos de los análisis de XFLR5 y complicando estas simulaciones en algunos casos evitando que se obtuviera algún resultado. Por lo tanto, el valor de  $\Delta_{bs}$  fue corregido asignando un valor de cero.

NOTA: La determinación y valores de los anteriores parámetros se mostrarán en el siguiente capítulo.

## 4.2.1 Determinación de los coeficientes

Teniendo los parámetros del perfil definidos es necesario hallar los coeficientes que describen la ecuación (polinomio), siendo estos las incógnitas. Para poder encontrarlas es necesario realizar un sistema lineal utilizando las ecuaciones desde la (11) hasta la (21) mencionadas en el capítulo 3 sección 3.5.1. Para resolver el sistema es necesario utilizar un programa computacional debido a que el sistema matricial es demasiado grande y manualmente puede tornarse tedioso y complicado.

Para dar solución al sistema matricial se utiliza Matlab por medio de un código<sup>1</sup> que se empleó para la optimización de un perfil por medio de un algoritmo genético. En este código resuelve el sistema matricial determinando los coeficientes. Este código es utilizado para cada variación de los parámetros del perfil. Al determinar cada uno de los coeficientes estos deben ser almacenados en una tabla de Excel, permitiendo dar orden a los resultados.

Determinando los coeficientes ahora se debe reemplazar cada uno de ellos en la ecuación 1 (polinomio), esto con el fin de determinar el valor de los polinomios que describen tanto el intradós como el extradós, otorgando valores para la función en X los cuales serán tomados de *UIUC Airfoil coordinates Database* para el perfil base. Estos valores se utilizarán igualmente para reemplazar en el polinomio de los perfiles con parámetros variados.

Este proceso debe repetirse para cada una de las variaciones determinando así las coordenadas que describen a cada uno de los perfiles. Estas coordenadas serán utilizadas para poder visualizar el perfil mediante un código en MATLAB<sup>1</sup> el cual utiliza la ecuación que describe el intradós y extradós para graficar el perfil. Además de esto, se debe generar un archivo **.dat** el cual se debe utilizar para cargar en el *software* XFLR5 para realizar cada uno de los análisis aerodinámicos. En la otra sección se mostrarán cada uno de los resultados conseguidos con esta metodología.

### 4.3 Extracción de datos XFLR 5

Cuando se tienen los perfiles obtenidos por medio de la parametrización en MATLAB y los archivos creados en extensión **.dat** es necesario realizar la simulación con XFLR5 con las mismas condiciones con las cuales se simuló los perfiles seleccionados inicialmente para poder comparar con el perfil original.

Los resultados de la simulación para el coeficiente de *lift* ( $C_l$ ), coeficiente de *drag* ( $C_d$ ) y eficiencia aerodinámica con respecto al ángulo de ataque ( $\alpha$ ) para cada variación del perfil es extraída en un formato **.csv** que es un archivo que contiene los valores separados por coma para separar cada campo de texto en una hoja de Excel esto con el fin de organizar cada variación y poder realizar la comparación entre ellas.

Debido a que XFLR 5 es un *software* de licencia libre, ha sido desarrollado y actualizado de acuerdo a las normas de *GPL* (*GNU General Public License*), este programa es distribuido para ser usado, pero sin ningún tipo de garantía, sin garantizar que cumpla con los requisitos de ningún propósito en particular (Manuel Navas, 2011, pg. 5). Por lo tanto, al momento de extraer los datos de XFLR 5 es posible que no se encuentre solución para algún valor del ángulo de ataque.

Para encontrar los valores faltantes al momento de organizar los datos se debe utilizar la herramienta Excel y por medio de interpolación, regresión lineal y polinomios desde segundo a quinto grado se aproximan los resultados para observar el comportamiento de cada perfil, posteriormente se utiliza una escala de color a un ángulo de ataque de cero grados para determinar cuál variación del perfil tiene mayor eficiencia aerodinámica y compararlo con el original.

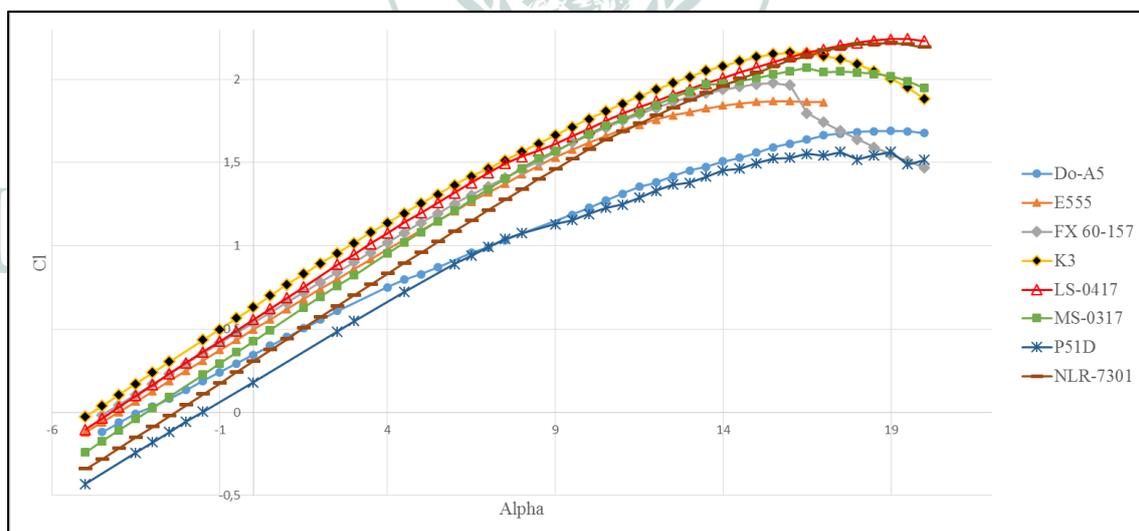
# Capítulo 5

## Análisis y Resultados

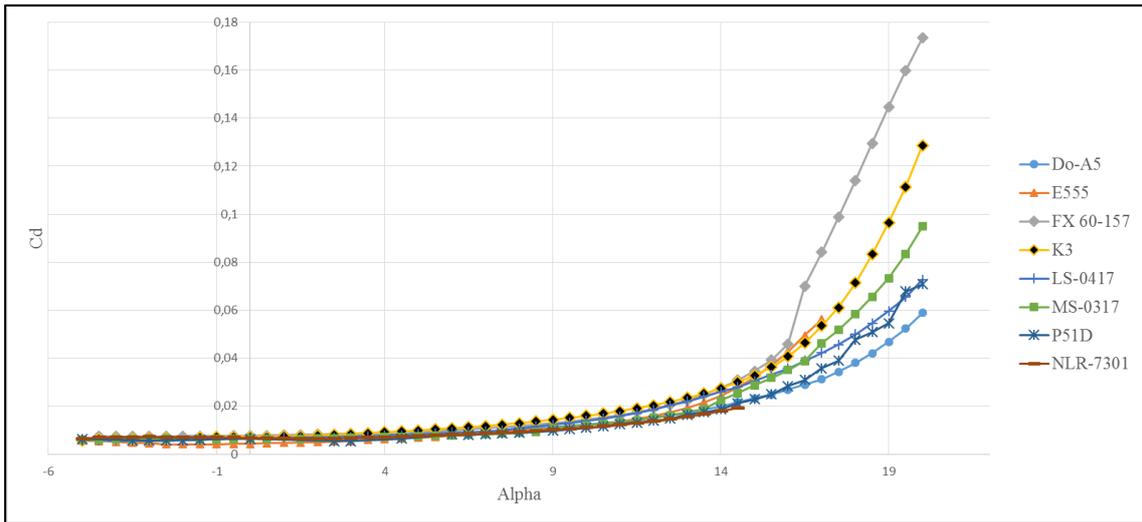
### 5.1 Análisis de perfiles característicos para aeronaves tipo *STOL*.

Para los perfiles seleccionados nombrados en el capítulo 4 sección 4.1 se realizó la simulación en el *software* XFLR 5 teniendo en cuenta el número MACH y número de Reynolds calculados en esa sección, los demás valores de la simulación fueron utilizados por defecto de XFLR5 debido a que la viscosidad y la densidad que utiliza el programa son a condición media del mar (MSL) que son las escogidas para el desarrollo de esta investigación.

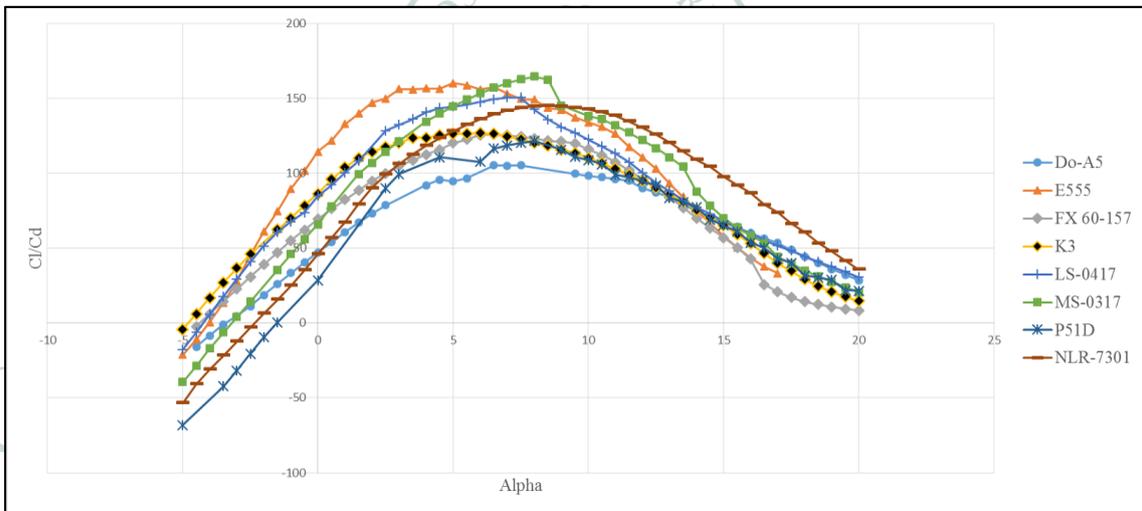
Teniendo en cuenta lo anterior se exportaron los datos de sustentación (*Lift*), arrastre (*Drag*) y eficiencia aerodinámica (*Cl/Cd*) obtenidos de XFLR5 y manipulados en Excel para determinar cuál perfil tiene las mejores características aerodinámicas. (ver graficas 1,2 y 3)



Gráfica 1. Variación del coeficiente de sustentación (*Cl*) con respecto al ángulo de ataque.



Gráfica 2. Variación del coeficiente de arrastre ( $C_d$ ) respecto al ángulo de ataque.



Gráfica 3. Variación de la eficiencia aerodinámica ( $Cl/Cd$ ) respecto al ángulo de ataque.

Por medio de los datos obtenidos y de la comparación entre los perfiles característicos de las aeronaves tipo *STOL*, fue posible determinar que el perfil aerodinámico que posee mayor eficiencia aerodinámica en la etapa de crucero a un ángulo de  $0^\circ$  es el E555 (ver grafica 3).

## 5.1 Parámetros del perfil base

Para la determinación de los parámetros se utilizaron herramientas computacionales tales como Matlab, Excel y Solid Edge, a continuación, se mostrarán los valores determinados y el proceso que se llevó a cabo para la obtención de cada uno de ellos.

Con la ayuda de Excel se determinaron los siguientes parámetros  $x_{imin}$ ,  $y_{imin}$ ,  $x_{emax}$ ,  $y_{emax}$ ; teniendo en cuenta la función que describe el intradós y extradós.

$x_{emax}$ , como se describió anteriormente, en este punto la función debe tener el mayor valor; por esta razón se realizó una escala de color con el fin de precisar el valor en el cual la función tiene el mayor valor. Las ecuaciones (26 y 27) fueron determinadas al graficar los puntos que suministra *UIUC Airfoil coordinates Database* para el extradós e intradós (Ver figura 6).

$$Y_e = -5,3486x^6 + 17,367x^5 - 22,067x^4 + 14,053x^3 - 5,0147x^2 + 1,0057x + 0,0051 \quad (26)$$

$$Y_i = 2,4802x^6 - 7,9685x^5 + 9,8603x^4 - 6,4312x^3 + 2,7007x^2 - 0,6374x - 0,0031 \quad (27)$$

Los valores de X utilizados para hallar los valores de la función van desde 0 hasta 1 teniendo en cuenta que el perfil aerodinámico es de cuerda unitaria, el valor hallado es 0.37 debido a que en ese punto la función tiene un valor de 0.095659, siendo este el valor  $y_{emax}$ .

El proceso realizado para para los valores  $x_{imin}$ ,  $y_{imin}$ , fue el mismo utilizando la función que describe el intradós encontrando valores de 0,27 y -0,063 respectivamente.

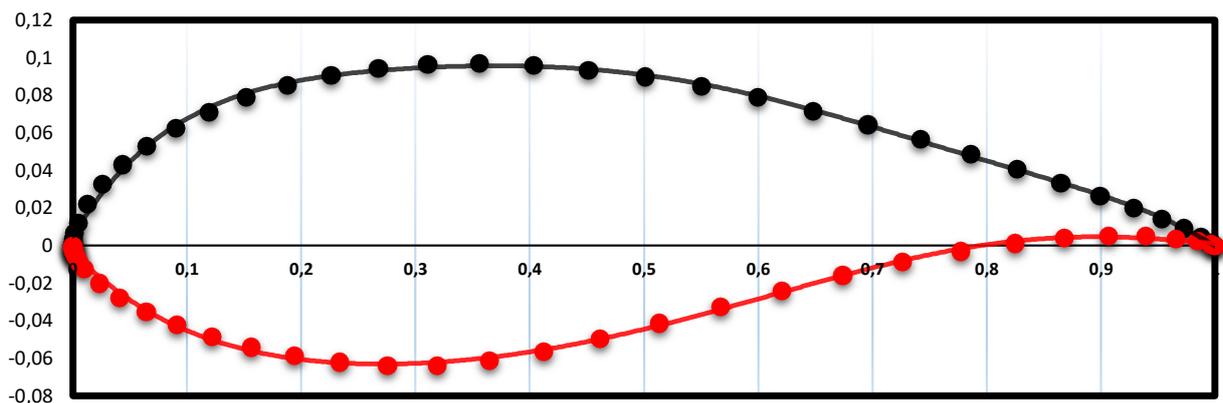


Figura 6. Determinación de la función

Para determinar la segunda derivada de las funciones que describen el extradós y el intradós  $y''_{emax}$  y  $y''_{imin}$  respectivamente, es necesario utilizar el *software* MATLAB, esta herramienta es demasiado útil facilitando el proceso que se necesita en este caso para realizar la segunda derivada de las funciones. Teniendo las funciones derivadas (ecuación 26 y ecuación 27), se debe reemplazar

el valor de  $x$  en la cual la función tiene un mayor valor en el caso del extradós y menor en el caso del intradós  $x_{emax}$  y  $x_{imin}$  respectivamente, debido a que es en este lugar donde se desea conocer el valor de la curvatura.

$$y''_{emax} = \frac{-(80229*x^4)}{500} + \frac{(17367*x^3)}{50} - \frac{(66201*x^2)}{250} + \frac{(42159*x)}{500} - \frac{50147}{5000} \quad (28)$$

$$y''_{imin} = \frac{(37203*x^4)}{500} - \frac{(15937*x^3)}{100} + \frac{(295809*x^2)}{2500} - \frac{(24117*x)}{625} + \frac{27007}{5000} \quad (29)$$

Los valores obtenidos para la curvatura son  $-0.5046$  y  $0.8672$  respectivamente.

De acuerdo a lo expuesto en el capítulo 4 sección 4.2 es necesario recurrir al *software* Solid Edge para determinar los parámetros de  $r_{ba}$ ,  $\alpha_{bs}$  y  $\beta_{bs}$ ; realizando el procedimiento para cada uno estos parámetros se adquieren los siguientes valores (ver figura 7)  $0,158$ ,  $13,7^\circ$  y  $9,41^\circ$  respectivamente.

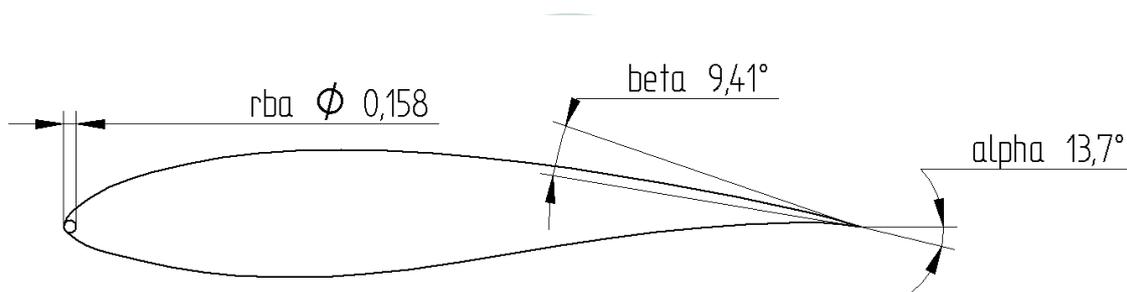


Figura 7. Parametrización del perfil aerodinámico con Solid Edge

Los parámetros obtenidos de diferentes formas se recompilan en la tabla 2 para facilitar la comprensión al momento de realizar la variación de dichos parámetros.

Tabla 2.

Parámetros obtenidos del perfil E555.

PARÁMETRO	VALOR
<b>rba</b>	0,0158
<b>x<sub>emax</sub></b>	0,375
<b>y<sub>emax</sub></b>	0,095657
<b>y''<sub>emax</sub></b>	-0,5046
<b>x<sub>imin</sub></b>	0,27
<b>y<sub>imin</sub></b>	-0,063
<b>y''<sub>imin</sub></b>	0,8672
<b>y<sub>bs</sub></b>	0
<b>Δ<sub>bs</sub></b>	0
<b>α<sub>bs</sub></b>	-29,4
<b>β<sub>bs</sub></b>	4,7

## 5.2 Variación de Parámetros

La variación de los parámetros debe realizarse con precaución debido que, un aumento demasiado alto en cada uno de los parámetros puede generar geometrías que aerodinámicamente no serían válidas, por ejemplo, si se aumenta el valor del ángulo de borde de salida ( $\alpha_{bs}$ ) el perfil se cierra en exceso generando unas líneas de tendencia que no permiten la solución al momento de realizar la simulación por otro lado cuando al radio de curvatura en el borde de ataque (**rba**) es muy pequeño la geometría del perfil en ese punto se vuelve triangular terminando casi en punta lo cual no permite una solución eficaz, esto ocurre con casi todos los parámetros cuando se genera un cambio significativo aumentando o disminuyendo su valor se altera la geometría impidiendo dar solución con XFLR5.

Teniendo claro esto, se tomó cada parámetro y se variaron tres veces con valores prudentes por arriba o por debajo con respecto al perfil original. Cabe aclarar que el único parámetro que no se varió fue el espesor del borde de salida  $\Delta_{bs}$  debido a que el borde de salida queda abierto cuando se asignan valores mayores o menores a cero.

Se realizaron treinta variaciones inicialmente, tres variaciones por parámetro. Adicionalmente se llevó a cabo cuatro variaciones más, pero estas nuevas variaciones se realizaron modificando los diez parámetros en simultáneo (ver tabla 3).

Tabla 3.

Variación de los parámetros.

Parámetro	Variación 0	Variación 1	Original	Variación 2	Variación 3
<b>rba</b>	0,028	0,011	0,0158	0,0182	0,02
<b>x<sub>emax</sub></b>	0,3	0,315	0,375	0,342	0,392
<b>y<sub>emax</sub></b>	0,088157	0,0699657	0,095657	0,098542	0,0994567
<b>y''<sub>emax</sub></b>	-0,5446	-0,5366	-0,5046	-0,55678	-0,59634
<b>x<sub>imin</sub></b>	0,2	0,194	0,27	0,2	0,29
<b>y<sub>imin</sub></b>	-0,0705	-0,059	-0,063	-0,052	-0,05
<b>y''<sub>imin</sub></b>	0,8322	0,8392	0,8672	0,8144	0,8034
<b>y<sub>bs</sub></b>	-0,01	0,01	0	-0,01	-0,01
<b><math>\Delta_{bs}</math></b>	0	0	0,00178672	0	0
<b><math>\beta_{bs}</math></b>	4,7	8,7	4,7	2,7	3,7
<b><math>\alpha_{bs}</math></b>	-28,9	10,9	-29,4	-40,9	-48,7

A continuación, se muestran las geometrías generadas al realizar las variaciones de cada parámetro;

En la figura 8, es posible observar el cambio geométrico que obtuvo el perfil aerodinámico cuando se varió el radio del borde de ataque, presentándose un perfil no muy diferente respecto el inicial.

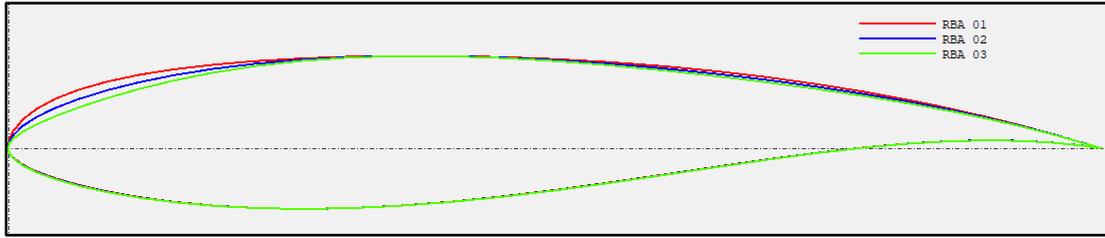


Figura 8. Variación radio del borde de ataque, (a)  $rba_{01} = 0,035$ , (b)  $rba_{02} = 0,02$ , (c)  $rba_{03} = 0,01$

En la figura 9, se observa una gran diferencia entre cada uno de las geometrías generadas, lo que quiere decir que el parámetro  $x_{emax}$ , es un parámetro importante al momento de generar geometrías del perfil aerodinámico.

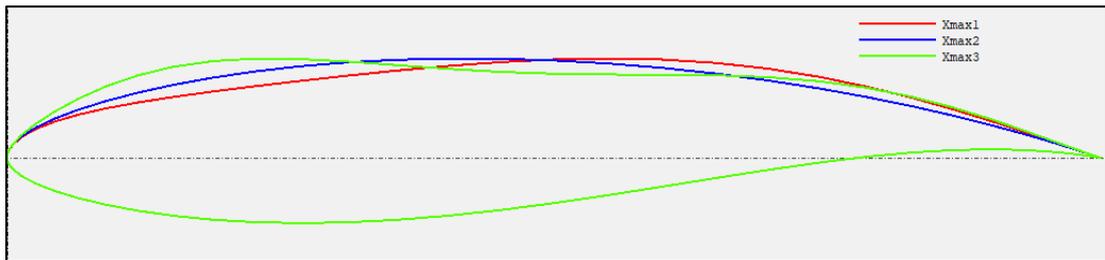


Figura 9. Variación radio del borde de ataque, (a)  $rba_{01} = 0,035$ , (b)  $rba_{02} = 0,02$ , (c)  $rba_{03} = 0,01$

En la figura 10, se observa la relevancia que tiene el parámetro  $y_{emax}$  frente al espesor (*thickness*) del perfil aerodinámico.

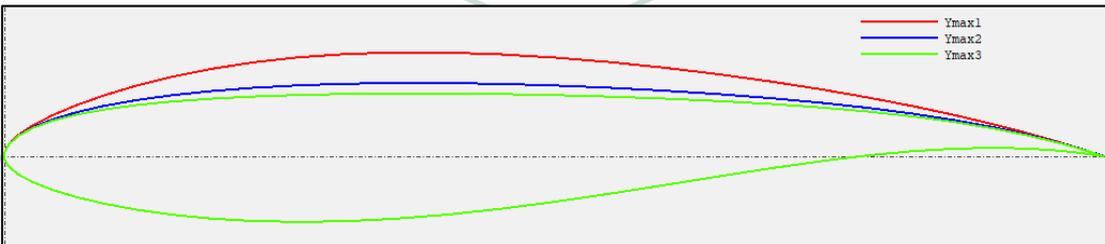


Figura 10. Variación de la magnitud del máximo extradós, (a)  $y_{emax_1} = 0,09978$ , (b)  $y_{emax_2} = 0,07039$ , (c)  $y_{emax_3} = 0,06029$

Respecto a la curvatura en el máximo extradós, en la figura 11 se puede observar que es un parámetro que altera muy poco la geometría del perfil, pese a que se realizaron variaciones de magnitud alta respecto al parámetro inicial.

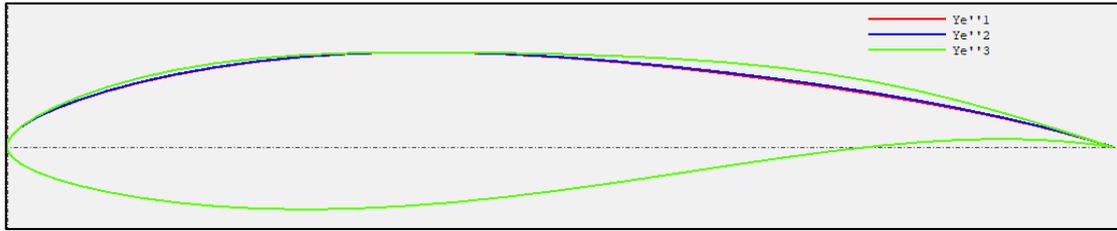


Figura 11. Variación de la curvatura en el máximo extradós, (a)  $y''_{emax_1} = -0,819$ , (b)  $y''_{emax_2} = -0,612$ ,  
(c)  $y''_{emax_3} = 1$

Tal cual como ocurre para extradós, ocurre para el intradós siendo la posición del máximo intradós  $x_{imin}$  un parámetro que compromete la geometría del perfil, esto se puede observar en la figura 12.

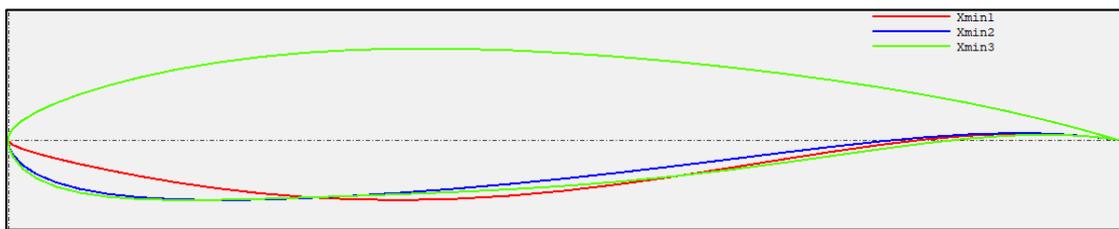


Figura 12. Variación de la posición del máximo intradós, (a)  $x_{imin_1} = 0,35$ , (b)  $x_{imin_2} = 0,19$ , (c)  $x_{imin_3} = 0,16$

En la figura 13 se puede observar cómo está relacionado el parámetro de la máxima magnitud para intradós respecto al espesor del perfil aerodinámico.

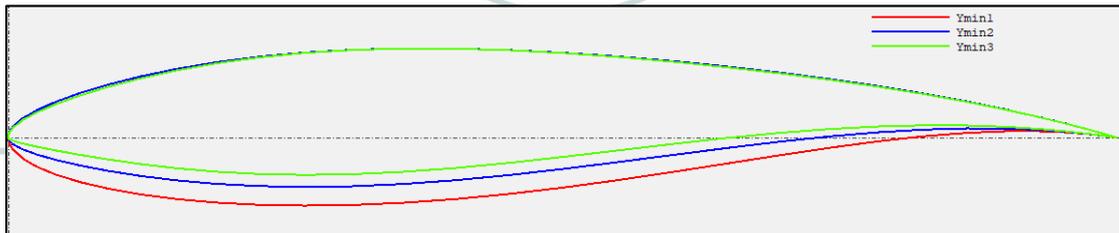


Figura 13. Variación de la magnitud del mínimo intradós, (a)  $y_{imin_1} = -0,073$ , (b)  $y_{imin_2} = -0,053$ ,  
(c)  $y_{imin_3} = -0,04$

Para la curvatura en el mínimo intradós ocurre de igual manera que para el extradós, obteniendo escasos cambios geométricos respecto al perfil seleccionado. (ver figura 14)

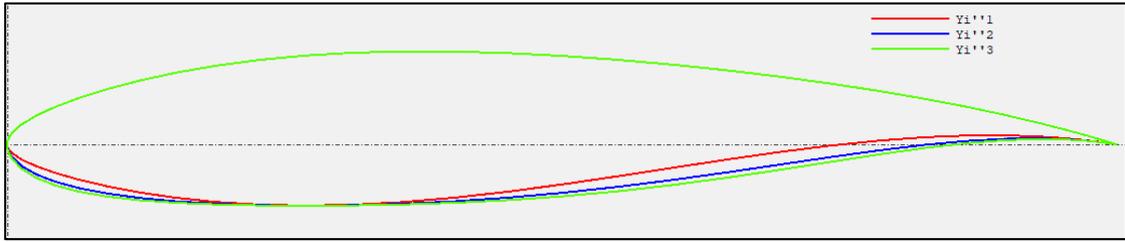


Figura 14. Variación de la curvatura en el mínimo intradós, (a)  $y''_{imin_1} = 0,99$ , (b)  $y''_{imin_2} = 0,567$ , (c)  $y''_{imin_3} = 0,3897$

Como es posible observar en la figura 15 el parámetro de la posición del borde de salida es relevante para la parte geométrica trasera del perfil, alterando la curvatura de salida tanto para intradós como para el extradós.

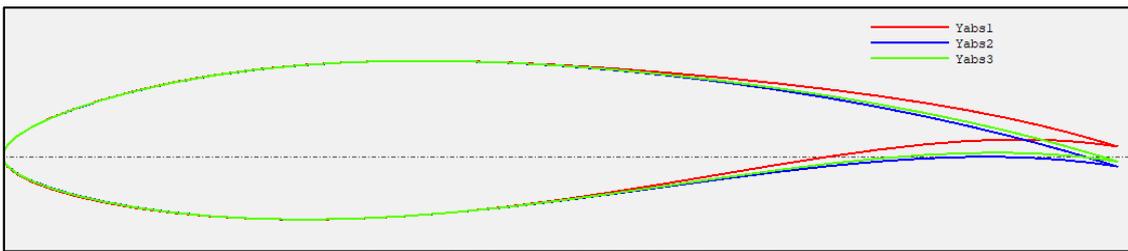


Figura 15. Variación de la posición del borde de salida, (a)  $y_{bs_1} = 0,01$ , (b)  $y_{bs_2} = -0,01$ , (c)  $y_{bs_3} = -0,005$

Se puede observar en la figura 16 la relevancia geométrica que tiene variar el ángulo de borde de salida, indicando que, de acuerdo al valor asignado, ya sea positivo o negativo, esto dependerá si el borde de salida está ubicado hacia arriba o hacia abajo.

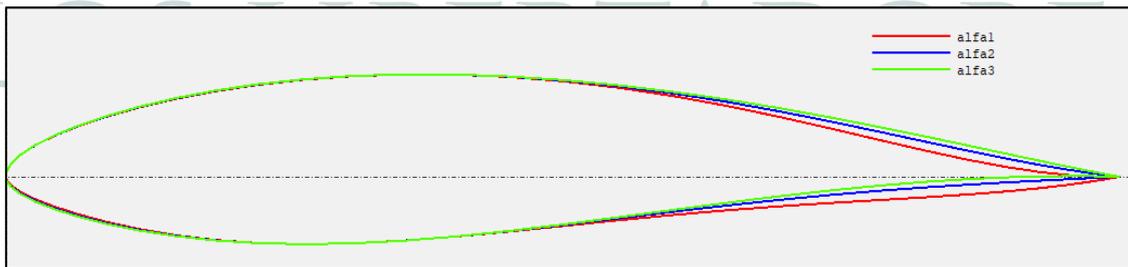


Figura 16. Variación del ángulo del borde de salida, (a)  $\alpha_{bs_1} = 12,4$ , (b)  $\alpha_{bs_2} = -3,4$ , (c)  $\alpha_{bs_3} = -12,4$

En la variación de este parámetro se puede apreciar en a figura 17 que el borde de salida cambia su espesor.

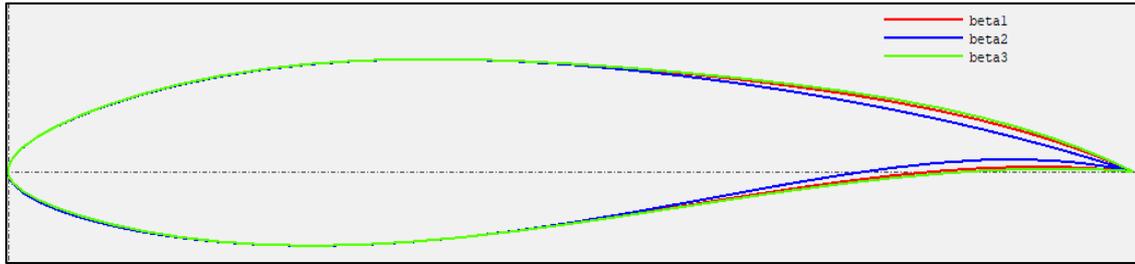


Figura 17. Variación del espesor del ángulo borde de salida, (a)  $\beta_{bs_1} = 8,7$ , (b)  $\beta_{bs_2} = 2,7$ , (c)  $\beta_{bs_3} = 10,7$

En la figura 18 es posible observar que los perfiles generados variando todos los parámetros en simultáneo, poseen una geometría realmente diferente respecto al perfil base seleccionada.

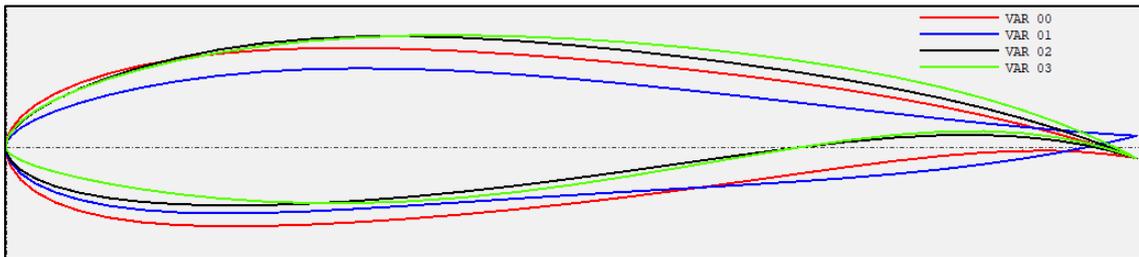


Figura 18. Geometrías generadas con la variación de los diez parámetros en simultáneo, (a) Variación 00, (b) Variación 01, (c) Variación 02, (d) Variación 03.

## 5.2.1 Determinación de los coeficientes

Teniendo el valor de los parámetros del perfil base y las variaciones que se le realizaron a cada uno de ellos es necesario realizar la solución del sistema matemático para determinar los once coeficientes de cada polinomio que describen tanto el intradós como el extradós.

Para esto se utilizó el código en MATLAB<sup>1</sup> el cual fue creado principalmente para ser usado en la optimización de un perfil aerodinámico una parte de este código se utilizó para dar solución al sistema matemático utilizando cada uno de los parámetros, entregando los valores de los coeficientes. En la Tabla 4 se pueden observar los valores de los coeficientes obtenidos para las últimas variaciones realizadas, si desea observar los valores para cada geometría generada ver el Apéndice A.

Las variaciones se realizaron tomando tres valores diferentes para cada parámetro exceptuando el parámetro del espesor del borde de salida  $\Delta_{bs}$ , debido a que si se dan valores ya sean mayores o menores que cero, el perfil en el borde de salida quedara abierto causando fallos en la simulación.

Tabla 4.

Coefficientes obtenidos del código de MATLAB para cada variación.

Coefficiente	Variación 0	Variación 1	Variación 2	Variación 3
$a_{e1}$	0,2366	0,1483	0,1908	0,2000
$a_{e2}$	-0,1794	0,1499	0,2944	0,0712
$a_{e3}$	-0,5009	-1,1303	-1,7230	-0,6754
$a_{e4}$	1,1046	1,6419	2,4315	0,6078
$a_{e5}$	-0,8799	-1,1223	-1,4532	0,0058
$a_{e6}$	0,2089	0,3225	0,2494	-0,2194
$a_{i1}$	-0,2655	-0,2129	-0,1843	-0,1021
$a_{i2}$	0,7207	0,4572	0,4046	-0,1230
$a_{i3}$	-1,0984	-0,1835	-0,3991	0,6280
$a_{i4}$	0,9869	-0,5087	0,4061	-0,3448
$a_{i5}$	-0,1170	0,6061	-0,0465	0,1319
$a_{i6}$	-0,2366	-0,1483	-0,1908	-0,2000

## 5.2.2 Evaluación de los coeficientes

Para evaluar los coeficientes es necesario realizar en Excel la formulación del polinomio ecuación (5) y (6) para encontrar los puntos que describen la geometría original y las nuevas geometrías encontradas, además se deben utilizar los valores para X que suministra *UIUC Airfoil coordinates Database* para el perfil base, teniendo los valores de X y la función, es posible determinar los valores de la función denominados puntos en Y con esto es posible crear el archivo “.dat” con el objetivo de cargarlo al *software* XFLR5 puesto que es el formato que soporta este programa.

Los polinomios quedan expresados de la siguiente manera y los valores de las coordenadas de algunos de los perfiles pueden ser consultados en el Apéndice B;

$$y_e = a_{e1}(x)^{1-\frac{1}{2}} + a_{e2}(x)^{2-\frac{1}{2}} + a_{e3}(x)^{3-\frac{1}{2}} + a_{e3}(x)^{3-\frac{1}{2}} + a_{e4}(x)^{4-\frac{1}{2}} + a_{e5}(x)^{5-\frac{1}{2}} + a_{e6}(x)^{6-\frac{1}{2}} \quad (30)$$

$$y_i = a_{i1}(x)^{1-\frac{1}{2}} + a_{i2}(x)^{2-\frac{1}{2}} + a_{i3}(x)^{3-\frac{1}{2}} + a_{i3}(x)^{3-\frac{1}{2}} + a_{i4}(x)^{4-\frac{1}{2}} + a_{i5}(x)^{5-\frac{1}{2}} + a_{i6}(x)^{6-\frac{1}{2}} \quad (31)$$

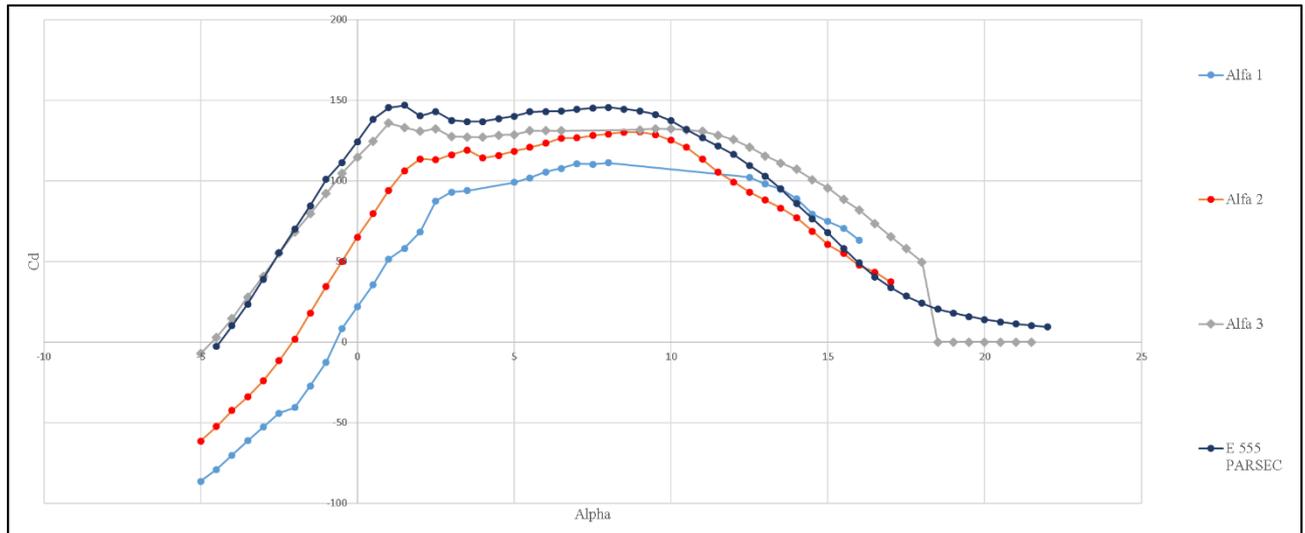
### 5.3 Simulación de perfiles Aerodinámicos

Para la simulación de los perfiles modificados fue necesario utilizar los valores calculados de número de Reynolds y número MACH en el capítulo 4 sección 4.1, esto con el fin de ingresarlos al *software* XFLR 5 en el apartado de análisis directo del perfil; se realizó el análisis de cada perfil de manera independiente con el fin de observar cada variación y obtener los datos para el coeficiente de *lift*, coeficiente de *drag* y la eficiencia aerodinámica.

Para que el *software* XFLR 5 pueda acceder a los puntos significativos y poder graficar el perfil internamente se utiliza un archivo con extensión .dat debido a que el *software* indexa las coordenadas del perfil; los archivos .dat se generaron con la ayuda de Excel para las coordenadas de cada perfil estas coordenadas se transcriben en un bloc de notas y se cambia la extensión de .txt a un archivo .dat y poder ser utilizado.

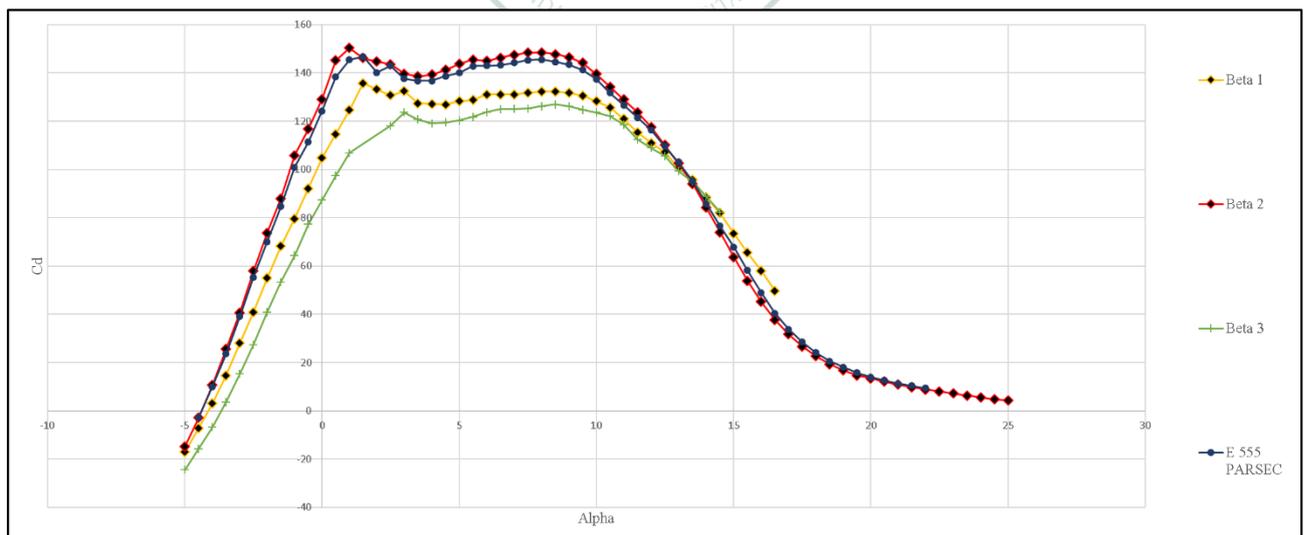
Teniendo en cuenta el capítulo 4 sección 4.3 se realizó un documento en Excel para poder reunir los resultados de las simulaciones obtenidas del *software* XFLR 5, el documento se dividió en tres hojas de datos en las cuales se encuentra el coeficiente de *lift*, el coeficiente de *drag* y la eficiencia aerodinámica con respecto al ángulo de ataque; al momento de tener todos los datos en un solo archivo se procedió a realizar una comparación entre todas la variación de perfiles por medio de la escala de color, con el fin de encontrar el que presentara mayor eficiencia aerodinámica, mayor coeficiente de sustentación y menor coeficiente de arrastre.

Debido a la cantidad de variaciones que se realizaron y la variación del ángulo de ataque para la simulación de -5 hasta 25, se extrajeron aproximadamente 5160 datos por tal motivo se expondrán los resultados por cada parámetro con el fin de visualizar los resultados, finalmente se compararán los dos perfiles con mayor eficiencia para ser comparados con el perfil original. En este caso se mostrará el comportamiento de cada parámetro modificado con respecto a su eficiencia aerodinámica, puesto que en este parámetro se tiene en cuenta la relación entre el coeficiente de *lift* y el coeficiente de *drag* permitiendo el análisis de dos de las variables más importantes en la aerodinámica de una manera eficaz.



Gráfica 4. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $\alpha_{bs}$

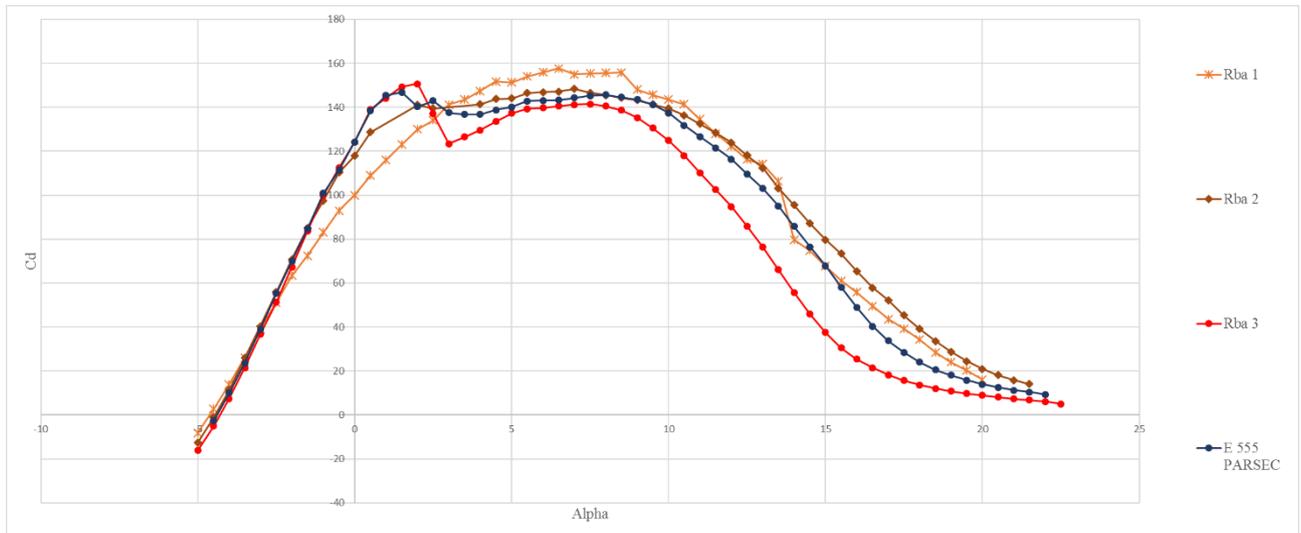
Con las variaciones que se realizaron al ángulo del borde de salida ( $\alpha_{bs}$ ) y las nuevas geometrías generadas no se logró la optimización en ninguno de los tres casos planteados para el desarrollo de este proyecto, con esto se puede inferir que modificando únicamente este parámetro no es suficiente para lograr una optimización del perfil sin embargo puede ser que con algunas iteraciones más se pueda lograr un cambio significativo y se optimice el perfil (ver grafica 4).



Gráfica 5. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $\beta_{bs}$

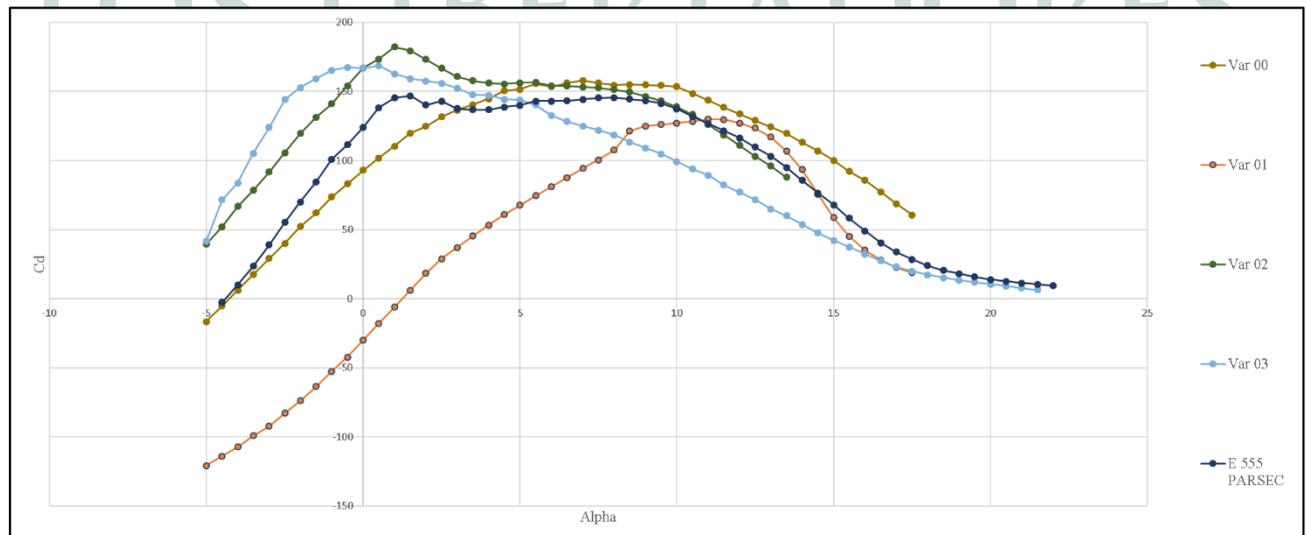
Las geometrías generadas al momento de variar el espesor angular del borde de salida ( $\beta_{bs}$ ) presentan un comportamiento similar al del perfil original, sin embargo, una de ellas exactamente  $\beta_{bs2}$  (ver grafica 5) tiene una mayor eficiencia aerodinámica con respecto al E555, esto quiere

decir que este parámetro puede ser considerado como uno de los más importantes al momento de realizar la optimización del perfil.



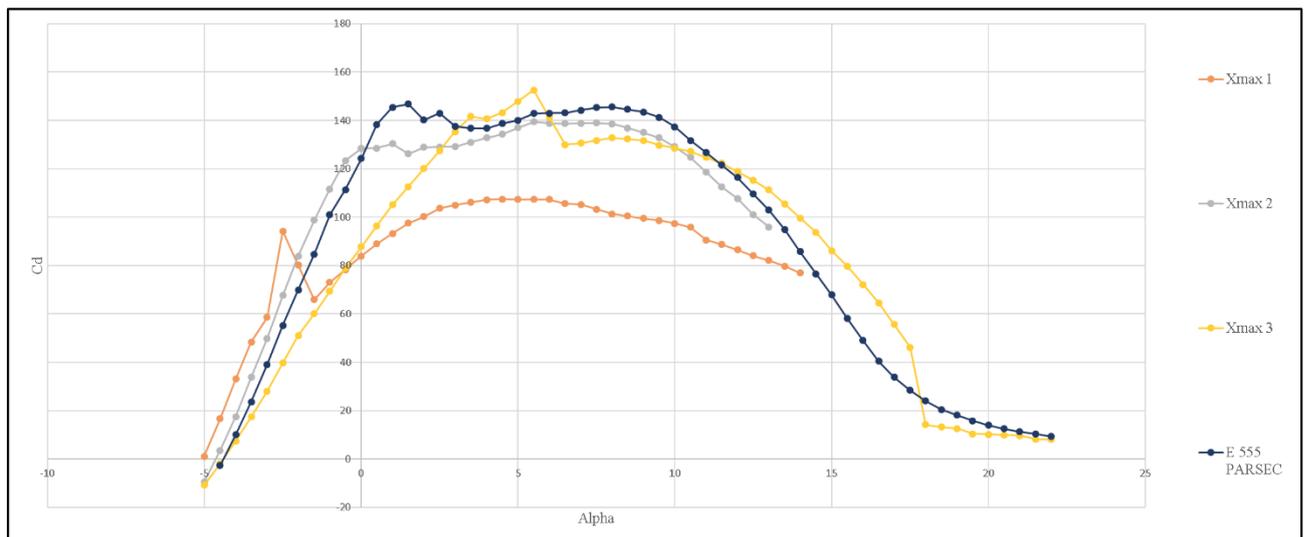
Gráfica 6. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro **rba**

El radio de curvatura en el borde de ataque (**rba**) es un parámetro que al momento de realizarle variaciones el cambio es notorio visualmente, sin embargo, a pesar de realizar tres variaciones diferentes ninguna de ellas presentó una mayor eficiencia aerodinámica con respecto al perfil original (ver gráfica 6).



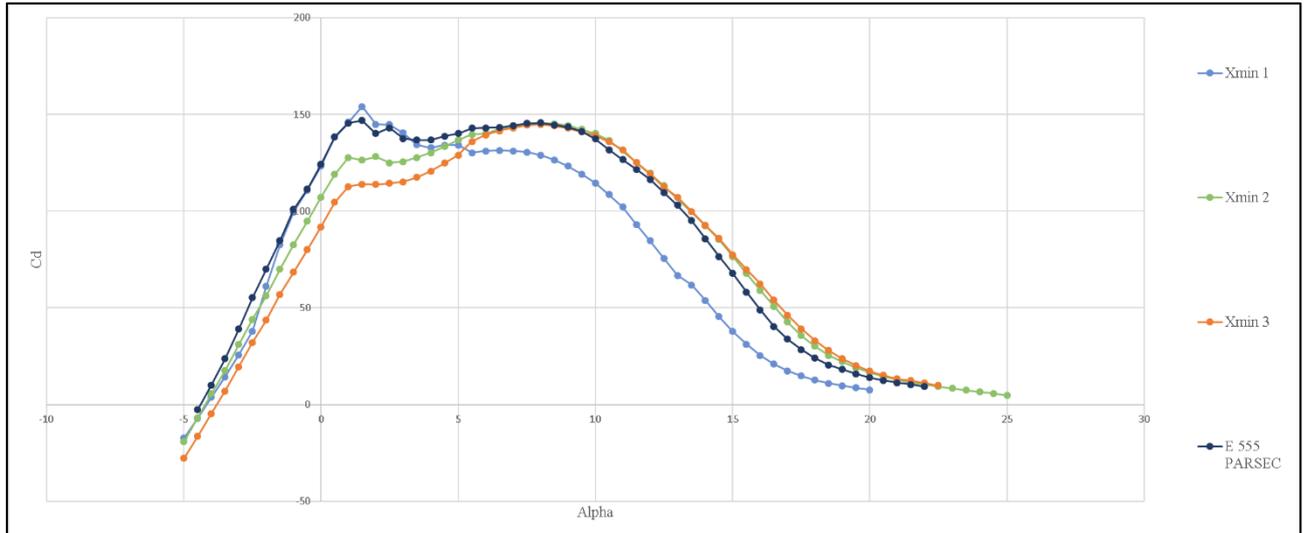
Gráfica 7. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación de los diez parámetros en simultáneo.

Teniendo en cuenta las variaciones realizadas con todos los parámetros en simultaneo lo cual genera una geometría completamente distinta al perfil original, se pudo observar que la eficiencia del perfil aerodinámico aumento en las variaciones 02 y 03, por otro lado la variación 00 y 01 agudizo la eficiencia aerodinámica (ver grafica 7), estas variaciones fueron totalmente aleatorias sin tener en cuenta ningún criterio debido a que no se había realizado la experimentación para saber cuál parámetro influye más que el otro; con esta investigación será posible que el lector determine cuál de los parámetros afecta de manera directa la eficiencia aerodinámica y podrá decidir la mejor combinación cuando desee realizar una optimización.



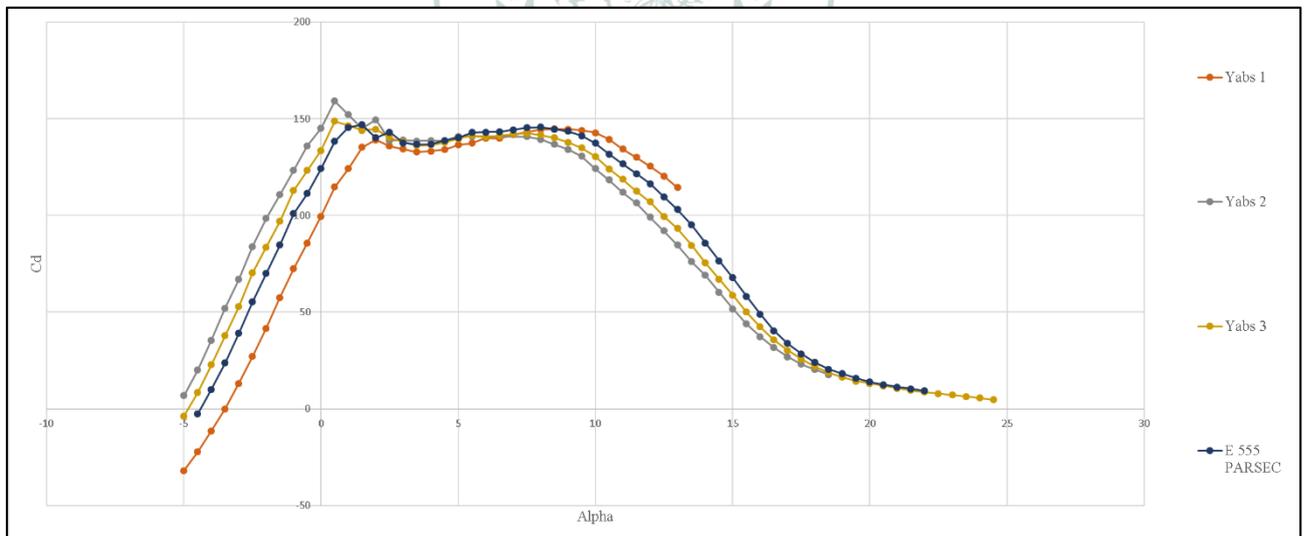
Gráfica 8. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $x_{emax}$

De acuerdo con la modificación en la posición del máximo del extradós  $x_{emax}$  la eficiencia aerodinámica presenta una modificación drástica pero no es posible determinar cómo realizar la selección del cambio de este parámetro debido a que  $x_{emax1}$  y  $x_{emax3}$  desmejoraron la eficiencia aerodinámica pero el  $x_{emax2}$  aumento la eficiencia aerodinámica y el valor asignado fue levemente alterado por encima del original (ver grafica 8).



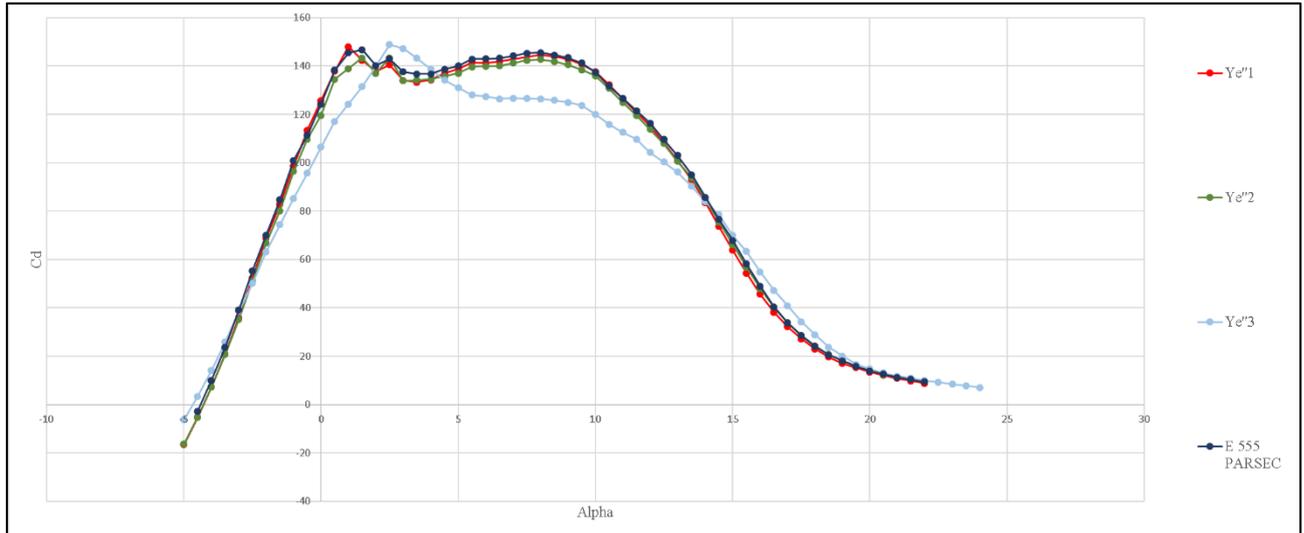
Gráfica 9. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $x_{imin}$

Con la variación de la posición del mínimo intradós  $x_{imin}$  se modifica levemente la eficiencia aerodinámica del perfil, sin embargo, no se presenta una mejora significativa con las variaciones realizadas de este parámetro (ver grafica 9).



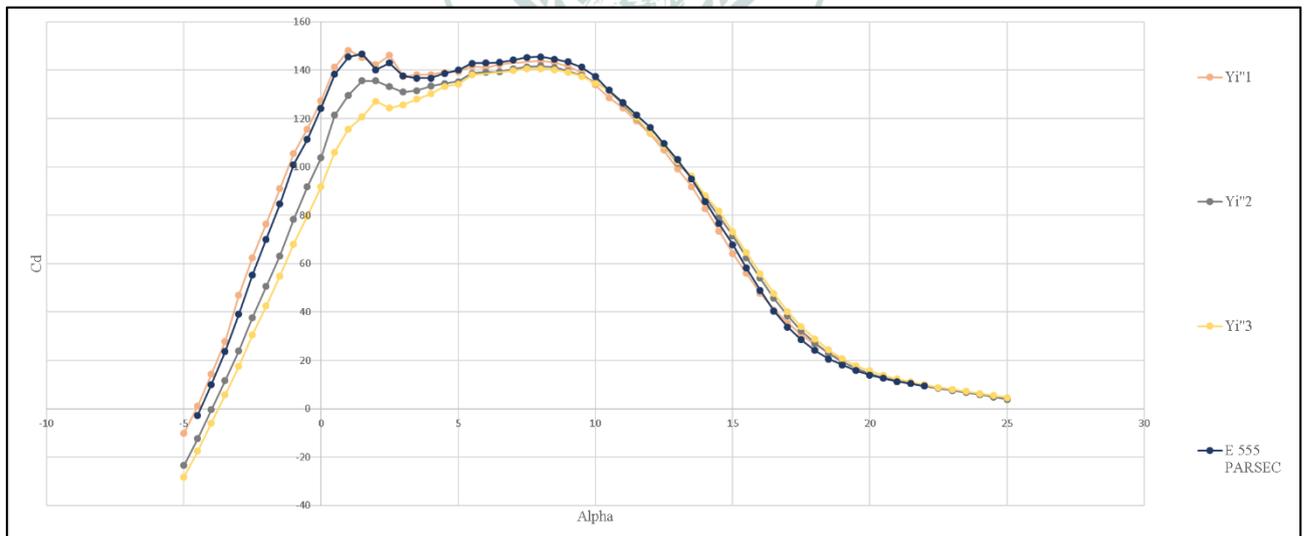
Gráfica 10. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $y_{bs}$

La posición del borde de salida  $y_{bs}$  se convierte en uno de los parámetros principales a modificar cuando se desea realizar la optimización de un perfil aerodinámico para este caso se puede observar que cuando el valor de este parámetro es menor que 0 la eficiencia aerodinámica aumenta y cuando es mayor que 0 se disminuye (ver grafica 10).

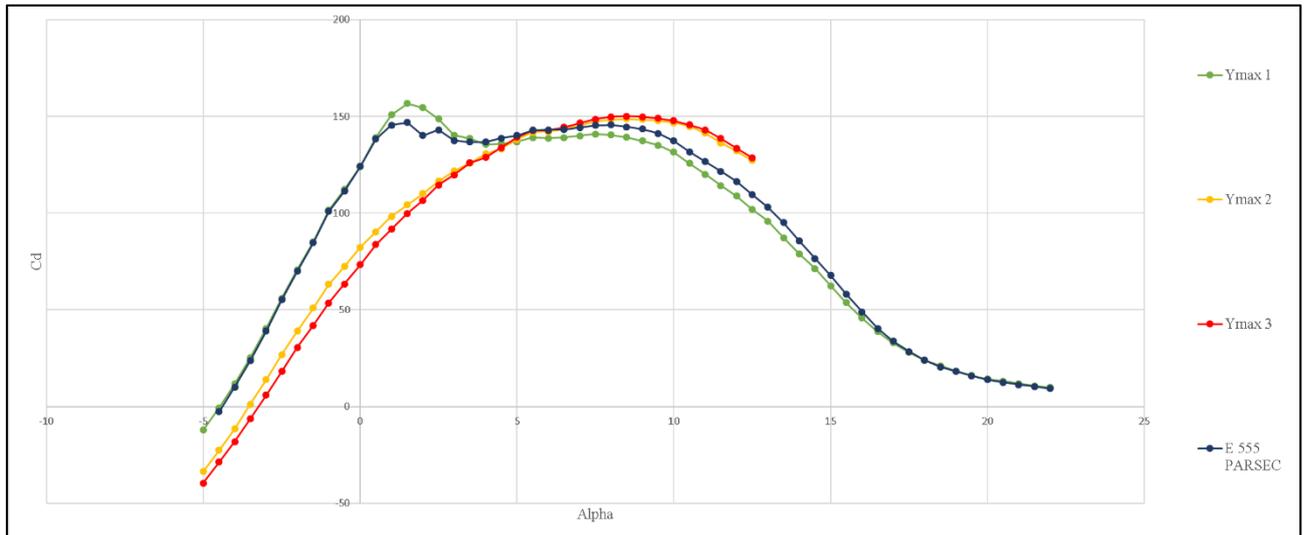


Gráfica 11. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $y''_{emax}$

En la curvatura máxima del extradós  $y''_{emax}$  no se presenta una modificación importante en la eficiencia aerodinámica con respecto al perfil original sin embargo el único que presenta un cambio en la eficiencia es el  $y''_{emax3}$  cuando el valor es positivo en las otras variaciones el valor es negativo y presenta casi el mismo comportamiento que el perfil original. (ver grafica 11).

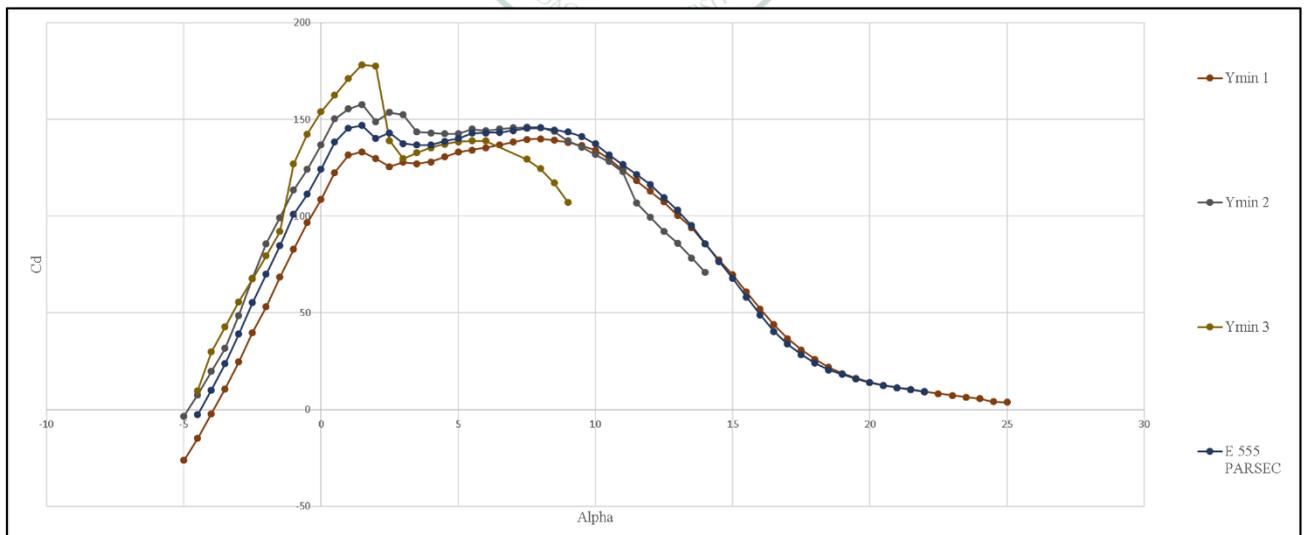


Gráfica 12. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $y''_{imin}$



Gráfica 13. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $y_{max}$

Según los resultados obtenidos con la modificación del parámetro relacionado con la curvatura en el mínimo de extradós  $y'_{imin}$  (ver grafica 12) y la magnitud en el máximo extradós  $y_{emax}$  (ver grafica 13) se puede definir que la eficiencia aerodinámica es directamente proporcional al valor asignado, esto quiere decir que entre mayor sea el valor de este parámetro mayor será la eficiencia aerodinámica, sin embargo no se realizaron experimentaciones con valores mayores a una unidad entonces esta afirmación se cumple siempre y cuando se respete el rango de valores de 0 – 1.



Gráfica 14. Eficiencia aerodinámica de los perfiles generados con la variación del parámetro  $y_{imin}$

La magnitud del mínimo intradós  $y_{imin}$  modifica de manera significativa la eficiencia aerodinámica del perfil, pero es complicado definir algún criterio para seleccionar el valor de este; sin embargo, para próximas investigaciones se deben realizar más iteraciones con este parámetro y definir cuál

sería el proceso de selección para optimizar el perfil porque influye directamente en la eficiencia del perfil (ver grafica 14).

Los perfiles modificados con mayor eficiencia aerodinámica son la variación 2 y la variación 3 (ver Tabla 5), sin embargo, al comparar con el perfil original simulado con las mismas condiciones y en un ángulo de ataque de cero grados se puede observar que algunos perfiles son mejores que el E555 entre ellos están: Beta 2, X<sub>máx</sub> 2, Y<sub>abs</sub> 2, Y<sub>abs</sub> 3, Y<sub>e''1</sub>, Y<sub>i''1</sub>, Y<sub>min</sub>2 y Y<sub>min</sub>3, esto quiere decir que de las 34 variaciones realizadas 10 de ellas cumplieron con la optimización del perfil original. Las coordenadas de los 10 perfiles que cumplen con la optimización del perfil se encuentran en el Apéndice B.

Tabla 5.

Comparación de la eficiencia aerodinámica de los perfiles generados y el perfil original por medio de una escala de color.

Alfa 1	Alfa 2	Alfa 3	Escala de color	
21,96413344	65,17602	91,41023	-30	85
Beta 1	Beta 2	Beta 3	-25	90
104,7069	129,1856	87,317005	-20	95
Rba 1	Rba 2	Rba 3	-15	100
99,93259	117,8616	124,0237	-10	105
X <sub>max</sub> 1	X <sub>max</sub> 2	X <sub>max</sub> 3	-5	110
83,94053	128,4031	87,68212	0	115
X <sub>min</sub> 1	X <sub>min</sub> 2	X <sub>min</sub> 3	5	120
123,3067	107,1467	91,91638	10	125
Y <sub>abs</sub> 1	Y <sub>abs</sub> 2	Y <sub>abs</sub> 3	15	130
99,55131	145,0215	133,5409	20	135
Y <sub>e''1</sub>	Y <sub>e''2</sub>	Y <sub>e''3</sub>	25	140
125,6948	119,5875	106,406415	30	145
Y <sub>i''1</sub>	Y <sub>i''2</sub>	Y <sub>i''3</sub>	35	150
127,3148	103,7847	91,7622	40	155
Y <sub>max</sub> 1	Y <sub>max</sub> 2	Y <sub>max</sub> 3	45	160
124,0503	82,3786	73,29136	50	165
Y <sub>min</sub> 1	Y <sub>min</sub> 2	Y <sub>min</sub> 3	55	170
108,5251	136,6899	153,959	60	
Var 00	Var 01	Var 02	65	
93,0331	-29,97814	167,06	70	
Var 03	E555 PARSEC		75	
166,8001	124,2016		80	

En la figura 19 se muestra la variación 2, la variación 3 y el perfil original E555 para visualizar el cambio en la geometría, se puede apreciar que los perfiles optimizados aumentaron la línea de curvatura media, se disminuye el espesor del perfil, pero al momento de comparar la variación 2 y la variación 3 se observa que al disminuir de forma drástica el espesor del perfil pierde eficiencia

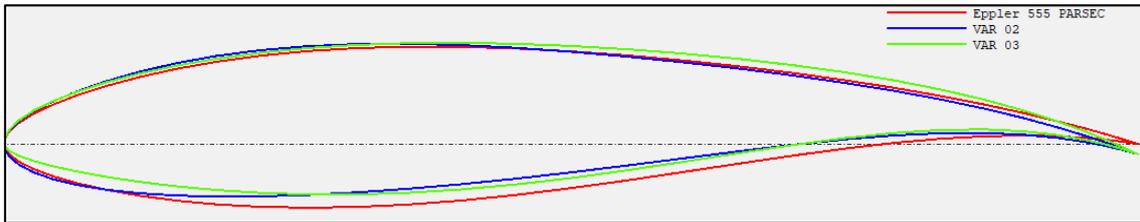
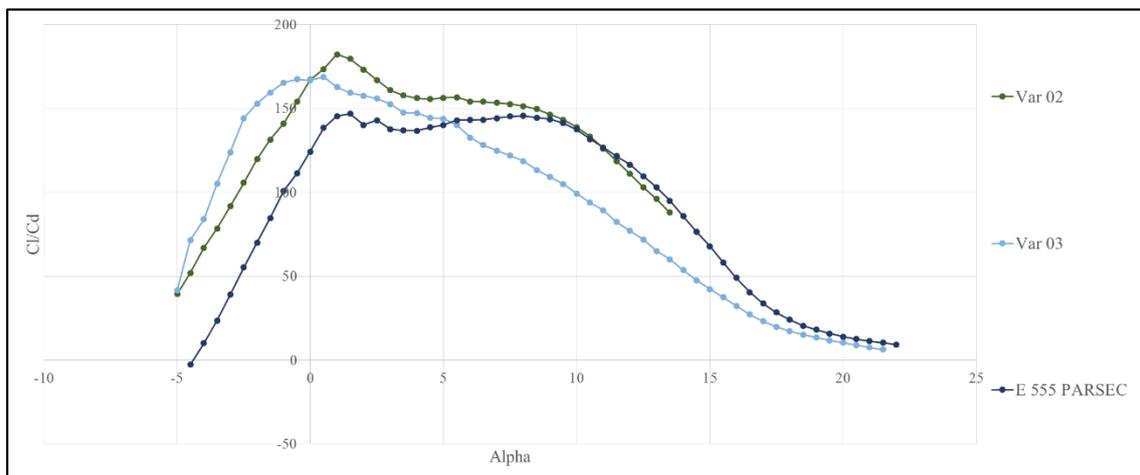


Figura 19. Comparación geométrica entre los perfiles con mejor eficiencia aerodinámica con respecto al E555.

Con el fin de analizar el comportamiento de estos perfiles es necesario tener en cuenta su comportamiento en las fuerzas aerodinámicas, entre ellas está la relación de  $Cl/Cd$  o eficiencia aerodinámica respecto al ángulo de ataque (ver grafica 15), los datos son obtenidos de XFLR 5 para un análisis secuencial del ángulo desde  $-5^\circ$  a  $25^\circ$ . Dentro de esta grafica se puede observar que el perfil original mantiene sustentación en la mayoría de intervalos a comparación de la variación 2 y la variación 3, en la variación 2 a medida que aumenta el ángulo de ataque pierde eficiencia y el valor máximo alcanzado de ángulo de ataque es de  $13,5^\circ$  pero a bajos ángulos de ataque tiene la mejor eficiencia; en la variación 3 el perfil comienza a perder eficiencia drásticamente luego de alcanzar su eficiencia máxima; de acuerdo a lo expuesto anteriormente el perfil que se optimizo cumpliendo con los requisitos para ser aplicado en una aeronave tipo *STOL* es la variación 2.

LOS LIBERTADORES



Gráfica 15. Perfiles con mayor eficiencia aerodinámica comparados con el E555.

## Capítulo 6

# Conclusiones y Recomendaciones

### 6.1 Conclusiones

- De acuerdo con los resultados obtenidos es posible afirmar que mediante la metodología no tradicional aplicada en la cual se implementa la parametrización (PARSEC) en el desarrollo del trabajo y utilizando *softwares* de bajo costo o libres como XFLR5 para determinar la eficiencia aerodinámica, se optimiza el perfil aerodinámico garantizando una eficiencia óptima para una aeronave tipo *STOL*.
- Dentro del análisis expuesto en el capítulo 5 sección 5.1 fue posible determinar cual de los perfiles característicos posee mayor eficiencia aerodinámica obteniendo de esta manera el perfil que será optimizado.
- En relación con lo presenciado durante el desarrollo de este proyecto, cabe resaltar que el método *PARSEC* es un método flexible por medio del cual es posible generar infinitas geometrías lo cual permite encontrar más de un perfil aerodinámico óptimo.
- Frente a la información recaudada del *software XFLR5* en el capítulo 3 sección 3.6 se logró comprender como este software utiliza internamente el método *PANEL* para los análisis de flujo bidimensionales, además por medio de la experimentación realizada en este proyecto se determinó que algunas de las opciones que posee el programa están directamente relacionadas con los paneles que posee el perfil.

### 6.2 Recomendaciones

- Para el diseño y análisis de un perfil aerodinámico el *software XFLR5* puede ser utilizado, pero se debe tener en cuenta que son para flujos subsónicos y que sus datos son aproximados, en caso de ser necesario un análisis para alguna superficie tridimensional los datos obtenidos puede que no sean óptimos, por lo tanto, es necesario utilizar otro *software* para simulación de flujo en un cuerpo.
- En caso de realizar una nueva optimización se recomienda tener en cuenta los parámetros que modifican de una manera drástica la eficiencia aerodinámica y logran la optimización

del perfil en alguna de sus variaciones son: el espesor angular del borde de salida  $\beta_{bs}$ , la posición del borde de salida  $y_{bs}$  y la magnitud del mínimo intradós  $y_{imin}$ .

- En futuros estudios sería de gran importancia encontrar la manera de correlacionar los perfiles obtenidos por medio de la variación de los parámetros del método PARSEC con los perfiles existentes hasta el momento, para confirmar si el perfil creado es totalmente nuevo.



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

## Bibliografía

- Sadraey, M H. (2013). *Aircraft design a systems engineering approach*. Chischester, West sussex, United Kingdom: John Wiley y Sons, Ltd
- Anderson J D. (1989). *Introduction to flight*. Nueva York, Estados Unidos: MacGraw-Hill Book Company
- Soto Palacios, J. (2010). *Evolución de la familia de perfiles PARSEC mediante algoritmos genéticos para la optimización del diseño de la pala de un aerogenerador* (Trabajo fin de grado). Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Salunke, N., Ahamad, R., Channiwala, S., (2014). Airfoil Parameterization Techniques: A Review. *American Journal of Mechanical Engineering*, 2, No. 4, 99-12. Doi:10.12691/ajme 2-4-1. Recuperado de <http://pubs.sciepub.com/ajme/2/4/1/>.
- Deperrois, A (Marzo 2019). *Overview of the theoretical background in XFL5*. Recuperado de <http://www.xflr5.tech/docs/Part%20I:%20Theoretical%20overview.pdf>
- Deperrois, A (Junio 2019). *Theoretical limitations and shortcomings of XFL5*. Recuperado de <http://www.xflr5.tech/docs/Part%20IV:%20Limitations.pdf>
- Deperrois, A (Marzo 2019). *Why does an airfoil drag: the viscous problem*. Recuperado de [http://www.xflr5.tech/docs/Part%20III:%20The%20viscous%20flow\\_rev1.2.pdf](http://www.xflr5.tech/docs/Part%20III:%20The%20viscous%20flow_rev1.2.pdf)
- Deperrois, A (Marzo, 2019) *Why does a plane fly: the inviscid potential Flow*. Recuperado de [http://www.xflr5.tech/docs/Part%20II:%20The%20inviscid%20problem\\_rev1.1.pdf](http://www.xflr5.tech/docs/Part%20II:%20The%20inviscid%20problem_rev1.1.pdf)
- Navas, M (Febrero, 2011) *Análisis de perfiles y alas operando a bajo número de Reynolds*. San Clemente, Chile.
- Bose, N (1994) Explicit Kutta Condition for an Unsteady Two-Dimensional Constant Potential Panel Method. *American Journal of Mechanical Engineering* Vol. 32, No. 5, Doi: [10.2514/3.12097](https://doi.org/10.2514/3.12097) Recuperado de: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.12097>

## Apéndice A

### Coeficientes obtenidos para cada geometría generada.

	Variación rba			Variación xemax		
	0,035	0,02	0,01	0,55	0,42	0,24
a1e	0,2646	0,2000	0,1414	0,1778	0,1778	0,1778
a2e	-0,4390	0,0566	0,5062	-0,2763	0,0922	1,1135
a3e	0,6262	-0,7479	-1,9944	0,7169	-0,5849	-7,3912
a4e	-0,7258	0,9506	2,4713	-0,5167	0,5957	16,0052
a5e	0,3580	-0,5319	-1,3392	-0,5488	-0,3422	-14,8278
a6e	-0,0841	0,0726	0,2146	0,4471	0,0614	4,9224
a1i	-0,1487	-0,1527	-0,1563	-0,1540	-0,1540	-0,1540
a2i	-0,0799	-0,0376	0,0008	-0,0230	-0,0230	-0,0230
a3i	0,9276	0,7652	0,6178	0,7092	0,7092	0,7092
a4i	-1,1090	-0,8306	-0,5781	-0,7348	-0,7348	-0,7348
a5i	0,6746	0,4557	0,2571	0,3803	0,3803	0,3803
a6i	-0,2646	-0,2000	-0,1414	-0,1778	-0,1778	-0,1778
	Variación yemax			Variación y"max		
	0,09978	0,07039	0,06029	-0,819	-0,612	1
a1e	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778
a2e	0,2979	-0,2057	-0,3788	0,1699	0,2077	0,5015
a3e	-1,4572	0,2267	0,8053	-0,8007	-1,0774	-3,2323
a4e	1,8659	-0,5436	-1,3717	0,4517	1,1603	6,6781
a5e	-1,0883	0,6936	1,3060	0,2824	-0,4555	-6,2019
a6e	0,2040	-0,3486	-0,5386	-0,2811	-0,0127	2,0769
a1i	-0,1540	-0,1540	-0,1540	-0,1540	-0,1540	-0,1540
a2i	-0,0230	-0,0230	-0,0230	-0,0230	-0,0230	-0,0230
a3i	0,7092	0,7092	0,7092	0,7092	0,7092	0,7092
a4i	-0,7348	-0,7348	-0,7348	-0,7348	-0,7348	-0,7348
a5i	0,3803	0,3803	0,3803	0,3803	0,3803	0,3803
a6i	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778
	Variación y"min			Variación yabs		
	0,99	0,567	0,3897	0,01	-0,01	-0,005
a1e	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778
a2e	0,2272	0,2272	0,2272	0,2346	0,2199	0,2236
a3e	-1,2210	-1,2210	-1,2210	-1,2509	-1,1912	-1,2061

a4e	1,5279	1,5279	1,5279	1,5169	1,5388	1,5334
a5e	-0,8384	-0,8384	-0,8384	-0,7013	-0,9754	-0,9069
a6e	0,1265	0,1265	0,1265	0,0329	0,2201	0,1733
a1i	-0,1345	-0,2017	-0,2299	-0,1587	-0,1494	-0,1517
a2i	-0,2064	0,4254	0,6903	0,0276	-0,0736	-0,0483
a3i	1,2851	-0,6985	-1,5299	0,5139	0,9046	0,8069
a4i	-1,4142	0,9261	1,9070	-0,4325	-1,0370	-0,8859
a5i	0,6478	-0,2736	-0,6597	0,2374	0,5233	0,4518
a6i	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778
	Variación xmin			Variación ymin		
	0,35	0,19	0,16	-0,073	-0,053	-0,04
a1e	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1600
a2e	0,2272	0,2272	0,2272	0,2272	0,2272	0,3636
a3e	-1,2210	-1,2210	-1,2210	-1,2210	-1,2210	-1,5990
a4e	1,5279	1,5279	1,5279	1,5279	1,5279	1,9890
a5e	-0,8384	-0,8384	-0,8384	-0,8384	-0,8384	-1,0832
a6e	0,1265	0,1265	0,1265	0,1265	0,1265	0,1696
a1i	-0,0794	-0,2413	-0,2775	-0,1996	-0,1085	-0,0504
a2i	-0,3827	0,6713	1,0694	0,1702	-0,2161	-0,4556
a3i	1,1091	-1,0374	-2,4054	0,2113	1,2071	1,8098
a4i	-0,7539	1,0246	2,7114	-0,1361	-1,3334	-2,0351
a5i	0,2846	-0,2395	-0,9200	0,1320	0,6286	0,8912
a6i	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1600
	Variación beta			Variación alfa		
	8,7	2,7	10,7	12,4	-3,4	-12,4
a1e	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778
a2e	0,2374	0,2224	0,2427	0,1797	0,1971	0,2072
a3e	-1,2662	-1,1993	-1,2898	-1,0088	-1,0864	-1,1315
a4e	1,5342	1,5248	1,5375	1,4983	1,5091	1,5154
a5e	-0,6752	-0,9168	-0,5900	-1,6042	-1,3241	-1,1614
a6e	-0,0078	0,1911	-0,0780	0,7572	0,5265	0,3925
a1i	-0,1477	-0,1573	-0,1445	-0,1211	-0,1336	-0,1406
a2i	-0,0925	0,0124	-0,1269	-0,3832	-0,2463	-0,1696
a3i	0,9789	0,5721	1,1121	2,1058	1,5752	1,2777
a4i	-1,1621	-0,5174	-1,3731	-2,9480	-2,1071	-1,6355
a5i	0,6012	0,2680	0,7103	1,5242	1,0896	0,8459
a6i	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778	-0,1778

## Apéndice B

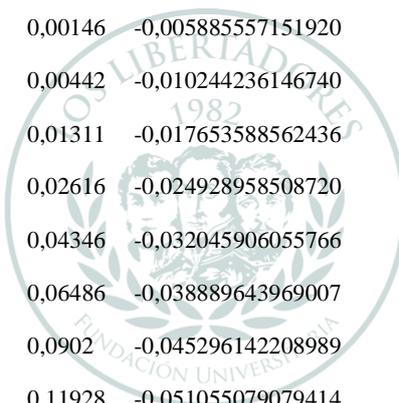
### Coordenadas de los perfiles optimizados con respecto al E555.

Espesor angular del borde de salida “ $\beta_{bs2}$ ”

1	0	0,11928	0,06550666	0,22617	-0,062119784966118
0,99657	0,001070947	0,0902	0,056811735	0,26731	-0,063005696481839
0,98721	0,003949526	0,06486	0,047772089	0,31077	-0,062290776096028
0,9729	0,008228974	0,04346	0,038634239	0,35623	-0,059909964671284
0,95338	0,013838024	0,02616	0,02957007	0,40328	-0,055883056297586
0,92858	0,020602355	0,01311	0,020668535	0,45156	-0,050318841002593
0,89894	0,02818813	0,00442	0,011884496	0,50064	-0,043430217704367
0,86494	0,03627019	0,00146	0,006806038	0,5501	-0,035526804933114
0,82708	0,044555367	0,00054	0,004134481	0,59947	-0,027014746014617
0,78593	0,052781595	0,00017	0,002318721	0,6482599	-0,018373812951726
0,74203	0,060739216	0,00001	0,00056226	0,69596	-0,010125206353872
0,69596	0,068247211	0	0	0,74203	-0,002788716802586
0,648259	0,075153183	0,00017	-0,002050913376180	0,78593	0,003177461854755
0,59947	0,081310445	0,00054	-0,003655162206417	0,82708	0,007431185097445
0,5501	0,08657093	0,00146	-0,006009686272738	0,86494	0,009811674360311
0,50064	0,090778702	0,00442	-0,010453404663677	0,89894	0,010371589985910
0,45156	0,093774268	0,01311	-0,017980939009322	0,92858	0,009392777681546
0,40328	0,095407759	0,02616	-0,025327474303448	0,95338	0,007355137594352
0,35623	0,095553604	0,04346	-0,032463477236917	0,9729	0,004873423355765
0,31077	0,094132046	0,06486	-0,039277612659121	0,98721	0,002517304766699
0,26731	0,091129251	0,0902	-0,045617577150375	0,99657	0,000714507928815
0,22617	0,086605489	0,11928	-0,051290584783819	1	0
0,18759	0,08068589	0,15184	-0,056077053741968		
0,15184	0,073563157	0,18759	-0,059755634361849		

## Posición del máximo del extradós “ $X_{emax2}$ ”

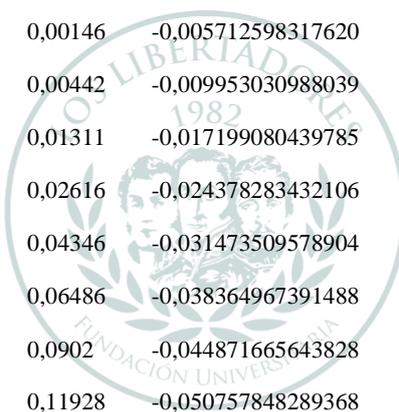
1	0	0,00442	0,011847029	0,78593	0,000935219858163
0,99657	0,001203538	0,00146	0,006798824	0,82708	0,005027245929673
0,98721	0,004438818	0,00054	0,004132852	0,86494	0,007417819652442
0,9729	0,009248498	0,00017	0,002318433	0,89894	0,008167521869194
0,95338	0,015549422	0,00001	0,000562256	0,92858	0,007534073686458
0,92858	0,02313605	0	0	0,95338	0,005942240221294
0,89894	0,031613145	0,00017	-0,002007965053779	0,9729	0,003928313931022
0,86494	0,040582389	0,00054	-0,003578920423642	0,98721	0,001988317262212
0,82708	0,049668822	0,00146	-0,005885557151920	0,99657	0,000493950911159
0,78593	0,058524385	0,00442	-0,010244236146740	1	0
0,74203	0,066859451	0,01311	-0,017653588562436		
0,69596	0,074427929	0,02616	-0,024928958508720		
0,6482599	0,081038267	0,04346	-0,032045906055766		
0,59947	0,086538636	0,06486	-0,038889643969007		
0,5501	0,090814444	0,0902	-0,045296142208989		
0,50064	0,093781367	0,11928	-0,051055079079414		
0,45156	0,095383476	0,15184	-0,055927269096678		
0,40328	0,095593993	0,18759	-0,059674291559982		
0,35623	0,09441644	0,22617	-0,062079203066690		
0,31077	0,091887235	0,26731	-0,062977479120684		
0,26731	0,08808318	0,31077	-0,062256158826347		
0,22617	0,083114188	0,35623	-0,059869276032607		
0,18759	0,077110374	0,40328	-0,055862247990582		
0,15184	0,070226869	0,45156	-0,050371108630852		
0,11928	0,062656561	0,50064	-0,043631579436435		
0,0902	0,054592323	0,5501	-0,035965689314937		
0,06486	0,046217649	0,59947	-0,027776412306772		
0,04346	0,037681056	0,64825	-0,019522101997270		
0,02616	0,029084536	0,69596	-0,011684899904662		
0,01311	0,020484948	0,74203	-0,004732202436582		



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

## Posición del borde de salida “ $y_{bs2}$ ”

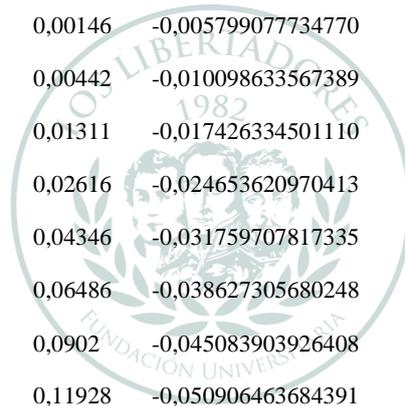
1	0	0,00442	0,011883772	0,78593	-0,004931785228937
0,99657	-0,008796634	0,00146	0,006805899	0,82708	-0,001926321710172
0,98721	-0,005560072	0,00054	0,00413445	0,86494	-0,000483308175855
0,9729	-0,000743436	0,00017	0,002318715	0,89894	-0,000489048223209
0,95338	0,005577042	0,00001	0,00056226	0,92858	-0,001664454486564
0,92858	0,013206538	0	0	0,95338	-0,003596009591927
0,89894	0,021764721	0,00017	-0,001948100474400	0,9729	-0,005786553396519
0,86494	0,030873948	0,00054	-0,003472659712710	0,98721	-0,007796671527653
0,82708	0,040186816	0,00146	-0,005712598317620	0,99657	-0,009306689408188
0,78593	0,049388672	0,00442	-0,009953030988039	1	0
0,74203	0,058226418	0,01311	-0,017199080439785		
0,69596	0,066486876	0,02616	-0,024378283432106		
0,6482599	0,074000535	0,04346	-0,031473509578904		
0,59947	0,080617879	0,06486	-0,038364967391488		
0,5501	0,086200899	0,0902	-0,044871665643828		
0,50064	0,090613199	0,11928	-0,050757848289368		
0,45156	0,093720386	0,15184	-0,055755812092651		
0,40328	0,09539933	0,18759	-0,059602288177637		
0,35623	0,095549356	0,22617	-0,062065402391974		
0,31077	0,094111434	0,26731	-0,062980430544689		
0,26731	0,091087009	0,31077	-0,062250533807570		
0,22617	0,086545905	0,35623	-0,059861704016315		
0,18759	0,08061774	0,40328	-0,055903699004122		
0,15184	0,073495881	0,45156	-0,050562860471484		
0,11928	0,065447823	0,50064	-0,044122725829041		
0,0902	0,056765775	0,5501	-0,036941828143089		
0,06486	0,047740189	0,59947	-0,029439798048585		
0,04346	0,038614975	0,6482599	-0,022066094867150		
0,02616	0,029560425	0,69596	-0,015266550285420		
0,01311	0,020664945	0,74203	-0,009447398845405		



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

## Posición del borde de salida “ $y_{bs3}$ ”

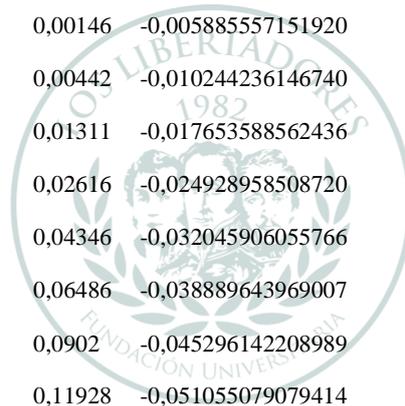
1	-0,005000	0,00442	0,01188484	0,78593	-0,001998282685387
0,99657	-0,003698539	0,00146	0,006806104	0,82708	0,001550462109750
0,98721	-0,000477472	0,00054	0,004134496	0,86494	0,003467255738294
0,9729	0,004288472	0,00017	0,002318724	0,89894	0,003839236822993
0,95338	0,010493451	0,00001	0,00056226	0,92858	0,002934809599947
0,92858	0,017912232	0	0	0,95338	0,001173115314684
0,89894	0,026146668	0,00017	-0,001978032764089	0,9729	-0,000929119732749
0,86494	0,034818984	0,00054	-0,003525790068176	0,98721	-0,002904177132721
0,82708	0,043600558	0,00146	-0,005799077734770	0,99657	-0,004406369248515
0,78593	0,052211982	0,00442	-0,010098633567389	1	-0,005000000000000
0,74203	0,060443801	0,01311	-0,017426334501110		
0,69596	0,068127752	0,02616	-0,024653620970413		
0,6482599	0,075131988	0,04346	-0,031759707817335		
0,59947	0,081332787	0,06486	-0,038627305680248		
0,5501	0,08660348	0,0902	-0,045083903926408		
0,50064	0,090805343	0,11928	-0,050906463684391		
0,45156	0,093790791	0,15184	-0,055841540594664		
0,40328	0,095416686	0,18759	-0,059638289868809		
0,35623	0,095559954	0,22617	-0,062072302729332		
0,31077	0,094140438	0,26731	-0,062978954832686		
0,26731	0,091142383	0,31077	-0,062253346316959		
0,22617	0,086623765	0,35623	-0,059865490024461		
0,18759	0,080707854	0,40328	-0,055882973497352		
0,15184	0,073586289	0,45156	-0,050466984551168		
0,11928	0,065528265	0,50064	-0,043877152632738		
0,0902	0,056829688	0,5501	-0,036453758729013		
0,06486	0,047785263	0,59947	-0,028608105177678		
0,04346	0,038642588	0,6482599	-0,020794098432210		
0,02616	0,029574421	0,69596	-0,013475725095041		
0,01311	0,020670205	0,74203	-0,007089800640993		



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

## Curvatura en máximo extradós “ $y''$ $e_{max1}$ ”

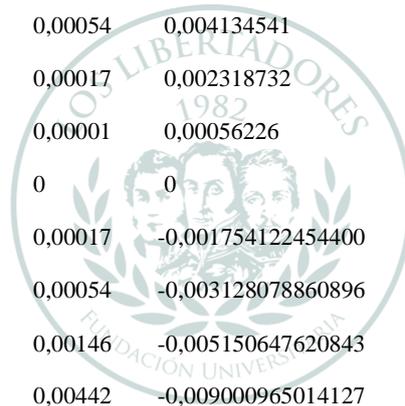
1	0	0,00442	0,01186958	0,78593	0,000935219858163
0,99657	0,001199761	0,00146	0,006803141	0,82708	0,005027245929673
0,98721	0,004388159	0,00054	0,004133825	0,86494	0,007417819652442
0,9729	0,00903337	0,00017	0,002318605	0,89894	0,008167521869194
0,95338	0,014960272	0,00001	0,000562258	0,92858	0,007534073686458
0,92858	0,021886769	0	0	0,95338	0,005942240221294
0,89894	0,02940765	0,00017	-0,002007965053779	0,9729	0,003928313931022
0,86494	0,037196138	0,00054	-0,003578920423642	0,98721	0,001988317262212
0,82708	0,04502335	0,00146	-0,005885557151920	0,99657	0,000493950911159
0,78593	0,052734748	0,00442	-0,010244236146740	1	0
0,74203	0,060236297	0,01311	-0,017653588562436		
0,69596	0,067438417	0,02616	-0,024928958508720		
0,6482599	0,074232827	0,04346	-0,032045906055766		
0,59947	0,080463451	0,06486	-0,038889643969007		
0,5501	0,085927967	0,0902	-0,045296142208989		
0,50064	0,090390938	0,11928	-0,051055079079414		
0,45156	0,093611713	0,15184	-0,055927269096678		
0,40328	0,095378736	0,18759	-0,059674291559982		
0,35623	0,095537328	0,22617	-0,062079203066690		
0,31077	0,094014753	0,26731	-0,062977479120684		
0,26731	0,090834353	0,31077	-0,062256158826347		
0,22617	0,086110441	0,35623	-0,059869276032607		
0,18759	0,080023107	0,40328	-0,055862247990582		
0,15184	0,072807581	0,45156	-0,050371108630852		
0,11928	0,064753471	0,50064	-0,043631579436435		
0,0902	0,056149972	0,5501	-0,035965689314937		
0,06486	0,047262627	0,59947	-0,027776412306772		
0,04346	0,038298045	0,6482599	-0,019522101997270		
0,02616	0,029389038	0,69596	-0,011684899904662		
0,01311	0,0205973	0,74203	-0,004732202436582		



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

## Curvatura en el mínimo extradós “ $y''_{imin1}$ ”

1	0	0,11928	0,065604529	0,22617	-0,061927419383942
0,99657	0,001201265	0,0902	0,056890869	0,26731	-0,062969746033161
0,98721	0,004411446	0,06486	0,047828678	0,31077	-0,062129110772240
0,9729	0,009133586	0,04346	0,038669293	0,35623	-0,059365479252042
0,95338	0,015232159	0,02616	0,029587993	0,40328	-0,054773050155755
0,92858	0,022451289	0,01311	0,020675315	0,45156	-0,048570697395980
0,89894	0,03037451	0,00442	0,011885878	0,50064	-0,041098927387643
0,86494	0,038623398	0,00146	0,006806304	0,5501	-0,032788559284475
0,82708	0,04688763	0,00054	0,004134541	0,59947	-0,024138263964601
0,78593	0,05492258	0,00017	0,002318732	0,6482599	-0,015672499295593
0,74203	0,062562071	0,00001	0,00056226	0,69596	-0,007898908335403
0,69596	0,069682445	0	0	0,74203	-0,001265946961085
0,6482599	0,076189313	0,00017	-0,001754122454400	0,78593	0,003884282042462
0,59947	0,081984601	0,00054	-0,003128078860896	0,82708	0,007348037279927
0,5501	0,086952915	0,00146	-0,005150647620843	0,86494	0,009094380300465
0,50064	0,090953185	0,00442	-0,009000965014127	0,89894	0,009269194986899
0,45156	0,093824665	0,01311	-0,015684999192411	0,92858	0,008187670852165
0,40328	0,095404267	0,02616	-0,022489210455960	0,95338	0,006296198977738
0,35623	0,095546593	0,04346	-0,029427022096419	0,9729	0,004117448528410
0,31077	0,094150444	0,06486	-0,036381912946669	0,98721	0,002107522930694
0,26731	0,091182948	0,0902	-0,043145161963622	0,99657	0,000594754712771
0,22617	0,086690319	0,11928	-0,049425300779825	1	0
0,18759	0,080789557	0,15184	-0,054877532958875		
0,15184	0,073670643	0,18759	-0,059150975884010		



LOS LIBERTADORES  
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

## Magnitud del mínimo intradós “Yimin2”

1	0	0,01311	0,020675315	0,69596	-0,004393441494236
0,99657	0,001201265	0,00442	0,011885878	0,74203	0,001358156643350
0,98721	0,004411446	0,00146	0,006806304	0,78593	0,005742871791159
0,9729	0,009133586	0,00054	0,004134541	0,82708	0,008576315744402
0,95338	0,015232159	0,00017	0,002318732	0,86494	0,009833496246891
0,92858	0,022451289	0,00001	0,00056226	0,89894	0,009654570051573
0,89894	0,03037451	0	0	0,92858	0,008338137032239
0,86494	0,038623398	0,00017	-0,001415145459045	0,95338	0,006307035668308
0,82708	0,04688763	0,00054	-0,002524015707254	0,9729	0,004057037131508
0,78593	0,05492258	0,00146	-0,004157736488391	0,98721	0,002017423160356
0,74203	0,062562071	0,00442	-0,007275356161458	0,99657	0,000495846447073
0,69596	0,069682445	0,01311	-0,012724102253620	1	0
0,6482599	0,076189313	0,02616	-0,018333399617182		
0,59947	0,081984601	0,04346	-0,024124013583106		
0,5501	0,086952915	0,06486	-0,029998596786194		
0,50064	0,090953185	0,0902	-0,035772441271354		
0,45156	0,093824665	0,11928	-0,041182556725766		
0,40328	0,095404267	0,15184	-0,045914624206462		
0,35623	0,095546593	0,18759	-0,049646160433293		
0,31077	0,094150444	0,22617	-0,052082678841474		
0,26731	0,091182948	0,26731	-0,053002150669624		
0,22617	0,086690319	0,31077	-0,052262796137136		
0,18759	0,080789557	0,35623	-0,049821965345161		
0,15184	0,073670643	0,40328	-0,045759061878930		
0,11928	0,065604529	0,45156	-0,040267274992510		
0,0902	0,056890869	0,50064	-0,033650792956881		
0,06486	0,047828678	0,5501	-0,026296804246694		
0,04346	0,038669293	0,59947	-0,018655165285382		
0,02616	0,029587993	0,6482599	-0,011200486615421		

## Magnitud del mínimo intradós “Yimin3”

1	0	0,00442	0,010742073	0,74203	0,009248736745815
0,99657	0,001200887	0,00146	0,006133745	0,78593	0,011977039877216
0,98721	0,004406343	0,00054	0,003722616	0,82708	0,013182550744638
0,9729	0,009111737	0,00017	0,00208695	0,86494	0,012971167651379
0,95338	0,015171662	0,00001	0,000505976	0,89894	0,011587022582348
0,92858	0,022321307	0	0	0,92858	0,009382979315437
0,89894	0,03014171	0,00017	-0,000658144771154	0,95338	0,006780526325640
0,86494	0,038260745	0,00054	-0,001176894988951	0,9729	0,004223505101662
0,82708	0,046383528	0,00146	-0,001951050471942	0,98721	0,002054624695263
0,78593	0,054288002	0,00442	-0,003482288716297	0,99657	0,000498090725498
0,74203	0,061832853	0,01311	-0,006419544017464	1	0,00
0,69596	0,068916053	0,02616	-0,009884932027513		
0,6482599	0,075455751	0,04346	-0,013956269196713		
0,59947	0,081353165	0,06486	-0,018559892295825		
0,5501	0,08647714	0,0902	-0,023487847443495		
0,50064	0,090656975	0,11928	-0,028414171553242		
0,45156	0,09369251	0,15184	-0,032933133059408		
0,40328	0,095377939	0,18759	-0,036618702558793		
0,35623	0,095529285	0,22617	-0,039079724918985		
0,31077	0,094018546	0,26731	-0,040021226717893		
0,26731	0,090804191	0,31077	-0,039263442859554		
0,22617	0,085945258	0,35623	-0,036765497081108		
0,18759	0,0795925	0,40328	-0,032647053274680		
0,15184	0,07198868	0,45156	-0,027171285124517		
0,11928	0,063472123	0,50064	-0,020727606413829		
0,0902	0,05441321	0,5501	-0,013785461540819		
0,06486	0,045174507	0,59947	-0,006854922707999		
0,04346	0,036053189	0,6482599	-0,000432700863443		
0,02616	0,027245615	0,69596	0,005046222018564		
0,01311	0,018834661				



## Variación de los diez parámetros en simultaneo “VAR02”

		0,01311	0,022255025	0,69596	-0,000993135025659
1	-0,0101000				
0,99657	-0,008642248	0,00442	0,012769259		
0,98721	-0,004765423	0,00146	0,007306741	0,74203	0,004373385381710
0,9729	0,000885799	0,00054	0,004437474	0,78593	0,008296527038354
0,95338	0,008088309	0,00017	0,00248838	0,82708	0,010444869722650
0,92858	0,016465068	0,00001	0,000603372	0,86494	0,010665647497012
0,89894	0,025460587	0	0	0,89894	0,009039897418625
0,86494	0,034595668	0,00017	-0,002402081349357	0,92858	0,005908059724339
0,82708	0,043513281	0,00054	-0,004277670577760	0,95338	0,001848170347737
0,78593	0,051979742	0,00146	-0,007019554343211	0,9729	-0,002393729857075
0,74203	0,059891673	0,00442	-0,012134453962657	0,98721	-0,006147861771016
0,69596	0,067221859	0,01311	-0,020502560902216	0,99657	-0,008919209149152
0,6482599	0,073983703	0,02616	-0,028139867043471	1	-0,0010100
0,59947	0,080174392	0,04346	-0,034905643965911		
0,5501	0,085741727	0,06486	-0,040653162707437		
0,50064	0,090563291	0,0902	-0,045277734681087		
0,45156	0,094448969	0,11928	-0,048711734559940		
0,40328	0,097164569	0,15184	-0,050923729757135		
0,35623	0,098463526	0,18759	-0,051916189020852		
0,31077	0,098132793	0,22617	-0,051715293360687		
0,26731	0,096033097	0,26731	-0,050360371783571		
0,22617	0,092129875	0,31077	-0,047889254050789		
0,18759	0,086494922	0,35623	-0,044346227883082		
0,15184	0,079311544	0,40328	-0,039798527936372		
0,11928	0,070883603	0,45156	-0,034339255193279		
0,0902	0,061576159	0,50064	-0,028115488463424		
0,06486	0,051771724	0,5501	-0,021337587598502		
0,04346	0,041805597	0,59947	-0,014298698769639		
0,02616	0,031921957	0,6482599	-0,007371813299250		

## Variación de los diez parámetros en simultaneo “VAR03”

1	-0,0100000	0,02616	0,032576366	0,59947	-0,017717393228658
0,99657	-0,008179869	0,01311	0,022993524	0,6482599	-0,009226914885206
0,98721	-0,003361768	0,00442	0,013316665	0,69596	-0,001223027627647
0,9729	0,003601078	0,00146	0,007645906	0,74203	0,005628533281685
0,95338	0,012365375	0,00054	0,004648469	0,78593	0,010730507344416
0,92858	0,022390943	0,00017	0,002607839	0,82708	0,013639332316840
0,89894	0,032934064	0,00001	0,000632458	0,86494	0,014157695721971
0,86494	0,043370403	0	0	0,89894	0,012391222220812
0,82708	0,053248785	0,00017	-0,001331493527572	0,92858	0,008767833823074
0,78593	0,062285564	0,00054	-0,002374128805035	0,95338	0,003999916631342
0,74203	0,070361073	0,00146	-0,003908046155840	0,9729	-0,001006469343458
0,69596	0,077451054	0,00442	-0,006823253020750	0,98721	-0,005444353245931
0,6482599	0,083583773	0,01311	-0,011862701462822	0,99657	-0,008721796632296
0,59947	0,088782625	0,02616	-0,016965615412708	1	-0,0100000
0,5501	0,093038165	0,04346	-0,022157778470883		
0,50064	0,096294751	0,06486	-0,027384797025583		
0,45156	0,098457745	0,0902	-0,032535290750429		
0,40328	0,099414205	0,11928	-0,037437941239452		
0,35623	0,09905691	0,15184	-0,041869909624546		
0,31077	0,097310641	0,18759	-0,045578374553271		
0,26731	0,094155339	0,22617	-0,048297902396823		
0,22617	0,089632153	0,26731	-0,049784401703857		
0,18759	0,083832994	0,31077	-0,049821904918362		
0,15184	0,07690167	0,35623	-0,048245375533639		
0,11928	0,069043031	0,40328	-0,044978797268739		
0,0902	0,060478771	0,45156	-0,040055042388718		
0,06486	0,051429946	0,50064	-0,033641836926239		
0,04346	0,042083663	0,5501	-0,026045829295494		